

Renaissance d'une technique de l'analyse modale d'avant les transformées rapides Le décrétement aléatoire

Revival of a former modal analysis technique : Random-Decrement



Paul KOPFF

EDF Direction des Études et
Recherches, Service Informatique et
Mathématiques Appliquées,
1 avenue du Général De Gaulle
92140 Clamart

Ingénieur (E.C.L. 1971), Docteur-Ingénieur (Paris VI 1974), Chercheur à la Direction des Études et Recherches d'E.D.F., y a d'abord développé les techniques expérimentales intégrant l'Analyse Modale et l'ajustement de modèles Éléments Finis, puis s'est spécialisé dans l'étude d'architectures informatiques Temps Réel.

RÉSUMÉ

Le « Décrétement Aléatoire est une technique de traitement numérique de signaux permettant de déduire de la réponse d'un système résonnant à une excitation aléatoire, sa réponse impulsionnelle. Cette technique a été inventée il y a longtemps par H. A. Cole, pour caractériser les résonances de pièces de moteurs-fusées en fonctionnement [1], [2]. Elle a été perfectionnée récemment pour permettre une analyse des déformées modales d'ouvrages de génie civil (aéroréfrigérants) impossibles à mesurer autrement [5], [6].

MOTS CLÉS

Aléatoire, Décrétement logarithmique, Analyse Modale.

ABSTRACT

Random-Decrement is a signal processing technique to transform the response of a resonant system to random excitation, into its impulse response. It was invented by H. A. Cole a long time ago [1], [2]; its purpose was the measurement of the resonant characteristics (frequency and logarithmic decrement) of the parts of rocket engines, under working conditions. It was recently rehearsed to support the mode-shape analysis of huge structures or buildings, that one cannot perform otherwise [5], [6].

KEYWORDS

Random, Decrement, Modal Analysis.

1. Introduction

On n'arrive plus à imaginer comment il y a à peine une vingtaine d'années, les mécaniciens pouvaient concevoir leur activité expérimentale sans le concours des moyens informatiques matériels et logiciels dont nous disposons aujourd'hui.

L'analyse modale, à cette époque « reculée », reposait sur des traitements analogiques et des expériences où les structures étaient soumises à des excitations sinusoïdales,

dont on faisait varier lentement (en continu, ou pas à pas) la fréquence.

De plus, comme on ne savait pas identifier les comportements modaux non conservatifs (voir Annexe, pour la définition des concepts de base), on essayait d'approcher, par une répartition et un pilotage judicieux de multiples excitateurs, l'appropriation modale.

Des techniques reposant sur le traitement de signaux numérisés commençaient cependant à apparaître. Parmi elles, le « Décrétement Aléatoire », fut décrit pour la première fois par H. A. Cole, dans les années soixante [1].

Cette technique permettait en principe d'atteindre la réponse impulsionnelle de systèmes résonnants, à partir d'enregistrements de réponses à des excitations aléatoires naturelles.

A mon avis, l'appellation « Décrément Aléatoire » est une très mauvaise traduction de « Random-Decrement », qui pour Cole signifiait la transformation d'un signal aléatoire (random) en une réponse impulsionnelle (decrement), et non pas la qualification d'un nouveau type de Décrément.

Faudrait-il pour cela faire adopter une traduction nouvelle comme par exemple « Transformée Aléatoire transitoire », ou une périphrase plus descriptive comme « Moyennage Synchrone d'Oscillations Aléatoires » ?

La question est ouverte, mais nous nous en tiendrons dans cet article, à la dénomination traditionnelle.

2. Principe des premières applications de la méthode

Le traitement « Décrément Aléatoire » effectue des accumulations de blocs de signaux de réponses aléatoires de systèmes résonnants, déclenchés par une condition, par exemple le passage par zéro par valeurs croissantes.

Le fait étonnant, à première vue, est que ces accumulations de réponses **aléatoires** laissent émerger petit à petit une réponse **transitoire** du système résonnant.

On montrera par la suite, que la condition de déclenchement sur passage par zéro par valeurs croissantes conduit à l'émergence de la **réponse impulsionnelle** du système.

Bien entendu, il faut un **très grand nombre d'accumulations** pour obtenir une approximation convenable de ce transitoire ; de fait, la réponse impulsionnelle émerge petit à petit, elle est d'abord relativement bien définie au début du bloc, mais met très longtemps à se stabiliser vers la fin.

Sachant que les premiers essais de cette technique n'utilisaient pas beaucoup d'accumulations [2], [3], [4], je m'étais d'abord posé la question de leur utilité. A la réflexion, on s'aperçoit qu'elles étaient, même sous cette forme première, bien adaptées aux contextes.

Au plan des mesures, l'ambition de ces premiers essais était simplement l'évaluation des fréquences de résonance et amortissements modaux de systèmes qui possédaient des résonances bien séparées (et pas très nombreuses). Au plan des conditions expérimentales, cependant les problèmes qui ont donné naissance à cette méthode étaient très épineux : H. A. Cole par exemple, voulait caractériser le comportement résonnant de pièces de moteurs de fusées. Il fallait le faire en fonctionnement, car il était pratiquement impossible de reproduire en environnement calme toutes les contraintes mécaniques et thermiques auxquelles était soumis ce type de matériel. De plus, il voulait être capable de suivre la dégradation progressive (mais relativement rapide) de ces matériels, qui doivent être conçus pour tenir juste le temps qu'il faut (et tomber en miettes à l'instant où l'on n'en a plus besoin).

La détermination des fréquences de résonance et des décroissements logarithmiques est relativement précise, même si la réponse impulsionnelle n'est connue que sur un nombre limité de périodes, à deux conditions :

Il faut qu'elle ne concerne qu'une résonance. On peut se ramener à ce cas si on a une connaissance préalable des déformées modales : soit en choisissant soigneusement l'emplacement des capteurs, soit en analysant des combinaisons convenables de réponses (appropriation des réponses par filtrages et sommes analogiques ! Ne riez pas, ça s'est fait... à une époque où les convertisseurs multivoies étaient un luxe inabordable pour la plupart).

Comme de tous les paramètres modaux, les déformées modales sont les moins sensibles aux variations environnementales, une connaissance préalable peut être obtenue par des essais préliminaires hors fonctionnement.

Il faut en outre qu'elle soit suréchantillonnée, c'est-à-dire que la période des oscillations soit définie par un grand nombre d'échantillons, pour réduire l'influence de battements entre la fréquence d'échantillonnage et la périodicité du signal. On estime alors assez précisément la période des oscillations et le décroissement de l'enveloppe exponentielle de la réponse impulsionnelle, même sur une dynamique assez faible (1/2 ou moins).

La réponse impulsionnelle calculée par le décroissement aléatoire peut répondre à ces deux conditions même pour un nombre assez faible d'accumulations.

H. A. Cole a donc pu appliquer avec succès sa technique au problème posé, malgré les performances limitées des moyens de traitement numérique de l'époque.

3. Nouvelle application

J'ai été amené à remettre ces techniques au goût du jour, en réponse à un problème de surveillance des tours de refroidissement à convection naturelle (aussi appelées aéroréfrigérants) [5], [6].

Le problème concerne la détection précoce et la localisation de fissurations naissantes et de variations de l'assise des tours.

La sensibilité de la variation des paramètres modaux à l'apparition de telles modifications structurales très faibles est déterminée par une particularité géométrique des aéroréfrigérants : leur axisymétrie.

En effet, les ouvrages axisymétriques ne possèdent en principe que des modes doubles. En pratique, les structures quasi-axisymétriques ont des déformées modales assez instables, du fait qu'elles ne sont, en principe, angulairement déterminées que par les défauts d'axisymétrie.

Si un défaut d'axisymétrie nouveau apparaît au cours de la vie d'un aéroréfrigérant, et s'il est d'une importance équivalente à celle des défauts initiaux (qui sont très faibles), on peut supposer qu'il pourra être détecté par une réorientation angulaire des déformées modales.

Plus précisément :

La plupart des modes de résonance d'une structure axisymétrique sont doubles ; cela veut dire qu'à une fréquence de résonance donnée, on doit associer deux déformées modales orthogonales (qui échangent leurs nœuds et leurs ventres de vibration). Si la structure est parfaitement axisymétrique, toute combinaison linéaire de ces deux déformées peut être indifféremment excitée par une répartition de forces fluctuantes externes (séismes, bourrasques de vent). Les « résonances en fonctionnement » se positionneront donc suivant la répartition des forces d'excitation.

Une structure imparfaitement axisymétrique voit ses modes de résonance doubles se séparer en paires de résonances simples, qui ont des fréquences de résonance d'autant plus proches que les défauts sont faibles, et dont les déformées modales sont orientées par les défauts d'axisymétrie.

Cette orientation est régie par le principe de maximalisation minimalisation des défauts : l'un des modes se positionne de façon que l'effet des défauts soit maximal (s'il n'y en a qu'un, il est sur un ventre de vibrations), et l'autre, de façon que leur effet soit minimal (s'il n'y en a qu'un, il est sur un nœud de vibrations).

Dans ce cas, les forces fluctuantes excitent les deux modes et l'on observe des « résonances en fonctionnement », où l'on identifie plus ou moins nettement par les battements entre les résonances, des comportements de « modes tournants ». La netteté des modes tournants dépend de la relation entre la bande passante des résonances (leur amortissement), et l'écart entre les deux fréquences de résonance.

L'identification modale des deux modes de résonance est directement conditionnée par la netteté des modes tournants en fonctionnement. Il faut donc que l'amortissement soit suffisamment faible, pour que les modes de résonance de chaque paire soient relativement bien séparés. Si cette condition n'est pas satisfaite, on ne peut identifier qu'un mode de résonance (comme dans le cas limite des structures parfaitement axisymétriques, où les déformées en fonctionnement sont suivies par la répartition des forces).

Dans le cas des aéroréfrigérants, la détection de nouveaux défauts structuraux et leur localisation par l'analyse modale expérimentale repose donc sur deux conditions :

Premièrement, que ces structures présentent des défauts d'axisymétrie initiaux assez faibles, car ces défauts initiaux conditionnent la sensibilité des variations d'orientation de déformées observables.

Deuxièmement, qu'elles soient suffisamment peu amorties, pour que les orientations des déformées modales soient déterminés par les défauts, et détectables par identification modale.

Ces deux conditions sont heureusement remplies car les amortissements des aéroréfrigérants sont en général nettement inférieurs au pour-cent, et le défaut d'axisymétrie dominant est la présence d'une échelle métallique courant le long d'une génératrice, pesant 100 t par rapport à un poids total de 30 000 t (cas typique).

4. Difficultés expérimentales

Donc l'Analyse Modale peut en principe convenir pour résoudre ce problème de surveillance.

Seulement, les énormes structures que constituent les aéroréfrigérants (70 m de diamètre, 130 m de haut) sont très difficiles à exciter (puissance des excitateurs nécessaires, accessibilité, sécurité) ; et parce qu'ils offrent une importante prise au vent (en particulier à ses composantes fluctuantes), la difficulté absolue de les soumettre à des excitations forcées se double d'un réel problème de rapport signal sur bruit. Les méthodes classiques de l'Analyse Modale semblent donc exclues.

Cependant, l'excitation naturelle qui couvrirait toute excitation forcée, peut être en elle-même exploitée pour ces mesures, grâce à la méthode du décrétement aléatoire. Cette approche présente deux avantages pour une surveillance continue d'ouvrages de génie civil :

L'excitation est gratuite : on ne paye que les capteurs.

Elle n'inquiète pas l'exploitant : cet avantage psychologique n'est pas négligeable, surtout quand on veut promouvoir une nouvelle technique de surveillance. Les essais ne sont pas intrusifs, ce ne sont que des relevés de réponses naturelles à des sollicitations auxquelles la structure est continuellement soumise.

Il ne faut cependant pas se cacher que les buts que nous poursuivons sont beaucoup plus difficiles à atteindre que ceux de H. A. Cole, qui ont donné naissance à la méthode.

Premièrement, nous voulons appliquer ce traitement à des systèmes qui comportent un très grand nombre de résonances, et de plus, des résonances qui peuvent être très proches les unes des autres. Une excellente résolution en fréquence ne peut être obtenue qu'au prix d'une observation de qualité sur une très longue durée. Comme il s'agit de réponses impulsionnelles, une observation de longue durée est corrélative d'une dynamique importante.

On ne peut donc proposer la méthode du Décrétement Aléatoire qu'en prévoyant **un très grand nombre** d'accumulations. Et pour supporter un très grand nombre d'accumulations, il faut faire les calculs avec une précision suffisante.

En somme, si l'on veut résoudre la bande de fréquence (0-2 Hz) en 500 raies, sur des systèmes amortis à une fraction de pour-cent, il faut de l'ordre de 20 000 accumulations, et les calculs doivent utiliser des entiers 32 bits, ou des flottants (24 bits de mantisse, 8 bits d'exposant).

Deuxièmement, nous voulons utiliser le Décrétement Aléatoire pour identifier les déformées modales, et donc traiter des informations de phases et d'amplitudes relatives entre plusieurs points de mesure.

Il faut donc généraliser la méthode de H. A. Cole pour qu'elle fournisse des réponses impulsionnelles **directes et croisées**.

5. Démonstrations heuristiques

Il est temps de donner au lecteur quelques éléments heuristiques pour comprendre en principe « comment ça marche ». Une démarche théorique plus exigeante a été adoptée par P. Bernard [7].

Considérons d'abord le cas d'un résonateur simple ; l'équation différentielle qui régit son comportement :

$$\ddot{x}(t) + \eta\omega_0 \dot{x}(t) + \omega_0^2 x(t) = F(t)/M$$

conduit à une réponse impulsionnelle en déplacement sinusoïdal amorti, avec juste après le choc exciteur, un déplacement nul et une vitesse initiale non nulle. La réponse impulsionnelle est, rappelons-le, la réponse à une excitation idéale de durée infiniment courte et d'amplitude infinie, suivant le modèle du « dirac » (c'est l'intégrale de cette fonction qui est finie).

$$F(t) = F\delta(t - t_0)$$

$$\dot{x}(t_0) = F/M$$

$$x(t) = \frac{\dot{x}(t_0)}{\omega_0 \sqrt{1 - \eta^2/4}} e^{-\frac{\eta}{2}\omega_0(t - t_0)} \sin \omega_0 \sqrt{1 - \eta^2/4} (t - t_0)$$

Considérons à présent sa réponse à une excitation $F(t)$ de fluctuations aléatoires, et un instant t_0 où cette réponse passe par zéro par valeurs croissantes.

Imaginons l'expérience de pensée suivante :

On n'a plus un résonateur simple, mais deux, idéalement identiques.

Le premier R1 est excité par la force $F(t)$, et le second R2 est au repos.

On a la possibilité de commuter instantanément et parfaitement la force d'excitation de l'un à l'autre, et on choisit de le faire à un instant où la réponse du résonateur R1 passe par zéro par valeurs croissantes (ceci serait plus facile à réaliser avec des résonateurs électriques que mécaniques, mais c'est une expérience de pensée...).

Le résonateur R1 est donc excité par une force $F_1(t)$:

$$F_1(t) = F(t) \quad \text{pour } t < t_0$$

$$F_1(t) = 0 \quad \text{pour } t > t_0$$

et le résonateur R2, par une force $F_2(t)$:

$$F_2(t) = 0 \quad \text{pour } t < t_0$$

$$F_2(t) = F(t) \quad \text{pour } t > t_0.$$

Au moment de la commutation, $F(t)$ peut avoir n'importe quelle valeur finie, elle peut même être par hasard nulle.

La réponse de R1 après la commutation est évidemment transitoire, puisque l'excitation de R1 est éteinte, et elle a de plus les propriétés initiales suivantes : $x_1(t_0) = 0$ et $v_1(t_0) > 0$.

C'est donc une réponse impulsionnelle, qui pourrait avoir été causée par l'application d'un dirac à l'instant t_0 , mais

qui en réalité, résulte de toute l'histoire de $F(t)$ avant la commutation, et qui n'a la forme d'une réponse impulsionnelle que par l'effet du choix de l'instant de la commutation.

En tous cas, ce qui nous intéresse ici, ce n'est pas la cause de la réponse de R1, mais le fait que si l'on répète l'expérience, on observe toujours la même forme de signal à l'amplitude initiale près. Et donc, l'accumulation de tels signaux, est constructive (c'est-à-dire que l'amplitude du résultat croît proportionnellement au nombre N d'accumulations effectuées).

$$\Sigma R_1(t) = \frac{N \langle \dot{x}(t_0) \rangle}{\omega_0 \sqrt{1 - \eta^2/4}} e^{-\frac{\eta}{2}\omega_0 t} \sin \omega_0 \sqrt{1 - \eta^2/4} t.$$

Considérons à présent le système R2.

Ce système, initialement au repos, commence à être excité par $F(t)$ à partir de l'instant t_0 . A cet instant, il est évident que le déplacement $x(t_0)$ est nul. De plus, la force $F_2(t)$, quoiqu'elle fasse par la suite, commence par un échelon de valeur finie $F(t_0)$, et la réponse de R2 commence donc comme une réponse à un échelon : c'est-à-dire avec une vitesse initiale $v(t_0)$ nulle !

La réponse de R2 ne contient donc pas une « miette » de réponse impulsionnelle corrélée avec celle de R1. Quand on superpose l'effet de l'accumulation des deux réponses, on est donc sûr que les accumulations concernant R1 ne sont en rien perturbées par celles concernant R2.

Au fait, comment s'accumulent les réponses de R2 ?

Voici l'expression d'une réalisation de cette réponse, qui se manifeste comme une convolution du signal d'excitation après t_0 avec la réponse impulsionnelle du système ; pour préparer l'accumulation, j'ai déjà ramené l'origine du temps en t_0 :

$$R_2(t) = \int_0^+ \left[\frac{F(t_0 + t - \tau)}{M\omega_0 \sqrt{1 - \eta^2/4}} e^{-\frac{\eta}{2}\omega_0 \tau} \sin \omega_0 \sqrt{1 - \eta^2/4} \tau \right] d\tau.$$

L'accumulation des expériences ne porte que sur le terme $F(t_0 + t - \tau)$; si le spectre de $F(t)$ est plat par rapport à la courbe de réponse en fréquence de R2, il n'y a pas de dépendance statistique (ou de corrélation) entre les valeurs instantanées de $F(t_0 + t - \tau)$ vis-à-vis du choix des instants t_0 .

L'accumulation des réponses de R2 n'est donc pas constructive. Si $F(t)$ est un processus gaussien, son efficacité est en \sqrt{N} .

En conclusion, le décrétement aléatoire laisse émerger les réponses impulsionnelles relativement aux composantes aléatoires, avec une efficacité relative de \sqrt{N} .

Il reste à voir combien d'accumulations il faut en principe ?

Comme l'excitation $F(t)$ est stationnaire, la réponse de R2 en régime établi est en moyenne du même ordre de grandeur que la première excursion de la réponse de R1 après t_0 .

Donc, au bout de N accumulations, on peut espérer que la réponse impulsionnelle aura émergé du bruit avec un rapport S/B meilleur que \sqrt{N} ; en pratique souvent bien meilleur, mais en principe, on ne peut en dire plus.

Des considérations liant résolution en fréquence, temps d'observation et dynamique des réponses impulsionnelles sur une durée donnée, aboutissant à la recette suivante : dans les meilleures conditions, et en gros indépendamment de l'amortissement du résonateur, on arrive à un rapport S/B permettant de bien résoudre sa bande passante à 3 dB, après 10 000 à 30 000 accumulations.

C'est énorme, c'est vrai, et cela conduit, pour ne pas multiplier les erreurs d'arrondi lors des accumulations, à effectuer les calculs avec des flottants.

Généralisons à présent à des systèmes multi-modaux : ces systèmes diffèrent du résonateur simple par le fait :

- qu'ils présentent plus d'une résonance ;
- que l'on doit caractériser ces résonances par des déformées modales (c'est-à-dire des relations de phases et d'amplitudes en différents points du système — ou comme on dit — suivant ses degrés de liberté).

Pour chaque mode de résonance isolé, on peut considérer que les réponses impulsionnelles entre deux degrés de liberté m et n sont proportionnelles au produit des amplitudes (signées) des déformées modales suivant ces deux degrés de liberté.

Soit un tel système, duquel on considère trois degrés de liberté.

Chaque degré de liberté est éligible comme point d'excitation ou comme point de mesure des réponses. Particularisons cet exemple, en supposant que le système est excité par une force $F(t)$ aléatoire stationnaire suivant le degré de liberté 2, et que l'on a enregistré ses réponses suivant les degrés de liberté 1 et 3.

Nous considérons la même décomposition de $F(t)$ que tout à l'heure, en choisissant les instants t_0 en fonction des passages par zéro par valeurs croissantes de la réponse en 1.

L'accumulation des réponses R_1 au point 1 est une addition de réponses impulsionnelles directes suivant ce degré de liberté.

$$\sum_{t_0} R_1^{(X_1)}(t) = h_{11}(t) \sum_{t_0} \dot{X}_1(t_0).$$

Par contre, l'accumulation des réponses R_2 fait intervenir dans la convolution la réponse impulsionnelle croisée entre les degrés de liberté 1 et 2.

$$\sum_{t_0} R_2^{(X_1)}(t) = \int_0^t \sum_{t_0} F_2(t_0 + t - \tau) h_{12}(\tau) d\tau.$$

La vitesse d'émergence n'est pas influencé par ces différences, mais le point de départ l'est : on ne peut plus considérer que la moyenne des amplitudes d'excursions de R_2 est égale à la moyenne des excursions initiales de R_1 ; il faut faire intervenir le rapport des composantes des déformées modales en 1 et 2.

Examinant la réponse suivant le degré de liberté 3, suivant la même décomposition (passages par zéro de la réponse en 1), on trouve que l'accumulation de la composante R_1 fait intervenir la réponse impulsionnelle croisée entre 1 et 3, et l'accumulation de la composante R_2 , la réponse impulsionnelle entre 2 et 3.

$$\sum_{t_0} R_1^{(X_3)}(t) = h_{31}(t) \sum_{t_0} \dot{X}_1(t_0)$$

$$\sum_{t_0} R_2^{(X_3)}(t) = \int_0^t \sum_{t_0} F_2(t_0 + t - \tau) h_{32}(\tau) d\tau.$$

La réponse impulsionnelle qui émerge est donc H_{13} . Les relations d'amplitudes et de phases avec H_{11} sont conservées.

La convergence, elle, dépend du même facteur que celle de H_{11} .

Donc pour une répartition de forces donnée (ici, force ponctuelle en 2), et pour un mode de résonance donné, l'efficacité globale du traitement est d'autant plus grande que l'amplitude de la déformée modale au point qui sert à choisir les t_0 est grande. Mais pour ce point de référence donné, les relations d'amplitudes et de phases entre les réponses impulsionnelles directes et croisées accumulées sont respectées.

En résumé, on démontre que si l'on a enregistré simultanément les réponses en plusieurs points d'une structure, et si l'on traite ces réponses en se servant des passages par zéro de l'un d'eux, on obtient à la longue les réponses impulsionnelles correspondant à l'excitation du point de référence.

La démonstration heuristique ci-dessus a considéré chaque mode de résonance pris isolément. Le principe de superposition modale permet d'étendre ces résultats à l'ensemble des modes de résonance d'une structure dans la bande de fréquences excitée par les forces aléatoires.

Le seul inconvénient à prendre en considération, est que pour un point de référence (de choix des t_0) donné, le facteur lié à la composante de la déformée modale au point de référence varie d'un mode à l'autre.

Dans les réponses impulsionnelles totales, les parts des différents modes de résonance émergeront donc plus ou moins vite ; cependant la même vitesse sera atteinte pour un mode donné pour l'émergence de la réponse impulsionnelle directe et de toutes les réponses impulsionnelles croisées.

Donc pour chaque mode, les relations de phases et d'amplitudes relatives sont conservées et les résultats sont exploitables par l'Analyse Modale.

En somme, le décrétement aléatoire n'aboutit pas vraiment à une réponse impulsionnelle pure, mais « colorée » par les amplitudes relatives des déformées des différents modes au point qui sert à choisir les t_0 .

Le cas limite est intuitif : si par malheur on choisit les t_0 suivant la réponse en un point qui est un nœud de vibrations pour un certain mode, comme la réponse en ce point ne comporte aucune part de réponse de ce mode, il

est évident que le choix des t_0 n'est aucunement influencé par ce mode.

Par conséquent la réponse impulsionnelle suivant ce mode n'émergera pas.

Ces démonstrations valent pour une superposition quelconque d'excitations (non corrélées) suivant tous les degrés de liberté du système ; elle est donc vraisemblablement applicable au cas des réponses d'aéroréfrigérants à des bourrasques de vent. C'est ce qu'on se propose de vérifier à présent, en deux temps : simulations expérimentales, essais sur site.

Avant de nous lancer dans une première campagne d'essais sur site, nous avons d'abord testé cette généralisation de la méthode de H. A. Cole sur une simulation numérique. Nous avons constitué le modèle simple représenté sur la figure 1.

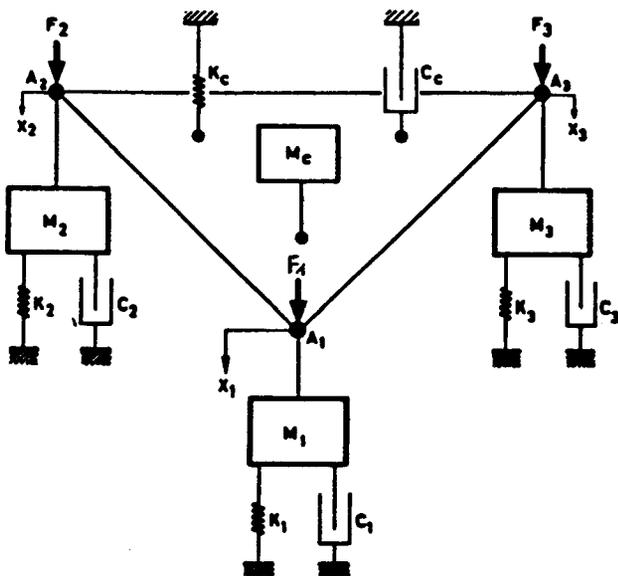


Fig. 1. — Modèle de simulation à 3 degrés de liberté.

Il est constitué de trois résonateurs simples reliés par une plaque idéale qui fait office de levier bidimensionnel : il y a des rotules parfaites aux trois points d'attache.

Des éléments de couplage (soit des masses, soit des amortisseurs visqueux, soit des raideurs) peuvent aussi être attachés à la plaque.

Ce modèle discret est très intéressant, car c'est le plus simple qu'on puisse paramétrer pour lui donner des modes doubles (c'est-à-dire un comportement de structure axisymétrique, voir figure 2).



Fig. 2. — Pompage (mode simple) roulis-tangage (mode double).

Les simulations ont été effectuées d'abord sur une réalisation quelconque du modèle (trois résonances distinctes), puis sur un cas particulier qui présente un mode de résonance quasi-double.

Elles ont montré que dans l'ensemble, les réponses impulsionnelles calculées par le Décrément Aléatoire étaient justes à condition que les signaux soient suréchantillonnés, pour une bonne définition en phase des passages par zéro.

Sur la figure 3 on compare les réponses impulsionnelles directes H_{11} estimée et théorique pour des résonances définies par 3 échantillons par période puis par 6 échantillons par période (2 000 accumulations dans les deux cas).

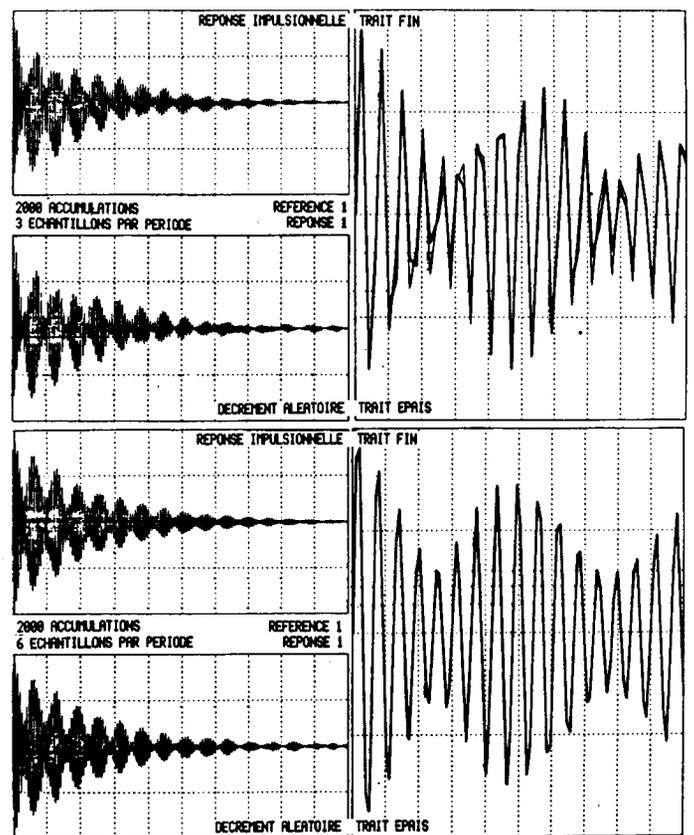


Fig. 3. — Simulations Décrément Aléatoire H_{11} (2 000 accumulations).

En haut : 3 échantillons par période. En bas : 6 échantillons par période.

Sur la figure 4, on fait de même pour la réponse impulsionnelle croisée $_{12}$.

La correspondance réponse impulsionnelle/décrément aléatoire est meilleure dans le cas 6 échantillons par période.

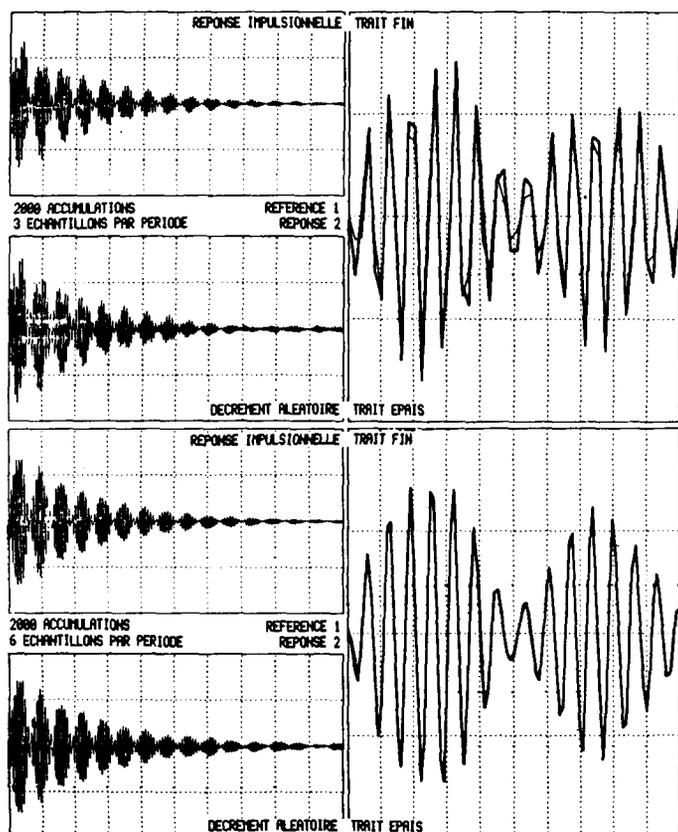


Fig. 4. — Simulations Décrément Aléatoire H_{12} (2 000 accumulations).
En haut : 3 échantillons par période. En bas : 6 échantillons par période.

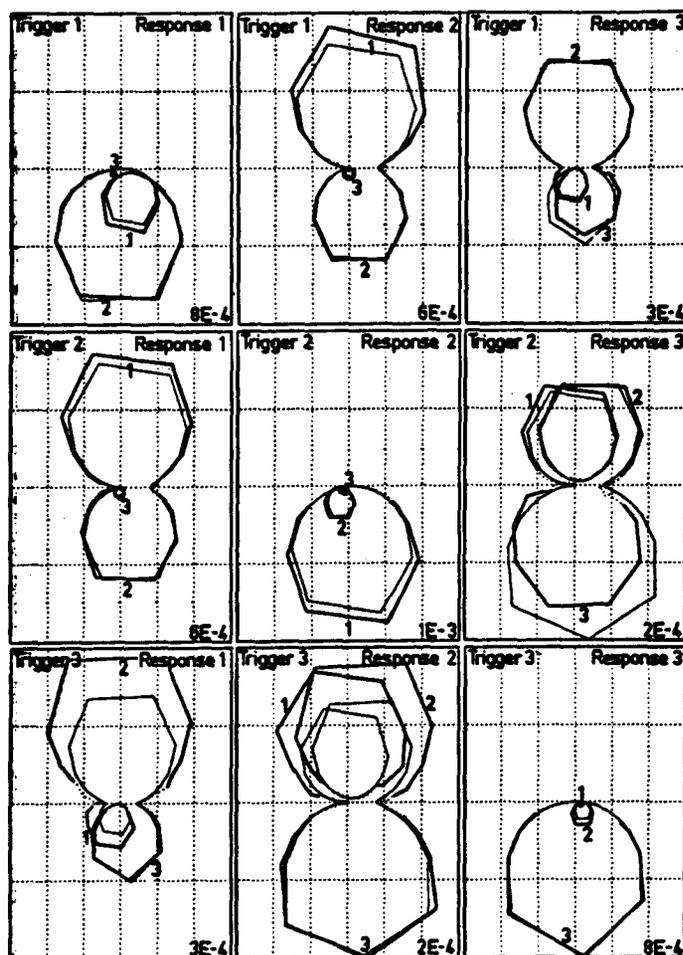


Fig. 5. — Ensemble des fonctions de transfert déduites de la simulation.
2 000 accumulations, 3 échantillons par période.

Nous avons fait ces simulations en prenant successivement les trois degrés de liberté du système comme référence de passage par zéro ; la transformée de Fourier des réponses impulsionnelles obtenues nous permet de tracer les fonctions réponses en fréquences, sur lesquelles la qualité des estimations est plus évidente (voir figures 5 et 6).

On y remarque aussi autre chose : pour un point de référence donné, les relations d'amplitudes entre les boucles de résonance issues des Décréments Aléatoires sont constantes, mais ne correspondent pas exactement à celles des réponses impulsionnelles ; quand on change de point de référence, les relations d'amplitudes sont modifiées. C'est exactement comme si le décrément aléatoire correspondait à des chocs différemment « colorés » selon la référence choisie.

Cela s'explique comme on l'a déjà mentionné, par le fait qu'en différents points, les réponses donnent une impor-

tance différente aux divers modes de résonance, et que le déclenchement par passages par zéro est donc inégalement influencé par les résonances : à la limite, si l'on prend comme référence un point qui est un nœud de vibrations pour un mode, les déclenchements ne dépendront pas du tout de ce mode, et le décrément aléatoire ne pourra pas le faire sortir.

Sauf dans ce cas particulier, ce phénomène n'est cependant pas gênant, car pour une référence donnée, les relations d'amplitudes et de phase des transferts directs et croisés sont bien conservées.

La figure 7 montre les résultats obtenus avec le modèle particulier présentant un mode de résonance double. On distingue bien les trois résonances malgré un couplage très fort des modes proches, mais il est évident que 2 000 accumulations ne suffisent pas tout à fait dans ce cas, pour obtenir des résultats propres.

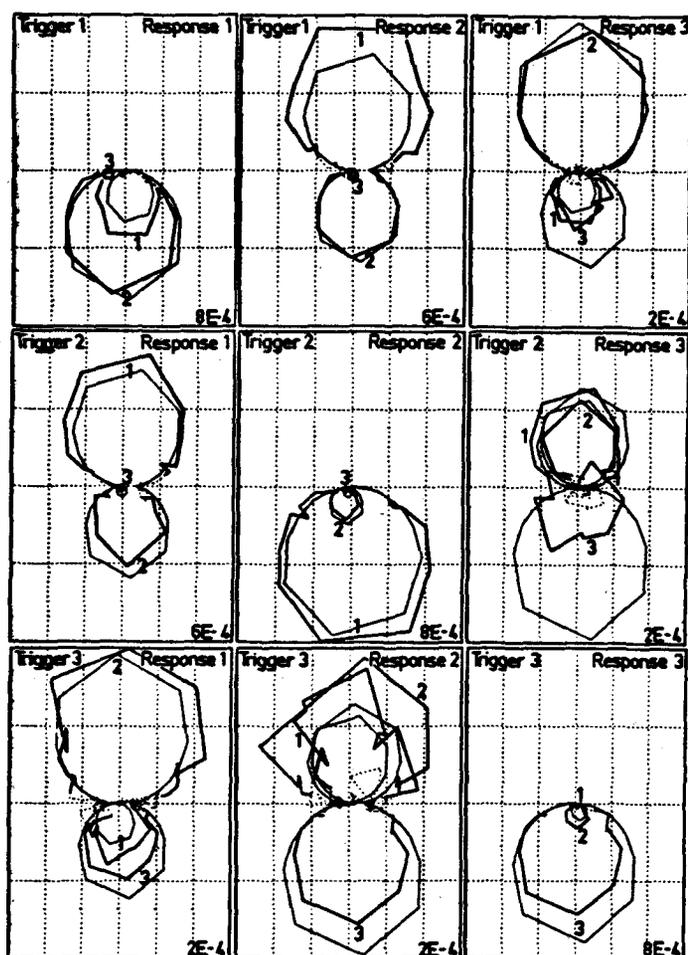


Fig. 6. — Ensemble des fonctions de transfert déduites de la simulation. 2 000 accumulations, 6 échantillons par période.

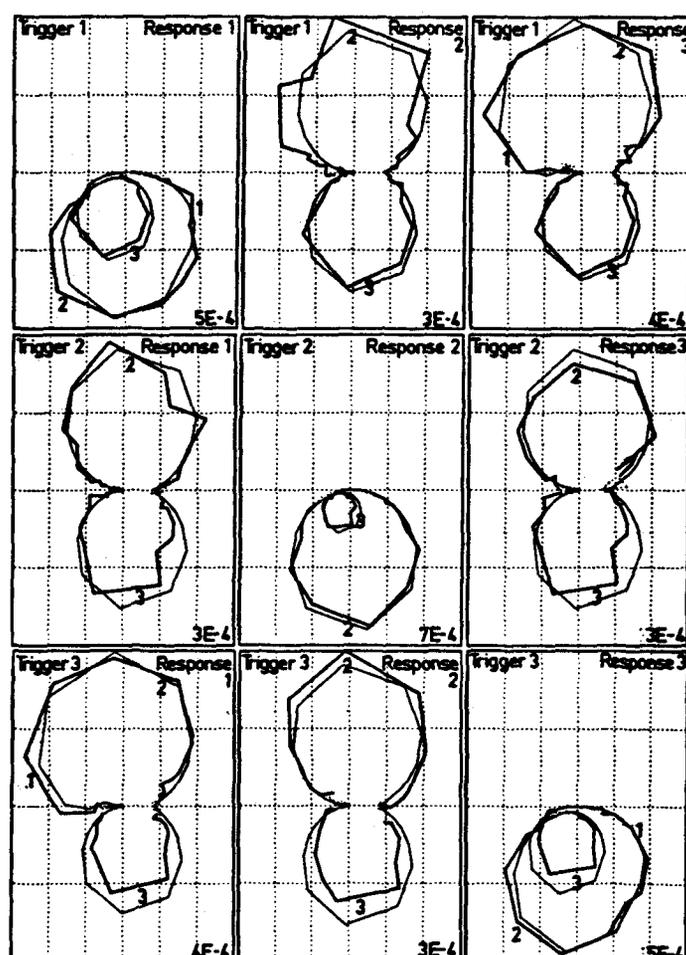


Fig. 7. — Ensemble des fonctions de transfert résultant des simulations. Modèle comportant un mode de résonance double. 2 000 accumulations, 6 échantillons par période.

7. Essais sur site

Ces résultats encourageants nous ont conduit à programmer le dépouillement des réponses au vent d'un aéroréfrigérant de la centrale nucléaire de CRUAS.

Cet aéroréfrigérant a donc été équipé de 12 sismomètres, régulièrement répartis sur le pourtour, approximativement à mi-hauteur. (Dans la gamme de fréquences qui nous intéresse, d'après des simulations sur des modèles éléments finis, tous les modes de résonance présentent à cette hauteur des ventres de vibrations.)

Ces capteurs mesuraient les composantes radiales des réponses des modes de résonance de flexion, aux bourrasques du vent. Nous avons au cours d'une première campagne d'essais enregistré trois heures de signal, simultanément à partir des douze voies de mesure.

L'enregistrement a été numérisé avec 20 échantillons par seconde, après passage dans des filtres anti-repliement réglés sur une fréquence de coupure de 2 Hz. La dernière

résonance de cette bande de fréquence étant à environ 1,6 Hz, on peut considérer qu'il y avait environ 12 échantillons entre deux passages par zéro par valeurs croissantes. Mais nous avons également utilisé les passages par zéro par valeurs décroissantes : il suffit en effet de changer le signe de l'accumulation, ce qui présente l'avantage supplémentaire d'éliminer automatiquement les composantes continues et les dérives lentes d'offset des capteurs.

Le traitement a effectué environ 22 000 accumulations, et les réponses impulsionnelles obtenues ont été transformées en fonctions de transfert avec une résolution de 512 raies dans la bande de fréquence utile de 0 à 2 Hz.

Nous y avons identifié les six premières paires de modes de flexion de cette coque, et constaté une concordance avec les fréquences calculées dans tous les cas meilleure que 5 %, ce qui prouve que la construction des aéroréfrigérants respecte bien les plans et est très soignée.

Le tableau 1 ci-dessous regroupe les résultats expérimentaux. On note que l'axisymétrie est presque parfaite, et que les modes de résonance sont si proches qu'ils étaient à la limite de pouvoir être séparés.

TABLEAU I
Fréquences et amortissements expérimentaux

Rang du mode	Fréquence	Amort
4	0,7675 Hz	0,79 %
	0,7859 Hz	0,88 %
5	0,8505 Hz	0,96 %
	0,8583 Hz	0,97 %
6	0,9472 Hz	0,76 %
	0,9603 Hz	0,76 %
3	1,1005 Hz	0,79 %
	1,1084 Hz	0,76 %
7	1,4102 Hz	0,91 %
	1,4170 Hz	0,95 %
2	1,5608 Hz	0,91 %
	1,5716 Hz	0,79 %

Les amortissements modaux mesurés sont très bien regroupés pour chaque paire de modes et pas tellement différents d'une paire à l'autre. Ils sont principalement dus à l'amortissement interne de cette coque de béton armé, et demeurent très faibles.

Toutes les conditions sont donc réunies, pour assurer le succès de la méthode de surveillance proposée. L'examen des déformées modales expérimentales (figure 8) montre des formes très régulières, et un échange parfait entre les nœuds et les ventres pour chaque paire de modes.

De plus, une corrélation a pu être établie entre l'orientation des modes et un élément constructif rompant l'axisymétrie de la structure : l'échelle métallique courant le long d'une génératrice de la coque est marquée sur les figures de déformées modales par de gros points. On vérifie que

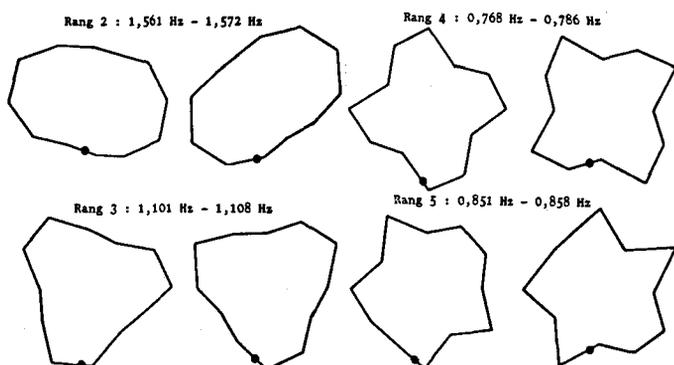


Fig. 8. — Les déformées modales expérimentales.

les modes les plus bas de chaque paire placent cette échelle sur un ventre de vibrations, ce qui qualifie cette solution d'axisymétrie comme une masse ajoutée : cette échelle pèse environ 100 T, et le poids total de l'aéroréfrigérant est de l'ordre de 30 000 T. La démonstration est étonnante.

8. Conclusions

La surveillance vibratoire des aéroréfrigérants et autres gros ouvrages est à l'ordre du jour dans nos Établissements (E.D.F. et G.D.F.). Sur le plan expérimental, la méthode du Décément Aléatoire résoud le problème. Des études en cours, visent à mettre au point des méthodes permettant d'interpréter ensuite les résultats de l'Analyse Modale Expérimentale, pour localiser et quantifier les défauts structuraux à un stade précoce de leur apparition. Ces méthodes se fondent sur des ajustements successifs de modèles Éléments Finis.

Par ailleurs, la méthode du Décément Aléatoire a été utilisée par nos équipes pour caractériser le comportement vibratoire des lignes haute tension et de leurs pylônes, en réponse au vent, et pour effectuer des identifications modales rapides et économiques sur des barrages voûtes.

C'est une méthode inventée par des ingénieurs, et appréciée par les ingénieurs. Ils ont développé une heuristique relativement précise du « pourquoi ça marche », et en tous cas ils constatent en l'utilisant que ça marche bien.

Il serait bon cependant que des efforts théoriques lui soient encore consacrés, pour mieux en asseoir les résultats dans les cas extrêmes (modes très couplés), qu'on a exhibés ici.

Manuscrit reçu le 14 novembre 1990.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] H. A. COLE, *On the line analysis of random vibrations*. AAIA Paper n° 68-228, Palm Spring California 1968.
- [2] H. A. COLE, *On line failure detection and damping measurements of aerospace structures by random decrement signatures*. NASA CR 2205, March 1973.
- [3] B. DARRAS, *Identification de systèmes vibrants par la méthode du décément aléatoire*. Revue Française de Mécanique n° 58-59, 1976.
- [4] S. IBRAHIM, *Random decrement techniques for modal identification*. AIAA Journal of Spacecrafts and Rockets V. 14/11, 1977.
- [5, 6] P. KOPFF, *Using vibrational responses to wind for modal analysis of huge structures such as natural convection cooling towers*. Proceedings 3rd I.M.A.C. Orlando 1985. *Experimental modal analysis for structural damage assessment : the case of natural convection cooling towers*. Proceedings 5th I.M.A.C. Londres 1987.
- [7] P. BERNARD, *Identification de grandes structures : une remarque sur la méthode du décément aléatoire*. Journal de Mécanique Théorique et Appliquée V.7/8, 1988.

Annexe

INTRODUCTION AUX CONCEPTS DE L'ANALYSE MODALE

L'Analyse Modale est une discipline de la Mécanique Vibratoire dont l'objet est l'étude des systèmes mécaniques du point de vue de leur comportement résonnant ou de leurs résonances.

Le modèle de base sur lequel s'appuie cette discipline est le résonateur simple. Il est idéalement constitué d'une masse (ou impédance inertielle, opposant une réaction proportionnelle à son accélération), d'un amortisseur (opposant une réaction proportionnelle à sa vitesse), et d'une raideur (opposant une réaction proportionnelle à son déplacement), attaquées en parallèle par une force fluctuante externe.

L'équation différentielle régissant le comportement de ce modèle peut s'écrire :

$$m\ddot{x}(t) + c\dot{x}(t) + kx(t) = F(t)$$

ce qui traduit bien l'attaque en parallèle des trois impédances.

L'Analyse Modale sert en pratique à décrire le comportement résonnant de « systèmes continus », en ce sens que dans une structure mécanique réelle, les masses, amortissements et raideurs ne sont pas des impédances idéalement ponctuelles, mais réparties et de plus, intimement liées (un ressort réel ne peut se concevoir sans masse ni amortissement et une masse réelle ne peut être considérée comme indéformable).

Une troisième classe de systèmes relevant de l'Analyse Modale est celle des systèmes discrets plus complexes que le résonateur simple. Comme les résonateurs simples, ils ne sont constitués que d'impédances idéales mais il y a plus d'une masse plus d'un amortisseur et plus d'une raideur.

Le comportement de ces systèmes est régi par une équation différentielle « matricielle », de même forme que l'équation (1), mais où les impédances sont des matrices d'impédances et les réponses et excitations des vecteurs.

$$M [\ddot{X}] + C [\dot{X}] + K [X] = [F].$$

Ces systèmes sont dits « à plusieurs degrés de liberté » (le résonateur simple étant dit à 1 degré de liberté).

La discrétisation des systèmes « continus » par des méthodes de type « différences finies » ou « éléments finis » conduit à des modèles de comportement de ce dernier type, qui sont valables dans une certaine bande de fréquences, qui dépend de la finesse de la discrétisation.

L'étude des systèmes discrets à plusieurs degrés de liberté est triviale dans le cas particulier où les trois matrices M, C et K sont diagonales. Elle revient à l'étude d'un ensemble d'équations différentielles de résonateur simple indépendantes.

Une technique fondamentale de l'Analyse Modale consiste à chercher un changement de coordonnées suivant lequel on peut atteindre ce cas particulier. C'est typiquement un problème aux valeurs propres, qui conduit aux notions de fréquences propres et de modes propres ou modes de résonance (qui sont les vecteurs propres du problème).

Chacun sait que l'on peut trouver des changements de coordonnées qui diagonalisent simultanément deux matrices, mais qu'il est en général impossible d'en trouver qui diagonalisent simultanément trois matrices. Ce n'est possible en particulier que si la troisième matrice est une combinaison linéaire des deux premières.

Comme les impédances d'amortissement sont pour des systèmes relativement résonnants en général d'influence plus faible que les impédances masses et raideurs, on diagonalise de préférence d'abord les matrices des masses et raideurs ; dans le cas où l'amortissement est surtout apporté « en interne » par le matériau, et non pas par des conditions aux limites ou des liaisons, on constate que le changement de coordonnées adopté diagonalise également assez bien la matrice d'amortissement.

On dit alors que l'on est dans un cas d'amortissement proportionnel.

Les modes de résonance de ces systèmes sont strictement les mêmes que ceux de systèmes ayant les mêmes matrices masse et raideurs mais sans amortissements. Ces systèmes dits conservatifs modélisent par leurs modes de résonance, un comportement vibratoire en ondes stationnaires qui sont aussi appelées déformées modales.

Les systèmes non conservatifs à amortissement non proportionnel, relèvent d'un formalisme légèrement différent, qui conduit à des modes de résonance complexes, ce qui modélise en plus du comportement en ondes stationnaires, un comportement propagatif.

Ce comportement est cohérent avec les conditions qui y conduisent : les amortissements sont localisés en des points particuliers qui jouent le rôle de « puits » d'énergie vibratoire, d'où propagations.

Les applications de l'Analyse Modale sont de deux ordres :

— Prédiction du comportement vibratoire : l'Analyse Modale fournit une caractérisation du système ; caractérisant par ailleurs son excitation, on peut en prédire les réponses (ou réciproquement).

— Diagnostic vibratoire : l'identification expérimentale du comportement résonnant permet de juger des qualités de l'objet par rapport à un modèle (cloche fêlée). C'est cette seconde approche qui nous motive ici.