

Résultats expérimentaux de l'intercorrélateur compensé en Doppler différentiel

Experimental results of the differencial Doppler compensated cross correlator



Marie-Thérèse SAUVET-CAROF THOMSON-SINTRA ASM BP n° 153 06801

Cagnes-sur-Mer Cedex

Docteur Es-Sciences — mention : « Sciences de l'ingénieur » (89) travaille depuis 1985 au Service d'Études et Traitements Thomson-Sintra Asm. Thèmes de recherche : Traitement de signal en acoustique sous marine, systèmes adaptatifs, traitements passifs en localisation et trajectographie.

RÉSUMÉ ·

Cet article présente l'étude et la réalisation sur signaux réels d'un estimateur du retard et du Doppler différentiel : « l'intercorrélateur compensé en Doppler différentiel » (I.C.D.D.). Après une étude détaillée de la dégradation engendrée par le Doppler différentiel sur la sortie de l'intercorrélateur, nous mettons en évidence le gain en détection et en estimation de l'I.C.D.D. par rapport à un intercorrélateur simple. L'I.C.D.D. est alors implanté en simulations et sur signaux réels. Une étude comparée des performances théoriques, simulées et réelles du système nous montre qu'il atteint effectivement la borne de Cramer-Rao.

MOTS CLÉS

Retard différentiel, Doppler différentiel, intercorrélateur compensé en Doppler différentiel, signaux réels, borne de Cramer-Rao.

ABSTRACT

This article presents the study and realization of a Delay and Doppler differential estimator: « The Differential Doppler compensated crosscorrelator » (D.D.C.C.). After a detailed study of the degradation caused by the Differential Doppler on the cross-correlator output signal, we show the signal to noise gain of the D.D.C.C. in detection and estimation compared to the classical cross-correlator. Then the D.D.C.C. is imple-

Introduction

Pour répondre aux exigences des méthodes modernes de trajectographie, qui réclament une précision toujours supérieure, cet article présente la réalisation sur signaux réels d'un système de mesure du retard différentiel (R.D.) et du Doppler différentiel (D.D.) : l'intercorrélateur compensé en Doppler différentiel (I.C.D.D.). Ces mesures serviront alors de base à un système de trajectographie. De nombreuses études portant sur la mesure du R.D. ont mis en évidence les limitations relatives à l'estimation de cette mesure [1] à [5]: en acoustique sous marine les performances de l'estimation du R.D. sont très dépendantes du milieu et notamment de la cohérence des signaux recus sur les capteurs. Les densités spectrales des bruits additifs et du signal doivent être connues a priori pour réaliser l'estimateur optimal : « l'intercorrélateur généralisé». De plus le temps de retard entre capteurs est supposé fixe pendant le temps d'intégration. Mais en se plaçant dans le cas où les espacements entre capteurs sont grands devant leur distance au bruiteur, les mouvements relatifs entre la source et chacun des capteurs se traduisent mented on simulated and real signals. A study of the theoretical, simulated, and real performances of this system demonstrates that it actually reaches the Cramer-Rao bounds.

KEY WORDS

Differential delay, differential Doppler, Differential Doppler compensated cross correlator, real signals, Cramer-Rao bound.

par un effet Doppler relatif entre les différents récepteurs : « l'effet Doppler Différentiel ». Cet effet entraîne des décohérences entre les signaux reçus sur les capteurs, ainsi que leur non-stationnarité. Ceci a pour conséquence : une limitation importante du temps d'intégration, une précision amoindrie sur la mesure du R.D., jusqu'à rendre cette mesure impossible. Les performances de l'intercorrélateur simple en présence de D.D. sont dégradées tant en ce qui concerne la détection que l'estimation.

Pour s'affranchir de cette dégradation, Knapp et Carter ont introduit l'estimateur optimal du R.D. et du D.D. : l'I.C.D.D. Ce système fera l'objet de la présente étude.

En premier lieu, nous étudierons en détail la dégradation engendrée par le D.D. sur le signal de sortie de l'intercorrélateur : pertes en détection, en cohérence, en estimation. Et nous présenterons une synthèse des contraintes s'appliquant à la mesure du R.D. par un intercorrélateur simple.

La nécessité de compenser le D.D. se faisant jour, nous étudierons théoriquement l'I.C.D.D., ses performances, ses applications (exemple : discrimination des sources dans un système multi-bruiteur). Étudiant la synthèse des contraintes s'appliquant à ce nouvel estimateur, nous

Résultats expérimentaux de l'intercorrélateur compensé

montrerons son gain en détection et en estimation par rapport à un intercorrélateur simple.

s'écrit :

(2)

olications

1. Situation du problème et hypothèses

Nous supposons que le milieu est isocélère et sans borne, et que les pertes de propagation sont sphériques. Le système est composé de deux capteurs omnidirectionnels C_1 et C_2 fixes recevant à tout instant une version bruitée et retardée du signal émis par une source. Celle-ci se déplace en mouvement rectiligne uniforme dans une configuration en champ proche.

Considérant des trajets simples reliant la source aux capteurs (le cas des trajets multiples sera étudié dans l'application sur signaux réels), les signaux reçus sur les capteurs s'écrivent :

(1)
$$\begin{cases} s_1(t) = s(t) + n_1(t) \\ s_2(t) = \alpha s(t - \tau(t)) + n_2(t) \end{cases}$$

où

- s(t), le signal émis par la source, et $n_1(t)$ et $n_2(t)$, les bruits additifs, sont supposés gaussiens blancs et centrés dans la bande de traitement $[f_0 - B/2, f_0 + B/2]$;

 $-\tau(t)$ est le retard différentiel variable en temps dont le développement en série de Taylor (au second ordre)



Fig. 1. — Géométrie du système : le système est composé de deux capteurs C_1 et C_2 (séparés d'une longueur L) et d'une source située en O', animée d'une vitesse \vec{V} . Les distances entre la source et chacun des capteurs sont R_1 et R_2 .

 $\tau(t) = \tau_0 + \dot{\tau}_0 t + \frac{1}{2} \cdot \ddot{\tau}_0 t^2$

où :
$$\begin{cases} \tau_0 : \text{est le R.D. fixé} \\ \dot{\tau}_0 = \frac{\delta \tau}{\delta t} \text{ est le D.D. au premier ordre} \\ \ddot{\tau}_0 = \frac{\delta^2 \tau}{\delta t^2} \text{ est le D.D. au second ordre} \end{cases}$$

2. L'intercorrélateur en tant que système de mesure du R.D. et la dégradation engendrée sur son signal de sortie par le D.D.

2.1. L'INTERCORRÉLATEUR

Les signaux reçus sur les capteurs étant supposés ergodiques et stationnaires, leur intercorrélation s'écrit :

(3)
$$C(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_1(t) s_2(t-\tau) dt$$
.

La propriété asymptotique de cette fonction qui est d'atteindre son maximum pour $\tau = \tau_0$, peut être utilisée pour la mesure du R.D., Knapp et Carter [1] ont démontré qu'il s'agit d'un estimateur optimal dans le cas d'une source fixe. Il atteint la borne de Cramer-Rao définie par [6] : La borne de Cramer-Rao représente la limite inférieure que l'on peut donner à l'erreur d'estimation de paramètres dont dépend l'observation du phénomène étudié, elle est donnée par l'inverse de la matrice d'information de Fisher.

On démontre que la matrice de Fisher se rapportant à l'estimation du R.D. comporte un seul élément dont l'expression est :

(4)
$$J(\tau_0) = \frac{T}{2\pi} \int_0^{2\pi} \frac{\omega^2(S^2(\omega)/N^2(\omega))}{1+2S(\omega)/N(\omega)} d\omega$$

où $S(\omega)$ et $N(\omega)$ sont les fonctions spectrales du signal et du bruit telles que $N_1(\omega) = N_2(\omega) = N(\omega)$. Si le signal et le bruit sont des processus gaussiens, centrés, blancs dans une bande B, le rapport signal à bruit est constant soit $S(\omega)/N(\omega) = S/N$, la matrice de Fisher s'écrit alors [6]:

(5)
$$J(\tau_0) = BT \cdot \frac{S^2/N^2}{1+2S/N} \cdot 8 \pi^2 (f_0^2 + B^2/12)$$

n° 3

Lorsque la source est en mouvement, particulièrement dans une situation en champ proche, le R.D. est affecté



par l'effet D.D. Les signaux reçus sur les capteurs ne sont plus conjointement stationnaires, et le signal de sortie du système s'en trouve dégradé. Nous allons donc maintenant définir et expliciter ce phénomène qui affecte la détermination du R.D.

2.2. DÉGRADATION DU SIGNAL DE SORTIE DE L'INTERCORRÉLATEUR PAR L'EFFET D.D.

Nous allons tout d'abord étudier l'effet de dégradation engendré par le D.D. sur l'espérance du signal de sortie de l'intercorrélateur celle-ci s'écrit :

(6)
$$\operatorname{E}[\operatorname{C}(\tau)] = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \operatorname{E}(s_1(t) s_2(t - \tau(t) + \tau)) dt$$

Nous plaçant, à présent, dans le cas d'un signal gaussien, centré et blanc, dans la bande $[f_0 - B/2, f_0 + B/2]$, et d'écart type σ_s , l'espérance de l'intercorrélateur devient :

(7)
$$E[C(\tau)] = \frac{\sigma_s^2}{B} \int_{f_0 - B/2}^{f_0 + B/2} \cos 2 \pi f(\tau - \tau_0) \sin_c \pi f \dot{\tau}_0 T df$$

en ne considérant que l'effet du D.D. au premier ordre : $\tau(t) = \tau_0 + \dot{\tau}_0 t$.

Sans l'influence du D.D. : Dans le cas où le D.D. est nul $(\dot{\tau}_0 = 0)$, l'espérance de sortie de l'intercorrélateur est donnée par :

$$E(C(\tau)) = \frac{\sigma_s^2}{B} \int_{f_0 - B/2}^{f_0 + B/2} \cos 2 \pi (\tau - \tau_0) f df$$

= $\sigma_s^2 \cos 2 \pi f_0 (\tau - \tau_0) \sin_c \pi B (\tau - \tau_0).$

La largeur à 3 dB du pic d'intercorrélation pour $f_0 \neq 0$ vaut alors :

(8)
$$2\tau_3 = [2(\tau - \tau_0)]_{3\,dB} = \frac{1}{\pi [f_0^2 + B^2/12]^{1/2}}$$

Influence du D.D. : Considérons maintenant l'existence du D.D. et supposons le pic parfaitement centré sur la valeur du R.D. τ_0 ($\tau = \tau_0$), l'espérance de l'intercorrélateur s'écrit alors :

$$E[C(\tau_{0})] = \frac{\sigma_{s}^{2}}{B} \int_{f_{0}-B/2}^{f_{0}+B/2} \sin_{c} (\pi f \dot{\tau}_{0} T) df$$
(9)
$$E[C(\tau_{0})] = \frac{\sigma_{s}^{2}}{\pi B \cdot T \cdot \dot{\tau}_{0}} \left[S_{i} \left(\pi B \dot{\tau}_{0} \left(f_{0} + \frac{B}{2} \right) \right) - S_{i} (\pi B T \dot{\tau}_{0} (f_{0} - B/2)) \right]$$

où :

$$\mathbf{S}_i(x) = \int_0^x \sin_c(t) \, dt \; .$$

Traçons maintenant l'espérance du maximum d'intercorrélation $E[C(\tau_0)]$ en fonction du produit B.T. $\dot{\tau}_0$ et pour différentes valeurs du rapport $(2 f_0/B)$ (*fig.* 2).



Fig. 2. — Espérance du maximum de l'intercorrélation en fonction du produit (B. T. Doppler) pour différentes valeurs du rapport $(2 f_0/B)$ (obtenue à partir de l'expression (9)).

Nous observons sur ces courbes une décroissance rapide du maximum de l'intercorrélation en fonction du produit B.T. $\dot{\tau}_0$. Le D.D. a donc pour effet d'abaisser le maximum du pic d'intercorrélation, il s'en suit une importance perte en détection. Betz a montré [7] que conjointement à l'abaissement de ce pic on observe un élargissement de celui-ci (toujours en fonction du produit B.T. $\dot{\tau}_0$) jusqu'à l'apparition de deux pics. La mesure du R.D. perd alors de sa précision en fonction de l'augmentation du temps d'intégration jusqu'à devenir impossible. Les signaux ne sont alors plus cohérents [8] à [14].

L'estimation du R.D. n'est alors réalisable qu'au prix d'une limitation du temps d'intégration, cette limitation devant satisfaire trois contraintes : une contrainte de cohérence, de détection et une dernière contrainte en référence à l'erreur quadratique moyenne d'estimation du R.D.

2.3. SYNTHÈSE DES CONTRAINTES S'APPLIQUANT AU TEMPS D'INTÉGRATION DE L'INTERCORRÉLA-TION

2.3.1. Contrainte de cohérence

La variation du R.D. pendant le temps d'intégration doit être inférieure à la largeur à 3 dB du pic d'intercorrélation

10)
$$\dot{\tau}_0 \cdot \mathbf{T} < 2 \tau_3 \Rightarrow \left[\mathbf{T} < \frac{1}{\pi \left[f_0^2 + \frac{\mathbf{B}^2}{12} \right]^{1/2} \cdot \dot{\tau}_0} \right]$$

í

2.3.2. Contrainte de détection

L'index de détection d'une source située aux distances respectives R_1 , R_2 des capteurs C_1 , C_2 (*fig.* 1) est donné en limite de détection (cf. Annexe A) par l'expression :

(11)
$$d = \sqrt{\mathrm{BT}} \left(\frac{\gamma_s / \mathrm{R}_1 \mathrm{R}_2}{\gamma_b} \right)$$

où γ_s et γ_b sont les densités spectrales du signal et du bruit dans la bande considérée.

Pour un index de détection donné d_0 , le temps d'intégration doit alors être supérieur à la valeur :

(12)
$$T > \frac{d_0^2 \left(\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{R}_2\right)^2}{\mathbf{B} \left(\frac{\gamma_s}{\gamma_b}\right)^2}$$



- Fig. 3. a) Index de détection en fonction de la probabilité de fausse alarme pour différentes valeurs de la probabilité de détection (obtenu à partir de la formule (11)).
- b) Zones où le bruiteur peut être détecté avec un index de détection donné suivant l'expression (13), les probabilités de fausse alarme et de détection correspondantes sont données par la figure 3*a*.

Et le lieu des positions du bruiteur correspondant à un index de détection sera donné par la relation (fig. 3):

(13)
$$\rho < \left[\frac{L^2}{4}\cos 2\theta + \left[\left(C - \frac{L^2}{4}\sin 2\theta\right) \times \left(C + \frac{L^2}{4}\sin 2\theta\right)\right]^{1/2}\right]^{1/2}$$

où ρ représente la distance bruiteur-centre de phase et θ l'angle entre cette direction et l'axe des x (fig. 1).

Exemple : Dans les conditions de la figure 3 b, un bruiteur de position : (X₀ = 2 500 m, Y₀ = 2 700 m) sera détecté avec un index $d_0 = 6$ dB, soit selon la courbe 3 a donnant la probabilité de fausse alarme pour différentes valeurs de la probabilité de détection, les valeurs suivantes : P_d = 0,9 et PF_a = 5.10^{-3} .

2.3.3. Contrainte par rapport à l'erreur quadratique moyenne d'estimation du R.D.

L'existence du D.D. introduit un biais au niveau de l'estimation du R.D., la valeur maximale de ce biais étant (en ne considérant que l'effet du D.D. au premier ordre) :

(14)
$$\Delta \sigma = \dot{\tau}_0 \cdot T \, .$$

Pour obtenir une précision satisfaisante sur l'estimation du R.D., il est nécessaire de limiter ce biais. Une contrainte se référant à l'erreur quadratique moyenne d'estimation du R.D. peut être choisie : le biais doit être au moins inférieur à la variance d'estimation du R.D. :

15)
$$\Delta \sigma^2 = (\dot{\tau}_0 T)^2 < \operatorname{cov} (\tau_0)$$

cov (τ_0) est donné par le calcul des bornes de Cramer-Rao [6], et est égale à l'inverse de la matrice d'information Fisher :

(16)
$$J(\tau_0) = BT \cdot \frac{S^2/N^2}{1+2S/N} \cdot 8 \pi^2 (f_0^2 + B^2/12)$$

Le temps d'intégration sera alors limité par la contrainte imposée au biais suivant la relation :

$$\begin{bmatrix} T < \\ \frac{1}{\sqrt{B}} \cdot \frac{1}{\dot{\tau}_0} \cdot \frac{\sqrt{1+2S/N}}{S/N} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\pi (B^2/12 + f_0^2)^{1/2}} \end{bmatrix}^{2/3}$$

(17)

224

2.3.4. Synthèse des contraintes

La synthèse de ces trois contraintes est réprésentée figure 4.



Fig. 4. — Synthèse des contraintes s'appliquant au temps d'intégration de l'intercorrélation et représentée en fonction du rapport signal à bruit; la contrainte de cohérence est figurée par une droite en trait plein, la contrainte de détection par une ligne en pointillés pour différentes valeurs de l'index de détection, et la dernière courbe composée de tirets successifs représente la contrainte par rapport à l'erreur quadratique moyenne. La partie valide (zone non hachurée) est très restreinte.

La partie valide correspond à la partie non hachurée qui est très restreinte. On constate que cette zone est très limitée et implique un temps d'intégration assez faible particulièrement dans le cas d'un Doppler différentiel élevé.

CONCLUSION

Dans ce genre de cas, il est impossible de détecter avec un index suffisant. Comme on ne peut agir sur la contrainte de détection pour un rapport signal à bruit donné, on agira sur la contrainte liée à l'erreur quadratique moyenne d'estimation du R.D., et sur la contrainte de cohérence. La dégradation importante engendrée par le D.D. sur le signal de sortie de l'intercorrélateur, et les limitations qui en découlent sur le temps d'intégration rendent nécessaire la compensation du D.D. avant d'effectuer l'intercorrélation. Ceci nous amène à étudier un nouveau système : l'I.C.D.D.

3. L'I.C.D.D.

3.1. DÉFINITION DU SYSTÈME

Knapp et Carter ont introduit l'estimateur du maximum de vraisemblance du R.D. et du D.D. : l'I.C.D.D. [2]. Le système se propose de compenser l'effet de dilatation ou de compression du temps introduit par le D.D. sur le

$$s_1(t) = s(t) + n_1(t)$$

Résultats expérimentaux de l'intercorrélateur compensé

(18)

plications

$$s_2(t) = s(t(1 - \tau_0) - \dot{\tau}_0) + n_2(t)$$

on ne considère que le D.D. au premier ordre :

$$\tau(t) = \tau_0 + \dot{\tau}_0 \cdot t \, .$$

On effectue alors une transformation de l'échelle de temps dans le signal $s_2(t)$: on remplace t par $t/(1-\dot{\tau}) \simeq t(1+\dot{\tau})$. Il s'agit de « l'interambiguïté compression » entre s_1 et s_2 [19].

Cette opération, effectuée avant l'intercorrélation, est suivie d'une interpolation (à erreur quadratique minimale) portant sur les échantillons du signal $s_2(t)$, afin de rendre ses échantillons compatibles avec ceux du signal $s_1(t)$. L'intercorrélation est alors réalisée, suivant l'expression :

(19)
$$C(\tau, \dot{\tau}) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} s_1(t) s_2((1 + \dot{\tau})(t + \tau)) dt$$

3.2. PERFORMANCES THÉORIQUES DE L'ESTIMA-TEUR

Les performances théoriques de l'estimateur conjoint du R.D. et du D.D. sont données par les bornes de Cramer-Rao se rapportant à ces mesures. La limite inférieure à la covariance d'estimation du R.D. et du D.D. est donnée par l'inverse de la matrice d'information de Fisher.

Les composantes de cette matrice sont déterminées à partir de la fonction d'intercorrélation des signaux reçus sur les capteurs. Du fait de l'existence du D.D. dans l'expression de ces signaux, cette fonction ne dépend pas seulement du paramètre de translation τ , mais également du temps, nous sommes en présence d'un processus non stationnaire. Le théorème de Whittle présenté dans [6], et utilisé pour déterminer les bornes de Cramer-Rao d'estimation du R.D. en 2.1 (5) ne peut s'appliquer ici. L'article [6] aborde ce calcul en considérant un à un tous les échantillons de temps et donne de la matrice de Fisher l'expression suivante :

(20)
$$\mathbf{J} = \begin{vmatrix} \mathbf{J}_{\tau\tau} & \mathbf{J}_{\tau\tau} \\ \mathbf{J}_{\tau\tau} & \mathbf{J}_{\tau\tau} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \mathbf{J}_{\tau\tau} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \frac{\mathbf{T}^2}{\mathbf{12}} \mathbf{J}_{\tau\tau} \end{vmatrix}$$

où

$$\mathbf{J}_{\tau\tau} = \frac{T}{2 \pi} \int_0^{2 \pi} \frac{\omega^2 (\mathbf{S}^2(\omega) / \mathbf{N}^2(\omega))}{1 + 2 \mathbf{S}(\omega) / \mathbf{N}(\omega)} \, d\omega$$



soit dans le cas d'un bruit blanc gaussien centré dans une bande B,

$$\mathbf{J}_{\tau\tau} = \mathbf{BT} \cdot \frac{\mathbf{S}^2 / \mathbf{N}^2}{1 + 2 \mathbf{S} / \mathbf{N}} \cdot 8 \, \pi^2 (f_0^2 + \mathbf{B}^2 / 12)$$

où S/N est le rapport signal à bruit précédemment défini. L'erreur sur τ , dans le cas où on compense bien le D.D., est la même que s'il n'y avait pas de D.D. (5). Il faut noter que l'indépendance des estimations de τ et $\dot{\tau}$, comme en témoigne la nullité des termes antidiagonaux de l'inverse de la matrice de Fisher, ne sera assurée pratiquement que pour des temps d'intégration élevés.

3.3. INFLUENCE DU D.D. AU SECOND ORDRE

La compensation du D.D. effectuée dans l'I.C.D.D. est basée sur une approximation du D.D. au premier ordre qui a une limite de validité. Dans l'expression du R.D. (2), nous avons mis en évidence l'existence du D.D. au second ordre. Si l'influence de ce terme reste moindre, il agit tout de même en tant que facteur de décohérence des signaux reçus sur les capteurs et de ce fait limite le temps d'intégration de l'intercorrélateur simple, nous allons étudier les diverses contraintes qui portent sur le temps d'intégration de l'I.C.D.D. du fait cette fois de l'existence du D.D. au second ordre.

3.3.1. Contrainte de cohérence

La variation du R.D. pendant le temps d'intégration doit être inférieure à la largeur à 3 dB du pic de l'I.C.D.D., on aura alors la relation :

(21)
$$\frac{1}{2}\ddot{\tau}_0 \cdot T^2 < 2\tau_3 \Rightarrow \left[T < \left[\frac{2}{\pi \cdot \ddot{\tau}_0 \left[f_0^2 + \frac{\mathbf{B}^2}{12} \right]^{1/2}} \right]^{1/2} \right]$$

3.3.2. Contrainte de détection

La contrainte de détection reste la même que dans le cas de l'intercorrélateur simple.

3.3.3. Contrainte par rapport à l'erreur quadratique moyenne

Le D.D. au second ordre introduit un biais dans l'estimation du R.D. dont la valeur maximale est donnée par :

(22)
$$\Delta \sigma = \frac{1}{2} \ddot{\tau}_0 \cdot T^2$$

De même qu'en B.3.3. nous imposons à ce biais de rester inférieur à la variance d'estimation du R.D. (donnée par (20))

(23)
$$\Delta \sigma^2 = \left(\frac{1}{2}\ddot{\tau}_0 \cdot T^2\right)^2 < \operatorname{cov} (\tau_0) = \frac{1}{J_{\tau\tau}}$$

ce qui impose pour le temps d'intégration la limite suivante :

$$T < \left[\frac{2}{\sqrt{B}} \cdot \frac{1}{\ddot{\tau}_0} \cdot \frac{\sqrt{1 + 2S/N}}{S/N} \cdot \frac{1}{2\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\Pi \left(f_0^2 + \frac{B^2}{12}\right)^{1/2}}\right]^{2/5}$$

3.3.4. Synthèse des contraintes

La synthèse des contraintes représentée figure 5, nous montre pour la première valeur possible du temps d'intégration 1,36 s pour le cas de l'I.C.D.D. et pour l'intercorrélateur simple (*fig.* 4) cette valeur est de 0,0025 s, et le gain au niveau du rapport signal à bruit entre l'I.C.D.D. et l'intercorrélateur simple est de 14 dB.



Fig. 5. — Synthèse des contraintes portant sur le temps d'intégration de l'I.C.D.D. Le temps d'intégration est représenté en fonction du rapport signal sur bruit pour les mêmes contraintes que dans le cas de l'intercorrélateur simple. Le gain en détection et en estimation de l'I.C.D.D. est beaucoup plus important que celui de l'intercorrélateur simple (la partie valide de la courbe est beaucoup plus grande).

3.4. CONCLUSION

Compte tenu des restrictions dues à l'influence du D.D. au second ordre, la compensation du D.D. au premier ordre, effectuée par l'I.C.D.D., confère à ce système un temps d'intégration et un gain sur le rapport signal à bruit très supérieurs à ceux de l'intercorrélateur simple.

L'I.C.D.D. a donc une capacité de détection et d'estimation du R.D. grandement supérieure à celle de l'intercorrélateur simple.

lications

3.5. ESPÉRANCE DE L'I.C.D.D.

L'intercorrélation compensée en D.D. (19) définit une surface d'ambiguïté en R.D. et D.D. dont nous allons maintenant étudier l'espérance théorique.

Selon [7] dans le cas où le signal s(t) et les bruits additifs $n_1(t)$ et $n_2(t)$ sont des processus gaussiens centrés et blancs dans une bande B, l'espérance de l'I.C.D.D. s'exprime par :

(25)
$$E[C(\tau, \dot{\tau})] = \int_{-\infty}^{+\infty} G_s(f) \cos 2\pi(\tau - \tau_0) \times \sin_c [\pi f((\dot{\tau}_0 - \tau) T)] df$$

où $G_s(f)$ est la densité spectrale de puissance du signal qui vaut σ_s^2/B .

Cette expression représente une surface d'ambiguïté en (R.D., D.D.), elle est telle qu'à chaque point du plan (R.D., D.D.) correspond un couple $(\tau, \dot{\tau})$ pour lequel on peut établir la valeur de l'espérance de l'I.C.D.D., celle-ci est maximale pour le couple $(\tau = \tau_0, \dot{\tau} = \dot{\tau}_0)$.

Sur la figure 6, nous représentons cette surface pour unn couple fixé (R.D., D.D.) = (0,094, 0,00022), pendant un temps d'intégration de 30 s. Nous obtenons un maximum centré sur le couple (R.D., D.D.) fixé suivant les valeurs (0,091, 0,0003). Nous observons également plusieurs séries de maxima secondaires centrées sur ce couple et définissant une structure en forme d'étoile.

Nous allons maintenant déterminer la largeur à 3 dB en R.D. et D.D. du pic de l'I.C.D.D.

Largeur à 3 dB, en R.D. du pic de l'I.C.D.D.

Si l'on suppose le pic de l'I.C.D.D. parfaitement centré sur la valeur $\dot{\tau} = \dot{\tau}_0$, la détermination de la largeur à 3 dB en R.D. du pic I.C.D.D., se ramène à celle de l'intercorrélateur simple, on a donc (8) :

$$[2(\tau - \tau_0)]_{3 \, dB} = 2 \, \tau_3 = \frac{1}{\left[\pi \left(f_0^2 + \frac{\mathbf{B}^2}{12}\right)^{1/2}\right]}$$

Largeur à 3 dB, en D.D. du pic de l'I.C.D.D.

Cette fois on considère le pic de l'I.C.D.D. parfaitement centré sur $\tau = \tau_0$, l'espérance de l'intercorrélateur s'écrit alors :

(26)
$$E[C(\tau, \dot{\tau})] = \frac{\sigma_s^2}{B} \int_{f_0 - B/2}^{f_0 + B/2} \sin_c \pi f(\dot{\tau}_0 - \tau) T df$$

La largeur à 3 dB de ce pic est alors :

(27)
$$2 \dot{\tau}_{3} = [2(\dot{\tau} - \dot{\tau}_{0})]_{3 \, dB} = \frac{2 \cdot \sqrt{3}}{T} \cdot \frac{1}{\pi \left[f_{0}^{2} + \frac{B^{2}}{12}\right]^{1/2}}$$

Nous allons maintenant étudier le système I.C.D.D. sur simulations et en comparer la surface de sortie avec son espérance.

4. Simulations

4.1. INTRODUCTION

L'algorithme I.C.D.D. est réalisé en temps puis en fréquence. Différentes situations sont simulées par la synthèse de signaux blancs et gaussiens dans lesquels nous introduisons les valeurs du R.D. et du D.D. fixées de la source étudiée et ceci au moyen d'un interpolateur variable (les simulations de signaux comprimés sont toujours difficiles à traiter ainsi qu'en témoigne l'article [20] étudiant l'interpolation optimale dans ce cas).

Considérons une séquence de variables aléatoires gaussiennes centrées et blanches correspondant au signal reçu sur le capteur C_1 et jouant le rôle de référence, le signal reçu sur le capteur C_2 est une version retardée et déformée du signal de référence, et l'on introduit un retard variable sur une séquence de bruit blanc analogue au signal de référence pour créer ce deuxième signal. Afin de pouvoir réaliser l'intercorrélation entre les deux versions de bruit dont l'une est déformée par rapport à l'autre, il est nécessaire d'effectuer une interpolation sur chaque échantillon du signal déformé. Il s'agit d'une interpolation à erreur quadratique minimale.

La fonction de cet algorithme (I.C.D.D.) est de s'adapter sur la position de la source permettant ainsi sa localisation. Nous allons donc vérifier l'exactitude de cette mesure et comparer les surfaces obtenues en sortie de l'I.C.D.D. avec celles de l'espérance théorique de ce système.

4.2. RÉALISATION DE L'I.C.D.D. EN TEMPS

La réalisation pratique de l'intercorrélateur est effectuée en temps directement par l'application de la formule d'intercorrélation [16].

Pour une source fixée de R.D. et D.D.: $(\tau_0 = 0, \dot{\tau}_0 = 0)$, des signaux gaussiens, centrés, blancs, filtrés dans la bande (320-640) Hz, un temps d'intégration de 10 s et un rapport signal à bruit de 80 dB, on obtient une estimation de $(\tau = 0, \dot{\tau} = -0,00001)$ très proche des paramètres de la source fixée (*fig.* 7). On observe également sur cette figure des lobes secondaires suivant une structure en étoile analogue à la surface représentant l'espérance théorique (*fig.* 6), on note une différence de niveau de bruit entre ces deux surfaces dans la zone où ces signaux sont décorrélés, ceci vient du nombre d'échantillons utilisés pour l'intercorrélation [16].

4.3. RÉALISATION DE L'I.C.D.D. EN FRÉQUENCE

Pour réaliser l'intercorrélation en fréquence, on effectue la Transformation de Fourier de chacun des signaux d'entrée, puis on calcule le produit de ces deux T.F., produit dont on établit ensuite la Transformée de Fourier inverse.



Le nombre d'échantillons considéré étant important, on utilise une corrélation sélectionnée (on divise le nombre d'échantillons considéré en sections de 512 sur lesquelles on effectue successivement une Transformée de Fourier) [17].

Pour un signal passe bas de fréquence de coupure 300 Hz ($f_e = 1500$ Hz) un rapport signal à bruit d'entrée de 0 dB, un R.D. : $\tau_0 = 0.05$ s et un D.D. : $\dot{\tau}_0 = 0.0025$, nous allons observer la surface de sortie du système pour un temps d'intégration de 2,81 s (*fig.* 8); le couple mesuré est (0.048 s, 0.0024 s).

Dans un signal en bande de base, l'espérance la sortie de l'I.C.D.D. ne présente pas une structure de maxima secondaires en forme d'étoile comme pour un signal passe bande, mais une croix composée par une ligne isoretard (correspondante au R.D. de la source) et quelques lobes secondaires d'un niveau très bas suivant une ligne isodoppler (D.D. de la source). Nous observons bien sur la figure 8 un pic centré sur les paramètres en (R.D., D.D.) de la source et orienté suivant une ligne isoretard. Les lobes secondaires de la ligne isodoppler étant ici trop faibles pour être apparents.

La position en (R.D. et D.D.) du pic de corrélation est déterminée avec une précision satisfaisante : une étude statistique portant sur 400 tirages donne les écarts types d'estimation de R.D., de D.D. (*fig.* 9) en fonction du temps d'intégration. La valeur limite de ces écarts types correspondants à la borne de Cramer-Rao est représentée par une courbe continue sur chaque graphique, les estimés sont représentés par des croix et une barre d'erreur. On observe que l'estimateur atteint la borne de Cramer-Rao relative à l'estimation conjointe du R.D. et du D.D.

4.4. DISCRIMINATION DES SOURCES DANS UN SYS-TÈME MULTIBRUITEUR

Nous avons illustré la dépendance du pouvoir séparateur, en fonction du temps d'intégration, par les figures 10 et 11, on simule les signaux reçus sur les capteurs C_1 (- 500, 0, 0) s et C_2 (500, 0, 0) s et émis par deux sources S_1 et S_2 de positions initiales (1 000, 3 000, 0) m et (900, 2 000, 0) m se déplaçant suivant un mouvement rectiligne et uniforme suivant les vitesses (0, - 10, 0) ms⁻¹ et (0, - 20, 0) ms⁻¹. Le signal émis par les deux sources est supposé gaussien, blanc dans une bande de [0,300] Hz. Le rapport signal à bruit sur capteurs est de 0 dB. On a ainsi représenté la nappe $C(\tau, \dot{\tau})$ pour un temps d'intégration de 3 s (*fig.* 10) et pour un temps d'intégration de 1 s (*fig.* 11). Lors du croisement des pistes de temps de retard, la discrimination des sources est assurée pour T = 3 s ce qui n'est pas le cas pour T = 1 s.

5. Résultats expérimentaux

EXPÉRIENCE 1

Considérons un mobile se déplaçant à la surface de l'eau avec une vitesse de 10 m/s, deux capteurs, distants entre

eux d'une longueur L et immergés à 250 m, reçoivent le signal émis par cette source en large bande : B = 300 Hz. En réalité le signal reçu contient aussi une multiplicité de raies composée de nombreuses harmoniques, de réfléchis fonds et réfléchis surfaces. Les signaux reçus sur les capteurs 1 et 2 ne sont pas stationnaires ce qui impose la limitation du temps d'intégration ; T = 0,2 s nous a paru être le temps le plus adapté pour la configuration présentée ici :



Le mobile se déplace dans le plan vertical, parallèlement à la direction des capteurs. Le rapport (S/B) e est globalement de 10 dB en puissance, mais en réalité on ne peut travailler que dans les zones du spectre où le rapport sur bruit est suffisamment fort. Ceci rend le rapport (S/B) e plus faible de l'ordre de 0 dB et la bande de fréquence utile de 100 Hz centrée sur une fréquence $f_0 = 175$ Hz. L'estimation du couple (R.D., D.D.) est satisfaisante et relativement proche de la borne de Cramer-Rao, compte tenu de tous les facteurs de perturbations que nous venons d'évoquer (fig. 12).

L'étude statistique concernant ces résultats nous donne les valeurs d'écart type suivantes :

en R.D. : $\sigma_{\tau} = 10^{-3}$ s , en D.D. : $\sigma_{\tau} = 1.5 \cdot 10^{-2}$

le calcul théorique des bornes de Cramer-Rao nous donne dans ce cas :

en R.D. : $\sigma_{\tau} = 2.4 \cdot 10^{-4} \text{ s}$, en D.D. : $\sigma_{\tau} = 4.1 \cdot 10^{-3}$.

EXPÉRIENCE 2

On dispose d'un réseau composé de 4 capteurs fixes sur un rayon de 1 km, à une immersion de 250 m. La source se déplace suivant un mouvement rectiligne uniforme de cap connu et de vitesse 10 m/s. Le signal utile émis par la source se situe dans une bande de [0,300] Hz. Le temps d'intégration du système de mesure est de 1 s. Nous nous sommes situés dans le cas où l'on connaît a priori la trajectoire du bruiteur donc lorsque l'on connaît les retards différentiels et dopplers différentiels a priori.

Nous réprésentons aux figures 13 et 14 deux suites d'estimées de retards différentiels et de dopplers différentiels, obtenues sur deux couples de capteurs, à partir desquels les écarts types d'estimation vont être calculés.

Nous avons pu estimer, connaissant parfaitement la trajectoire de la source par d'autres moyens, l'écart type d'estimation des retards différentiels et des dopplers différentiels.





Fig. 6. — Espérance de la sortie de l'I.C.D.D. en fonction du R.D. et du D.D. pour un couple fixé (R.D., D.D.) correspondant à une position donnée de la source et une émission dans la bande (320-640) Hz, on obtient un maximum (en blanc) centré sur ce couple et une série de maximas secondaires en forme d'étoile (zones d'ambiguïté).

Fig. 7. — Simulation de l'I.C.D.D. pour un couple (R.D., D.D.) = $(0 \le 0)$ correspondant aux paramètres fixés de la source, et une bande (320-640) Hz. On obtient un maximum centré sur ce couple et l'on voit se profiler une structure de maxima secondaires en forme d'étoile.



Fig. 9. — Ecart type d'estimation en fonction du temps d'intégration. La borne de Cramer-Rao (en trait plein) est atteinte ou avoisinée par les estimées du R.D. et du D.D. (représentées par des croix et une barre d'erreur).

Fig. 8. — Simulation de l'I.C.D.D. pour un couple donné (0,05 s, 0,0025), dans la bande (0-300) Hz. On obtient une estimation de (0,048 s, 0,0024).

Fig. 12. — Résultats expérimentaux de PI.C.D.D., la surface obtenue est similaire à celle de la figure 8. On obtient un maximum centré sur les paramètres fixés de la source et proche de la borne de Cramer-Rao.

Ainsi :	$\hat{\sigma}_{\tau} = 2, 1.10^{-5} \text{ s}$
et :	$\hat{\sigma}_{\star} = 1.3.10^{-4}$.

On vérifie donc la relation entre σ_{τ} et $\sigma_{\dot{\tau}}$, compte tenu du temps d'intégration fixé à 1 s.

Conclusion

L'estimateur conjoint du R.D. et du D.D. réalisé dans cette étude : l'I.C.D.D. atteint la borne de Cramer-Rao, en théorie et sur simulations et l'avoisine sur signaux réels. La compensation effectuée par ce système, lui confère une précision accrue sur la mesure du R.D. par rapport à un intercorrélateur simple en présence de D.D. Une telle précision de mesure offre un grand intérêt dans l'étude de systèmes multibruiteurs ainsi qu'en trajectographie [15], [16].



Figs. 10 et 11. — Discrimination des sources dans un système multibruiteur. L'I.C.D.D. est représentée en fonction du (R.D., D.D.) dans une configuration composée de deux sources. Les sources sont discriminées pour un temps d'intégration de T = 3 s (fig. 11) et non pour T = 1 s (fig. 10).





Figs. 13 et 14. — Résultats expérimentaux : séries d'estimées de R.D. et D.D. obtenues sur deux couples de capteurs. Le R.D. évolue régulièrement en fonction du déplacement de la source ; dans le même temps, le D.D. passe

par un maximum lorsque la source est au C.P.A. Ceci corrobore les résultats de l'étude théorique, sur l'évolution du R.D. et du D.D. en fonction du temps, effectuée en [16].



REMERCIEMENTS

Cette étude a été en partie financée par la Direction des recherches Études et Techniques (DRET, Paris).

Je remercie M. Chocheyras pour ses conseils et sa collaboration concernant ce travail.

Manuscrit reçu le 16 janvier 1990.

Annexe A

ÉTUDE DES CONDITIONS ET DES LIMITES DE DÉTECTION

1. Index de détection

L'index de détection représente le seuil de décision entre deux hypothèses :

- H₀: présence du bruit seul

— H_1 : présence d'un signal additionné au bruit ambiant. Si l'on nomme $R_{s1 s2}(\tau_0)/H_0$ et $R_{s1 s2}(\tau_0)/H_1$ les intercorrélations des signaux pour $\tau = \tau_0$ dans chacune des hypothèses H_0 et H_1 , les performances du détecteur au sens du maximum de vraisemblance sont données par l'index de détection [18]

$$d = \frac{E[R_{s1 s2}(\tau_0)/H_1] - E[R_{s1 s2}(\tau_0)/H_0]}{(Var [R_{s1 s2}(\tau_0)/H_0])^{1/2}}$$

Si l'on nomme N_s le niveau spectral du bruit gaussien et blanc émis par la source, les niveaux spectraux des signaux reçus sur les capteurs C_1 , C_2 sont fonction des distances source-récepteurs et ont respectivement pour valeur (dans l'hypothèse de pertes sphériques) : N_s/R_1^2 et N_s/R_2^2 . Ceci se traduit par une atténuation de l'amplitude du signal émis par la source suivant la propagation source-récepteurs. Si l'on considère le D.D. négligeable les expressions des signaux reçus sur les capteurs peuvent alors s'écrire :

$$S_{1}(t) = S(t)/R_{1} + n_{1}(t)$$

$$S_{2}(t) = S(t - \tau_{0})/R_{2} + n_{2}(t)$$

l'espérance de l'intercorrélation dans l'hypothèse H_0 est alors donnée par :

$$\mathbf{E}(\mathbf{R}_{s_{1},s_{2}}(\tau_{0})/\mathbf{H}_{0}) = \mathbf{E}\left[\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2}n_{1}(t)n_{2}(t-\tau_{0})dt\right] = 0$$

l'espérance de l'intercorrélation dans l'hypothèse H₁:

$$E(R_{s1 s2}(\tau_0)/H_1) = E\left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} (s(t)/R_1 + n_1(t)) \times (s(t - \tau_0)/R_2 + n_2(t - \tau_0)) dt\right]$$
$$= E\left[\frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} \frac{s^2(t)}{R_1 R_2} dt\right]$$

$$E(R_{s1\,s2}(\tau_0)/H_1) = 2\,\frac{\gamma_s\,B}{R_1\,R_2}$$

où γ_s est la densité spectrale du signal. La variance de l'intercorrélation dans l'hypothèse H₀:

Var
$$[\mathbf{R}_{s1\,s2}(\tau_0)/\mathbf{H}_0] = \mathbf{E}\left[\left(\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} n_1(u)\,n_2(u)\,du\right) \times \left(\frac{1}{T}\int_{-T/2}^{T/2} n_1(v)\,n_2(v)\,dv\right)\right]$$

Var $[\mathbf{R}_{s1\,s2}(\tau_0)/\mathbf{H}_0] = \frac{4\,\gamma_b^2\cdot\mathbf{B}}{T}$

d'après les calculs de [16] l'index de détection vaut alors :

$$d = \sqrt{\mathrm{BT}} \left(\frac{\gamma_s / \mathrm{R}_1 \, \mathrm{R}_2}{\gamma_b} \right)$$

Il est donné en fonction de la probabilité de fausse alarme PF_a et de la probabilité de détection P_d par la relation [18] (*fig.* 3 *a*) :

$$d = Q^{-1}(PF_a) - Q^{-1}(P_d)$$

pù $Q^{-1}(x) = \operatorname{erf}_c(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{+\infty} \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du$.

2. Lieu des positions du bruiteur correspondant à un index de détection donné

Le lieu des points dont l'index de détection est supérieur à une valeur donnée d_0 sera établi par la résolution de l'inégalité :

où
$$\begin{cases}
 d(\mathbf{R}_{1}, \mathbf{R}_{2}) > \mathbf{d}_{0} \Leftrightarrow \mathbf{R}_{1} \cdot \mathbf{R}_{2} < \frac{\sqrt{\mathbf{BT}}}{\mathbf{d}_{0}} \cdot \frac{\gamma_{s}}{\gamma_{b}} = \mathbf{C} \\
 R_{1}^{2} = \rho^{2} \sin^{2} \theta + \left(\frac{\mathbf{L}}{2} + \rho \cos \theta\right)^{2} \\
 \mathbf{R}_{2}^{2} = \rho^{2} \sin^{2} \theta + \left(-\frac{\mathbf{L}}{2} + \rho \cos \theta\right)^{2}
\end{cases}$$

on obtient alors l'expression qui détermine la zone où un bruiteur peut être détecté en champ proche par deux capteurs éloignés entre eux :

$$\rho < \left[\frac{L^2}{4} \cos 2\theta + \left[\left[\left(C - \frac{L^2}{4} \sin 2\theta \right) \left(C + \frac{L^2}{4} \sin 2\theta \right) \right]^{1/2} \right]^{1/2} \right]^{1/2}$$

volume 7 n° 3



BIBLIOGRAPHIE

- C. H. KNAPP et G. C. CARTER, The Generalized Correlation method for estimation of Time Delay. IEEE ASSP, vol. ASSP 24, No. 4, August 1976.
- [2] G. C. CARTER et C. H. KNAPP, Estimation of Time Delay in the presence of source or receiver motion. JASA, vol. 61, No. 6, June 1977.
- [3] A. O. HERO et S. C. SCHWARTZ, A new generalized cross correlator. IEEE ASSP, vol. 33, No. 1, June 1985.
- [4] C. ECKART, Optimal rectifier systems for the detection of steady signals. Univ. California, Scripps Inst. Oceanography, Marine Physical Lab. Rep. S10 12692, S10 Ref. 52-11, 1952.
- [5] J. C. HASSAB et R. E. BOUCHER, Optimum estimation of time Delay by a generalized correlator. IEEE, ASSP, vol. ASSP-27, No. 4, August 1979.
- [6] B. FRIEDLANDER, On the Cramer-Rao Bound for Time Delay and Doppler estimation. IEEE Trans. IT 30, No. 3, May 1984.
- [7] J. W. BETZ, Effects of uncompensated time companding on a broadband and error correlator. IEEE, vol. ASSP, No. 3, June 1985 (transactions on acoustic speech).
- [8] J. T. RICKARD, Signal Decorrelation due to differential Doppler. Nineteenth Asilomar Conference on Circuits, Systems and Computers (IEEE).
- [9] G. C. CARTER, A. H. NUTUALL, P. G. CABLE, The smoothed coherence transform. IEEE Proc., pp. 1497-1498, October 1973.

- [10] G. C. CARTER, A. H. NUTUALL, P. G. CABLE, The smoothed coherence transform. N.U.S.C. New London, TC-159-72, 1972.
- [11] A. GERLACH, Motion induced coherence degradation in passive systems. IEEE Tr ASSP, 26, pp. 1-15.
- [12] WEINSTEIN, Measurement of Doppler differential shift. IEEE acoustics speech and signal processing, vol. ASSP, 30, No. 1, February 1982.
- [13] SCHULTEISS, WEINSTEIN, Estimation of Doppler differential shift. JASA 66, 5, pp. 1412-1419, November 1979.
- [14] S. LEROY-HEBERT et A. PLAISANT, The multipath coherence function for correlated random channels and moving source. Nato Underwater acoustic data processing, 18/29 July 1988.
- [15] Y. CHOCHEYRAS, Near Field Three Dimensional Time Delay and Doppler Target Motion Analysis. ICASSP 89.
- [16] M. T. SAUVET-CAROF, Détection et mesure de Doppler Différentiel. Thèse, Université de Nice, 1989.
- [17] Programs for digital signal processing. IEEE Acoustics speech and signal processing, IEEE press 1979 (chap. 2-3).
- [18] VAN TREES, Detection, estimation and modulation theory, Wiley part I.
- [19] G. JOURDAIN, J. P. HENRIOUX, Use of large WTBPSK signals in target delay Doppler measurements. JASA prévu en juin 1990.
- [20] J. LIENARD, Méthodes numériques de réalisation d'un opérateur de compression de temps. Signal Processing 3, 175-180, North Holland, 1981.