

## Étude comparative

# des principales méthodes de déconvolution

## sur des données de type sismique

Comparative study

of main deconvolution methods on seismic data

### Atman GUERCHAoui



Centre d'Étude des Phénomènes Aléatoires et Géophysiques de Grenoble, B.P. n° 36, 38402 SAINT-MARTIN-D'HÈRES.  
Institut Algérien du Pétrole, Boumerdes, Algérie.

Ingénieur Géophysique IAP en 1973. Après plusieurs années dans le secteur industriel (recherche pétrolière), il obtient le titre de Docteur-Ingénieur INPG, spécialité Traitement du Signal. Ses travaux concernent le traitement des données géophysiques et plus particulièrement la Déconvolution.

### Jean-Claude BALLUET



Centre d'Étude des Phénomènes Aléatoires et Géophysiques de Grenoble, B.P. n° 36, 38402 SAINT-MARTIN-D'HÈRES.

Ingénieur Arts et Métiers, maître de conférences à l'INPG (ENSPG). Après une période initiale d'activités industrielles, J.-C. Balluet a repris des études scientifiques à l'INPG et obtenu le titre de Docteur-Ingénieur, spécialité Traitement du Signal. Ses travaux portent sur l'analyse cepstrale et spectrale.

### Jean-Louis LACOUME



CEPHAG, INPG/IEG, UA 346, BP n° 46, 38402 SAINT-MARTIN-D'HÈRES.

Ancien élève de l'École Normale Supérieure, Agrégé de Physique (1964), Docteur ès Sciences (1969), Professeur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble, Directeur du CEPHAG, Domaine de recherche : Géophysique : étude de l'environnement ionisé de la terre par sondage électromagnétique, Traitement du Signal : Analyse spectrale et interspectrale, applications en Instrumentation, Acoustique Sous-Marine, Géophysique.

## RÉSUMÉ

Nous traitons dans cet article un problème que l'on rencontre dans des domaines aussi divers que la géophysique, le traitement de la parole ou l'échographie et qui consiste à caractériser un milieu de propagation par sa réponse impulsionnelle à partir d'une version filtrée et bruitée de cette réponse.

En sismique réflexion, une onde appelée ondelette source, est émise dans le sol afin de détecter les réflexions se produisant sur les interfaces des couches géologiques. Les enregistrements ou traces sismiques représentent, en première approximation, le résultat d'un filtrage linéaire du signal source par la réponse impulsionnelle du sous-sol ou fonction de réflectivité.

La déconvolution consiste, par une estimation de l'ondelette, à éliminer l'effet convolutif de cette dernière, de la trace, en vue de la restitution de la fonction de réflectivité. Comme en général, seule la trace est disponible, la solution du problème dépend des hypothèses faites *a priori* sur l'ondelette ou sur la fonction de réflectivité.

Nous présentons une étude comparative de divers types de méthodes, sur des données simulées représentant des situations différentes, pour combler un certain vide dans ce domaine et esquisser une méthodologie à suivre dans le traitement de déconvolution des données sismiques.

## MOTS CLÉS

Fonction de réflectivité, ondelette, trace sismique, déconvolution, méthodes de déconvolution.

## SUMMARY

In this paper we treat a problem which occurs in different domains: geophysics, speech processing, echography, where the goal is to characterize a propagating medium through its impulse response from a filtered and a noisy one.

In seismic reflection a wave named source wavelet is emitted into the earth to detect reflections at the interfaces of geologic layers. The records or seismic traces may be considered as the linear filtering result of the wavelet by the earth response or reflectivity function.

Deconvolution lies in estimating the wavelet, removing its effect from the trace in order to restore the reflectivity.

We present a comparative study of different methods with simulations representing numerous situations to do more in that domain and to define a strategy in seismic data processing.

## KEY WORDS

Reflectivity function, wavelet, seismic trace, deconvolution, deconvolution methods.

## Liste des symboles

$q$  : variable qu'éfrence.

$\Delta T$  : pas échantillonnage

$E$  : espérance mathématique.

$X$  : vecteur ou matrice  $X$

$\text{LOG}_C$  : logarithme complexe.

$F[y(k)] = Y(n)$  : transformée de Fourier de  $y(k)$ .

$\rho$  : rapport signal à bruit.

$\tau$  : temps de propagation dans des couches parallèles et d'égale épaisseur.

$\hat{y}(q)$  : cepstre complexe de  $y(k)$ .

$\hat{y}E(q)$  : cepstre d'énergie de  $y(k)$ .

$\hat{\alpha}$  : estimée de  $\alpha$ .

$w(k)$  : ondelette source.

$r(k)$  : fonction de réflectivité.

$y(k), x(k)$  : trace sans bruit, avec bruit.

$b(k)$  : bruit d'observation.

$F(k)$  : filtre d'erreur de prédiction ou filtre inverse.

$\rho_i$  : densité de la couche  $i$ .

$C_i$  : coefficient de réflexion de l'interface  $i$ .

## 1. Introduction

Le problème de la déconvolution en géophysique reste toujours d'actualité malgré de nombreux travaux effectués ces dernières années, dans le domaine. C'est, en général un problème « mal posé », puisqu'on veut déterminer la réponse du terrain, la source et le bruit étant inconnus. La solution n'est pas unique et dépend des hypothèses faites *a priori* sur la source ou sur le terrain.

Les méthodes AR (autoregressive methods) qui supposent un modèle autorégressif pour la trace, sont les plus utilisées, à cause d'une grande simplicité d'algorithme [13, 17, 20, 21]. L'hypothèse AR n'étant pas toujours vérifiée, d'autres méthodes ont été développées en vue de traiter le cas d'une ondelette à phase non minimale : méthodes à entropie minimale [6, 18, 21, 22], méthode homomorphique [5], ou bien le cas d'une fonction de réflectivité non blanche : méthode multi-impulsionnelle [4]. Enfin, des travaux récents

ont abordé une modélisation plus élaborée de la trace sismique : modèle ARMA (autoregressive-moving average model) de l'ondelette pouvant être à phase non minimale, réflectivité Bernouilli-gaussienne et intégration du bruit dans le procédé d'estimation : déconvolution MV (minimum variance deconvolution), ML (maximum likelihood deconvolution) [10, 14].

Rares ont été les travaux qui essaient d'évaluer les performances des différentes méthodes pour une même situation [8, 9]. Pour combler ce vide, nous réalisons ici, une étude comparative des principales méthodes de déconvolution, dans des situations très diverses, l'objectif étant une meilleure compréhension du fonctionnement des méthodes et par conséquent une utilisation judicieuse.

## 2. Modélisation

## 2.1. MODÈLE DU SOL

Le modèle idéal vérifie parfaitement les hypothèses d'isotropie et d'élasticité. Il est constitué d'un empilement de couches parallèles, caractérisées chacune par une vitesse de propagation  $V_i$ , un temps de trajet double  $\tau$  de l'onde et une densité  $\rho_i$ . Ces couches sont séparées par des interfaces caractérisées chacune par un coefficient de réflexion :

$$(1.1) \quad c_i = (\rho_{i+1} V_{i+1} - \rho_i V_i) / (\rho_{i+1} V_{i+1} + \rho_i V_i)$$

et sont limitées, respectivement, dans leur partie supérieure et dans leur partie inférieure par les deux milieux semi-infinis : l'air et le socle. Dans le cas du modèle marin, la tranche d'eau va s'intercaler entre l'air et la première couche géologique.

Le terrain peut être considéré, en première approximation, comme un système linéaire caractérisé par une réponse impulsionnelle appelée fonction de réflectivité d'expression discrète :

$$(1.2) \quad r(k) = \sum c_j \cdot \delta(k-j), \quad j \Delta T = t_j$$

avec  $t_j$  retard de la réflexion se produisant à l'interface  $j$  et  $\Delta T$  pas d'échantillonnage égal à  $\tau$ . Le modèle

pour être plus complet, doit contenir des événements non considérés dans le modèle précédent. L'expression de la fonction de réflectivité s'écrit alors :

$$(1.3) \quad r(k) = \sum_j r_j \cdot \delta(k-j), \quad j\Delta T = t_j$$

où  $r_j$  réponse à l'instant  $j$  contient en plus des réflexions ordinaires, les réflexions multiples qui correspondent à des trajets donnant lieu à plusieurs réflexions sur un même interface.

On peut s'affranchir de la contrainte : même temps double de trajet de l'onde et arriver à une stratification à couches d'épaisseurs différentes et une réponse :

$$(1.4) \quad r(k) = \sum_j r_j(k)$$

où les composantes  $r_1(k)$ ,  $r_2(k)$ , ... représentent respectivement les réflexions primaires, secondaires, ... [1].

### 2.2. MODÈLE LINÉAIRE DE LA TRACE SISMIQUE

On appelle trace sismique, la réponse à travers le terrain, à l'onde émise. Une onde source caractérisée par une signature  $w(k)$  dite ondelette, est émise dans le sol. Celui-ci étant supposé linéaire, l'onde utile en sismique réflexion va se propager pour se réfléchir à chaque interface et donner ainsi, une superposition de ces réflexions, d'amplitude  $r_j$  et de retard  $t_j$  (fig. 1).

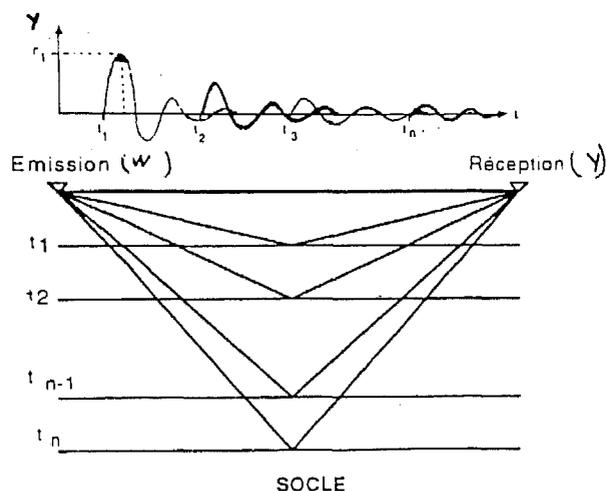


Fig. 1. - Modèle simple de la trace sismique.

La trace s'écrit alors :

$$(1.5) \quad y(k) = \sum_j r_j \cdot w(k-k_j), \quad t_j = k_j \cdot \Delta t$$

$$= r_1(k) * w(k)$$

La trace sismique est donc obtenue par filtrage linéaire (ou convolution) de l'ondelette par le terrain représenté ici par la séquence réflexions primaires  $r_1(k)$ . A cela peut se rajouter du bruit d'observation pour donner une trace bruitée :

$$(1.6a) \quad x(k) = y(k) + b(k)$$

$$(1.6b) \quad = r_1(k) * w(k) + b(k)$$

C'est ce modèle que nous avons considéré pour notre étude comparative

C'est un modèle simplifié, car en réalité, la trace sismique est beaucoup plus complexe que cela.

La fonction de réflectivité contient les différentes sortes de réflexions. L'ondelette, quand à elle, dépend de la source utilisée : impulsionnelle (source explosive), ou symétrique (en vibrosismique) ou étalée dans le temps et à structure d'écho (sources marines). Elle est en outre génératrice d'effets perturbateurs qui n'existent pas en dehors du processus de propagation de l'onde : réfractions, diffractions, absorption, divergence sphérique. A cela, il se superpose des bruits non liés à la source : bruits industriels, microseismes, vents. Enfin, à l'amont et à l'aval du processus d'obtention de la trace, des filtres sont appliqués pour la mise en forme du signal ou dans le but d'améliorer le rapport signal à bruit.

### 3. Position du problème

L'opération de déconvolution est, par définition, l'opération inverse de la convolution. Elle consiste, étant donnée la relation d'observation :

$$(2.1) \quad \gamma(k) = \alpha(k) * \beta(k)$$

à déterminer  $\alpha(k)$  observant  $\gamma(k)$ .

Deux situations peuvent exister :

1°  $\beta(k)$  est parfaitement connu

Dans ce cas, une division fréquentielle pourrait suffire pour déterminer le filtre inverse  $\beta^{-1}(k)$  qui vérifie :

$$(2.2a) \quad \beta^{-1}(k) * \beta(k) = \delta(k) \quad \mathbf{B}^{-1}(n) \cdot \mathbf{B}(n) = 1$$

$$(2.2b) \quad \alpha(k) = \gamma(k) * \beta^{-1}(k) \quad \mathbf{A}(n) = \mathbf{G}(n)/\mathbf{B}(n)$$

Remarque : En général on utilise des techniques de stabilisation dans les calculs où l'on remplace  $\mathbf{B}(n)$  par  $\mathbf{B}(n) + \mathbf{K}$ , ce qui permet notamment de traiter les situations où  $\mathbf{B}(n)$  est nul ou très faible pour certaines fréquences

2°  $\beta(k)$  est imparfaitement ou pas du tout connu

La solution du problème n'est pas unique et une information *a priori* sur  $\alpha(k)$  et  $\beta(k)$  est nécessaire.

Dans le cas où  $\gamma(k)$  est sujet à une perturbation additive  $b(k)$  :

$$(2.3) \quad \xi(k) = \gamma(k) + b(k)$$

il est indispensable d'en tenir compte dans les deux situations et toute solution est entachée d'une erreur qu'il va falloir minimiser.

En sismique réflexion, on se trouve, en général, dans la situation 2 où seule l'observation est disponible. Les termes  $\gamma(k)$ ,  $\alpha(k)$  et  $\beta(k)$  représentent respectivement la trace  $y(k)$ , la fonction de réflectivité  $r(k)$  et l'ondelette  $w(k)$ . L'opération consiste à estimer, à partir de la trace sismique  $y(k)$  ou  $x(k)$ , la séquence  $r(k)$  des coefficients de réflexion qui donne une image de la géologie du sous-sol.

Pour résoudre ce problème, un nombre important de méthodes a été développé, chacune de ces méthodes s'appuyant sur un certain nombre d'hypothèses faites *a priori* sur l'ondelette ou la fonction de réflectivité. Le succès de ces méthodes va dépendre du degré d'ajustement du modèle à la trace réelle.

Ces méthodes peuvent être classées en deux groupes importants :

1° les méthodes paramétriques qui supposent un modèle donné pour la trace ou pour le filtre inverse : modèle AR, ARMA, MA et qui reposent sur l'optimisation d'un critère pour la détermination du filtre;

2° les méthodes non paramétriques qui résolvent directement le problème de déconvolution à partir du modèle convolutionnel de la trace sismique.

#### 4. Les méthodes considérées

L'objectif du présent rapport étant une étude comparative, nous traitons des méthodes appartenant à chacun des deux groupes.

##### 4.1. MÉTHODES PARAMÉTRIQUES

###### 4.1.1. Méthodes AR

Rappelons que la prédiction AR est un filtrage optimal au sens de Wiener, où le signal de référence est égal à la trace décalée d'une distance  $D$ , appelée distance de prédiction.

Lorsque  $D=1$ , ces méthodes supposent toutes, une ondelette  $w(k)$  du type AR :

$$(2.4) \quad w(k) = - \sum_{j=1}^P a(j) \cdot w(k-j) + \delta(k)$$

où  $a(j)$  :  $j=1$  à  $P$  sont les coefficients du filtre AR d'ordre  $P$ . Ce filtre permet d'obtenir l'ondelette à l'instant  $k$  à partir des  $P$  valeurs précédentes :  $w(k-P)$ ,  $w(k-P-1)$ , ...,  $w(k-1)$ .

Par transformation en  $z$ , la relation (2.4) devient :

$$(2.5) \quad w(z) = 1 \left( 1 + \sum_{j=1}^P a(j) \cdot z^{-j} \right)$$

L'ondelette est donc associée au filtre d'erreur de prédiction  $[1, a(1), \dots, a(P)]$  par une relation d'inversion. La relation (2.5) suppose donc une ondelette à phase minimale.

Des relations (1.5) et (2.4) on obtient une expression pour la trace sans bruit :

$$(2.6) \quad y(k) = - \sum_{j=1}^P a(j) \cdot y(k-j) + r(k)$$

La relation (2.6) montre que le filtre AR appliqué à la trace donne une prédiction de la trace à l'instant  $k$  :

$$(2.7) \quad \bar{y}(k) = - \sum_{j=1}^P a(j) \cdot y(k-j)$$

qui, retranchée à la valeur  $y(k)$ , donne un résidu de prédiction  $e(k)$  égal à la séquence  $r(k)$  des coefficients de réflexion lorsque le filtre est parfaitement connu :

$$(2.8) \quad e(k) = y(k) - \bar{y}(k) = r(k)$$

##### Techniques de détermination du filtre AR

— Méthode par estimation de la fonction d'autocorrélation de l'ondelette

Pour une ondelette AR [relation (2.4)], les coefficients  $a(j)$  vérifient les équations dites normales ou de Yule-Walker :

$$(2.9) \quad \sum_{j=1}^P a(j) \cdot \Phi(i-j) = -\Phi(i), \quad i=1 \text{ à } P$$

où  $\Phi$  désigne la fonction d'autocorrélation de l'ondelette. Les coefficients  $a(j)$  peuvent être obtenus à partir des  $P+1$  premières valeurs  $\Phi(0)$ ,  $\Phi(1)$ , ...,  $\Phi(P)$  de la fonction d'autocorrélation de l'ondelette et le calcul fait à l'aide de l'algorithme récursif de Levinson. Si  $\Phi$  est connu (signature source disponible ou déterminée par ailleurs), le problème est résolu. Dans ce qui suit, on verra comment procéder dans le cas contraire.

— Méthode par estimation de la fonction d'autocorrélation de la trace (Méthode Levinson Fourier)

Si l'on suppose que la fonction de réflectivité est une séquence blanche, la fonction d'autocorrélation  $R$  de la trace est égale à celle de l'ondelette multipliée par la puissance  $\sigma_r^2$  de la séquence des coefficients de réflexion :

$$(2.10) \quad E\{y(k) \cdot y(1)\} = R(k-1) = \sigma_r^2 \cdot \Phi(k-1)$$

Utiliser  $\Phi(i)$  ou  $\sigma_r^2 \cdot \Phi(i)$  dans l'algorithme de Levinson aboutit au même filtre. En effet, des relations (2.9) et (2.10), on tire :

$$(2.11) \quad \sum_{j=1}^P a(j) \cdot R(i-j) = -R(i), \quad i=1 \text{ à } P$$

— Méthode par estimation du cepstre d'énergie (Méthode Levinson Cepstre)

L'hypothèse de réflectivité blanche n'est pas nécessaire et l'estimation se fait après séparation dans le cepstre d'énergie, des images de l'ondelette et de la fonction de réflectivité.

Nous rappelons que le cepstre d'énergie d'une séquence  $y(k)$  :

$$(2.12) \quad \hat{y}_E(q) = F^{-1} [\text{LOG}(|F(y(k))|)]$$

$q$  désignant la variable quéfrence, a pour propriété de transformer un produit de convolution en une somme :

$$(2.13) \quad y(k) = w(k) * r(k) = \hat{y}_E(k) = \hat{w}_E(k) + \hat{r}_E(k)$$

L'ondelette  $w(k)$  étant concentrée, en temps, au voisinage de l'origine, son cepstre d'énergie  $w_E(k)$  l'est aussi, ce qui n'est, en général, pas le cas du cepstre d'énergie  $r_E(k)$  de la fonction de réflectivité [2]. Si les deux termes  $\hat{w}_E(k)$  et  $\hat{r}_E(k)$  sont séparables, alors l'autocorrélation  $\Phi(k)$  de l'ondelette peut être estimée par transformée inverse de  $\hat{w}_E(k)$  (fig. 2.1).

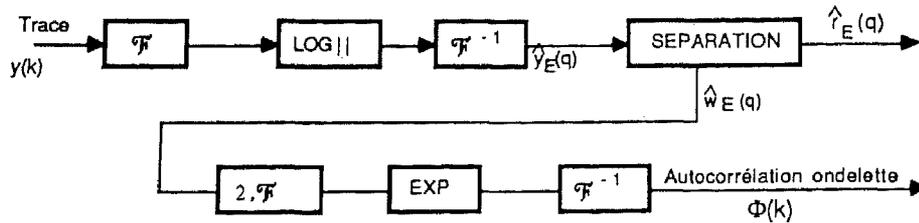


Fig. 2.1. — Estimation de la fonction d'autocorrélation de l'ondelette à partir du cepstre d'énergie de la trace.

L'intérêt de cette méthode est que lorsque la séparation est possible, l'autocorrélation  $\Phi(k)$  est obtenue sans hypothèse spectrale sur la fonction de réflectivité. Ce qui permet d'avoir un filtre sans contrainte sur la longueur de l'autocorrélation et donc sur l'ordre du filtre AR.

### — Méthode de covariance

La fonction de réflectivité étant supposée blanche, les coefficients  $a(j)$  sont ceux qui rendent minimale l'erreur quadratique moyenne sur la trace, c'est-à-dire sur la réalisation considérée. On aboutit aux équations de Yule-Walker où  $\mathbf{R}$  est une matrice de covariance de terme courant :

$$(2.14) \quad R(i, j) = \sum_{k=0}^{N-1} y(k+P-i) \cdot y(k+P-j)$$

Lorsque  $N$  n'est pas très grand devant  $P$  (séquences courtes), cette matrice n'est plus à structure de Toeplitz et la récurrence de Levinson n'est plus vérifiée par les coefficients  $a(j)$ . La résolution des équations normales peut se faire alors, de manière non récursive, par factorisation de Cholesky de la matrice  $\mathbf{R}$ .

Dans le cas de signaux aléatoires stationnaires, il n'y a pas lieu en fait de privilégier la prédiction avant ( $k$  croissants) sur la prédiction arrière ( $k$  décroissants). Marple [13] a obtenu un algorithme récursif sur l'ordre, en minimisant, sur la réalisation considérée, la moyenne des erreurs quadratiques de prédictions avant et arrière. On aboutit alors à des équations normales où la matrice  $\mathbf{R}$  de terme courant :

$$(2.15) \quad R(i, j) = \sum_{k=0}^{N-1} [y(k+P-i) \cdot y(k+P-j) + y(k+i) \cdot y(k+j)]$$

est une somme de matrices à structure de Toeplitz.

*Remarque :* Les techniques précédentes supposent l'inversion d'une matrice de corrélation ou de covariance.

En cas de mauvais conditionnement de la matrice, on peut introduire un facteur dit de préblanchiment par addition à la diagonale principale de cette matrice, pour stabiliser les calculs.

### — Méthode de Kalman

Le processus AR étant décrit par les coefficients  $a(j)$ , on peut le modéliser par l'équation d'état :

$$(2.16) \quad \mathbf{X}(k) = \mathbf{X}(k-1) + \mathbf{V}(k)$$

où :  $\mathbf{X}(k) = [a(k, 1), \dots, a(k, P)]^T$  : vecteur filtre à l'instant  $k$  et  $\mathbf{V}(k)$  un bruit d'état.

L'équation d'observation s'écrit alors :

$$(2.17) \quad y(k) = -\mathbf{H}^T(k) \cdot \mathbf{X}(k) + r(k)$$

avec :  $\mathbf{H}^T(k) = [y(k-1), \dots, y(k-P)]$  : vecteur d'observation.

Les hypothèses suivantes sont faites :

$$(2.18 a) \quad E\{\mathbf{X}(0)\} = \mathbf{m}_0, \quad E\{\mathbf{X}(0) \cdot \mathbf{X}(0)^T\} = \mathbf{P}(0)$$

$$(2.18 b) \quad \begin{cases} E\{\mathbf{V}(k)\} = \mathbf{0}, \\ E\{\mathbf{V}(k) \cdot \mathbf{V}^T(j)\} = \mathbf{Q}(k) \cdot \delta_{kj} \cdot \mathbf{I} \end{cases}$$

$$(2.18 c) \quad E\{r(k)\} = 0, \quad E\{r(k) \cdot r(j)\} = \sigma_r^2 \cdot \delta_{kj}$$

Le calcul du filtre de prédiction se fait de façon itérative, à chaque instant  $k$ , par minimisation, compte tenu des observations jusqu'à cet instant, de l'espérance de l'erreur quadratique de prédiction :

$$E\left\{ \sum_{i=0}^k e^2(i) \right\}.$$

L'algorithme résumé figure 2.1 calcule à chaque instant  $k$  le résidu de prédiction ou innovation  $e(k)$ . Pour cela, il détermine successivement le gain de Kalman  $\mathbf{K}(k)$ , le vecteur d'état  $\mathbf{X}(k)$  et la matrice de covariance d'erreur  $\mathbf{P}(k)$  [13].

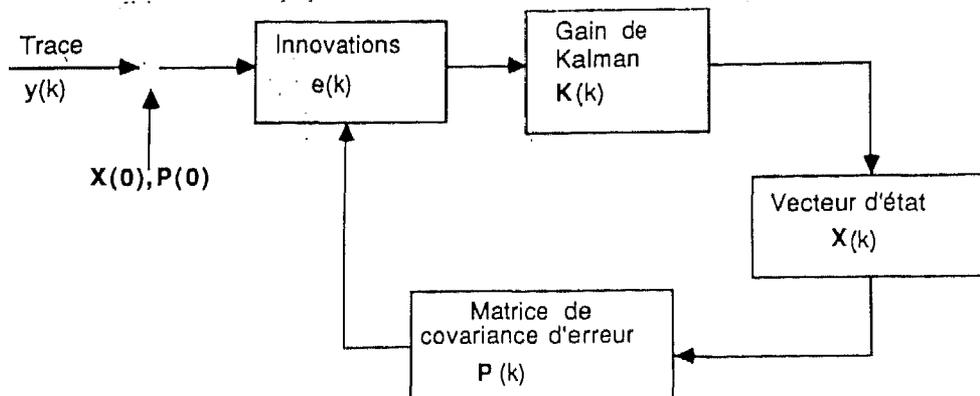


Fig. 2.2. — Filtre de Kalman AR. Algorithme de calcul de la trace déconvoluée.

Le calcul adaptatif des covariances des bruits se fait comme suit :

$$(2.19) \quad \sigma_i^2(k) = [(k-1) \cdot \sigma_i^2(k-1) + e^2(k)]/k$$

$$(2.20) \quad \mathbf{Q}(k) = [(k-1) \cdot \mathbf{Q}(k-1) + \mathbf{q}(k) \cdot \mathbf{q}^T(k)]/k$$

où :

$$\mathbf{q}(k) = \mathbf{X}(k) - \mathbf{X}(k-1)$$

Lorsque le bruit d'état  $\mathbf{V}(k)$  est nul [ $\mathbf{q}(k)=0$ ], l'adaptation du filtre se fait, uniquement par rapport au rajout d'un échantillon à l'instant  $k$ , par l'intermédiaire du vecteur d'observation  $\mathbf{H}(k)$ . Si  $\mathbf{V}(k)$  n'est pas nul, il introduit un facteur de non-stationnarité dans le système, ce qui permet de traiter certains types de processus non stationnaires.

— Méthode multi-impulsionnelle

Lorsque la fonction de réflectivité n'est pas blanche, le résidu de prédiction AR peut donner une estimée très éloignée de la série des coefficients de réflexion.

La méthode multi-impulsionnelle essaie de traiter le cas d'une ondelette de type AR associée à une fonction de réflectivité non blanche, formée de quelques impulsions non nulles :

$$(2.21) \quad r(k) = \sum_j r_j \cdot \delta(k-k_j), \quad k_j = j \cdot \Delta T$$

En prenant comme erreur instantanée, à la place du résidu de prédiction, l'écart entre ce résidu et la fonction de réflectivité vraie :

$$(2.22) \quad e(k) = e(k) - r(k)$$

on obtient de nouvelles équations normales :

$$(2.23) \quad \sum_{j=1}^P a(j) \cdot R(j-i) = -R(i) + S(i), \quad 1 \leq i \leq P$$

où  $S(i) = E\{r(k) \cdot y(i-k)\}$ : intercorrélacion entre l'entrée  $r(k)$  du filtre-source et la sortie  $y(k)$ . Les équations (2.11) et (2.23) ne sont équivalentes que si  $S(i)=0$  pour  $1 \leq i \leq P$ , c'est-à-dire si  $r(i)$  est blanc et donc décorréolé de  $y(k-i)$  pour  $1 \leq i \leq P$ .

L'ondelette peut être estimée par une des méthodes décrites précédemment et une fonction de réflectivité approchée est donnée par le résidu de prédiction. La trace est alors reconstituée, en prenant comme réflectivité  $e(k)$  et comme ondelette  $w(k)$ , celle estimée, pondérée par une porte exponentielle décroissante de facteur  $\gamma (\gamma \leq 1)$ . Cette pondération équivaut à remplacer le filtre  $F(z)$  par  $F(\gamma z)$  et améliore la stabilité [4].

Le procédé d'estimation des réflexions est sous-optimal et séquentiel (fig. 2.3). Un premier pic  $r_i$  est déterminé en position et en amplitude en minimisant l'écart quadratique moyen entre la trace référence  $d(k)$  décrite précédemment et la trace modèle  $m(k)$  égale au produit de convolution de ce pic par l'ondelette pondérée  $w(k)$ .

— L'amplitude optimale est égale à :

$$(2.24) \quad r_i = \Psi(k_i) / \Omega(k_i, k_i)$$

— La position optimale  $k_i$  maximise la quantité :

$$(2.25) \quad E' = \Psi(k_i) / \Omega(k_i, k_i)$$

où  $\Psi$  et  $\Omega$  désignent respectivement l'intercorrélacion référence-ondelette et la covariance de l'ondelette. La contribution du pic estimé est ensuite enlevée de la trace  $d(k)$  ou de l'intercorrélacion  $\Psi(k)$  et l'estimation reprise, de façon itérative, sur les mêmes bases, jusqu'à l'obtention des  $N-1$  impulsions voulues.

Dans le cas de séquences courtes, l'algorithme est de type covariance. Lorsque  $N$  est suffisamment grand, il est de type corrélation et il en résulte une simplification majeure qui consiste à placer la réflexion au maximum de  $|\Psi(k_i)|$ , puisque  $\Omega(k_i, k_i)$  n'est autre que la valeur  $\Phi(0)$  de la fonction d'autocorrélacion de l'ondelette.

Après placement des  $N-1$  impulsions, on peut procéder à une réoptimisation linéaire des amplitudes par minimisation de l'erreur quadratique moyenne :

$$(2.26) \quad E = \sum_k \left[ d(k) - \sum_{i=1}^{N-1} r_i \cdot w(k-k_i) \right]^2$$

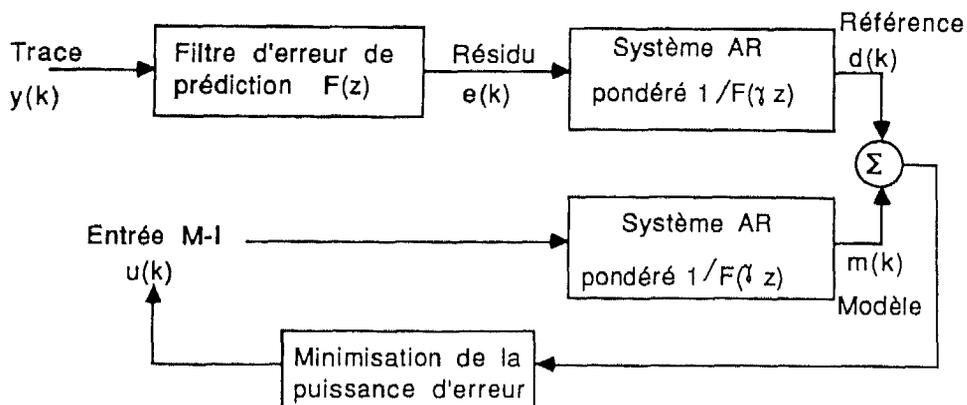


Fig. 2.3. — Déconvolution à entrée multi-impulsionnelle. Algorithme de calcul de la trace déconvoluée.

### 4.1.2. Méthode MA : une méthode à entropie minimale

La paramétrisation porte ici sur le filtre inverse uniquement, qui est supposé de type MA.

Wiggins [27] a développé une méthode itérative qu'il a appelé déconvolution à entropie minimale, qui ne fait pas d'hypothèse explicite sur la nature de la phase de l'ondelette et repose essentiellement sur la notion de « simplicité » utilisée en analyse factorielle et mesurée pour un vecteur  $\mathbf{x}$ , à l'aide du kurtosis :

$$(2.27) \quad V(\mathbf{x}) = \left[ \sum_k x^4(k) / \left[ \sum_k x^2(k) \right]^2 \right]$$

où :

$$\mathbf{x} = [x(0), x(1), \dots, x(N-1)]^T$$

L'objectif de la méthode étant la recherche d'une structure simple pour la fonction de réflectivité. Cette structure sera formée de quelques impulsions de forte amplitude et servira comme base pour maximiser le critère précédent. On cherche alors, à déterminer un filtre ( $F \in \mathbb{R}^p$ ) linéaire à structure MA qui, appliqué à la trace sismique, au lieu de la blanchir comme les méthodes AR, en donne une structure formée de quelques impulsions de fortes amplitudes et cohérentes avec la trace initiale. Cabrelli [6] a, en posant une définition de critères équivalents, développé un algorithme non itératif utilisant une nouvelle norme :

$$(2.28) \quad D(\mathbf{r}) = \text{Sup} \{ \text{Max} |r(i)| / |\mathbf{r}| \}$$

Cette méthode consiste à trouver le filtre  $F$  qui maximise la quantité  $|r(i)| / |\mathbf{r}|$ .

De l'expression (2.28), on voit que le calcul du filtre optimal  $F$  consiste à :

1° trouver les filtres qui maximisent  $|r(i)| / |\mathbf{r}|$  pour tout  $i$ ;

2° déterminer le filtre qui correspond au maximum maximum sur  $i$ .

En dérivant  $|r(i)| / |\mathbf{r}|$  par rapport aux coefficients  $a(j)$  du filtre, on trouve les équations normales qui donne le filtre à extrémum pour chaque  $i$

$$(2.29) \quad [r(i) / |\mathbf{r}|^2] \cdot \sum_{j=0}^P a(j) \cdot R(j-k) = y(k-j),$$

$$k=0 \text{ à } P-1$$

Le facteur  $r(i) / |\mathbf{r}|^2$  n'est pas pris en compte dans les calculs et l'algorithme nécessite au préalable l'estimation de la fonction d'autocorrélation de la trace et utilise la récursion de Levinson pour la détermination du filtre.

### 4.2. MÉTHODE NON PARAMÉTRIQUE : LA MÉTHODE HOMOMOPHIQUE

Rappelons que le cepstre complexe d'une séquence  $y(k)$  s'écrit :

$$(2.30) \quad \hat{y}(q) = F^{-1} [\text{LOG}_C(F(y(k)))]$$

Il réalise un isomorphisme de l'espace convolutif des signaux vers l'espace additif.

L'expression de la trace se transforme en :

$$(2.31) \quad \hat{y}(q) = \hat{w}(q) + \hat{r}(q)$$

Lorsque les images  $\hat{w}(q)$  et  $\hat{r}(q)$  sont séparables, de simples coupures suffisent pour les isoler et obtenir  $w(k)$  et  $r(k)$  par isomorphisme inverse (fig. 2.4). En général, deux coupures, l'une positive : C1, l'autre négative : C2, sont nécessaires. La partie du cepstre entre C1 et C2 correspond à celui de l'ondelette et équivaut par isomorphisme inverse à une estimée de l'ondelette qui donne la trace déconvoluée après division spectrale de la trace par l'ondelette estimée (ou déconvolution déterministe) : c'est l'option BQ (basse quéfrece); la partie extérieure correspond à celui de la fonction de réflectivité et donne par cepstre inverse

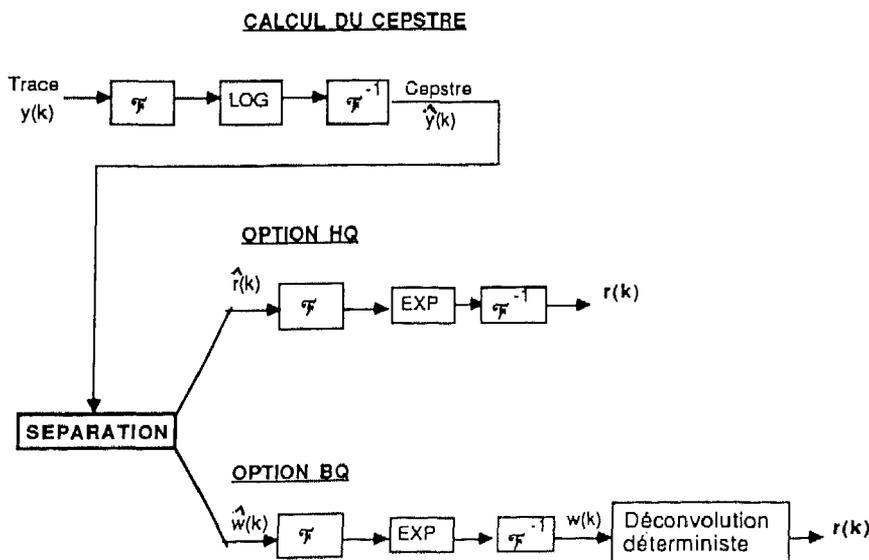


Fig. 2.4. — Déconvolution homomorphique. Estimation directe de la réflectivité par l'option HQ. Estimation indirecte de la réflectivité par l'option BQ.

une estimée de la série des coefficients de réflexion : c'est l'option HQ (haute quéfrance). La méthode ne suppose, *a priori*, aucune hypothèse explicite sur l'ondelette ou la fonction de réflectivité et repose essentiellement sur la possibilité de séparation.

Un des problèmes majeurs de la mise en œuvre du cepstre complexe est le calcul de la phase continue de  $F[y(k)]$ . Plusieurs algorithmes ont été développés pour un calcul explicite de cette phase, mais des sauts intempestifs de  $2\pi$  peuvent subsister, ce qui introduit des erreurs dans le calcul du cepstre. Nous utiliserons ici, par contre, un algorithme récent [3] qui calcule directement et conformément à la théorie le cepstre complexe d'une série temporelle sans calcul explicite de la phase à partir de la relation :

$$(2.32) \quad F[q \cdot \hat{y}(q)] = F[k \cdot y(k)] / F[y(k)]$$

Dans le cas d'une ondelette à phase minimale, l'emploi du cepstre d'énergie suffit, car le cepstre complexe est causal et s'exprime à l'aide du cepstre d'énergie [5]. La séparation peut être améliorée en appliquant une pondération exponentielle décroissante à la trace. Cette pondération a pour effet, lorsqu'elle est suffisante, de rendre la fonction de réflectivité à phase minimale et de réduire le repliement de son cepstre sur celui de l'ondelette [5]. Le choix de cette pondération dépend de plusieurs facteurs : structure de la fonction de réflectivité, importance du bruit de dépondération après déconvolution. On peut aussi appliquer *a posteriori* un suréchantillonnage du spectre en ajoutant des valeurs nulles en fin de trace pour améliorer l'image du cepstre.

### 5. Étude comparative de données simulées

#### 5.1. PRÉSENTATION DES DONNÉES SIMULÉES

Un grand nombre de réflectivités, d'ondelettes et de réalisations de bruit ont été testé. Dans le présent rapport nous nous limiterons à ce qui suit :

*Réflectivités* (fig. 3.1)

Le modèle de réflectivité considéré est dit Bernouilli-gaussien. Il s'exprime à l'aide du produit :

$$(3.1) \quad r(k) = A(k) \cdot B(k)$$

où  $A(k)$  est un bruit gaussien (supposé centré et de variance  $C$ ) caractérisant l'amplitude des réflexions et

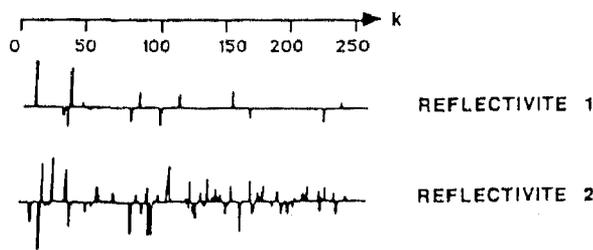


Fig. 3.1. — Données simulées. Modèle BG de réflectivité. Réflectivité 1 : peu dense  $\lambda=0,025$ . Réflectivité 2 : dense  $\lambda=0,125$ .

$B(k)$  une séquence de Bernouilli de probabilité  $\lambda$  d'occurrence d'une réflexion à l'instant  $k$  :

$$(3.2) \quad \begin{cases} p \{ B(k)=1 \} = \lambda \\ p \{ B(k)=0 \} = 1-\lambda \end{cases}$$

Ce modèle, bien que non valable dans tous les cas de figure, présente l'avantage de conserver le caractère aléatoire de la fonction de réflectivité, tout en gardant la liberté du choix de la densité des réflexions par l'intermédiaire du facteur  $\lambda$ , avec comme extrême un bruit blanc gaussien ( $\lambda=1$ ). Ce modèle semble convenir dans des zones où il existe des réflecteurs puissants.

Deux fonctions de réflectivité (fig. 3.1) calculées sur 256 points ( $\Delta T=2$  ms) avec bruit d'amplitude  $A(k)$  centré et normalisé sont utilisées : une peu dense : réflectivité 1 ( $\lambda=0,025$ ) et l'autre dense : réflectivité 2 ( $\lambda=0,125$ ).

*Ondelettes* (fig. 3.2)

L'étude a porté sur un éventail très large d'ondelettes : ondelettes AR stationnaire et non stationnaire, ondelettes ARMA, ondelette à phase nulle, signature de source marine.

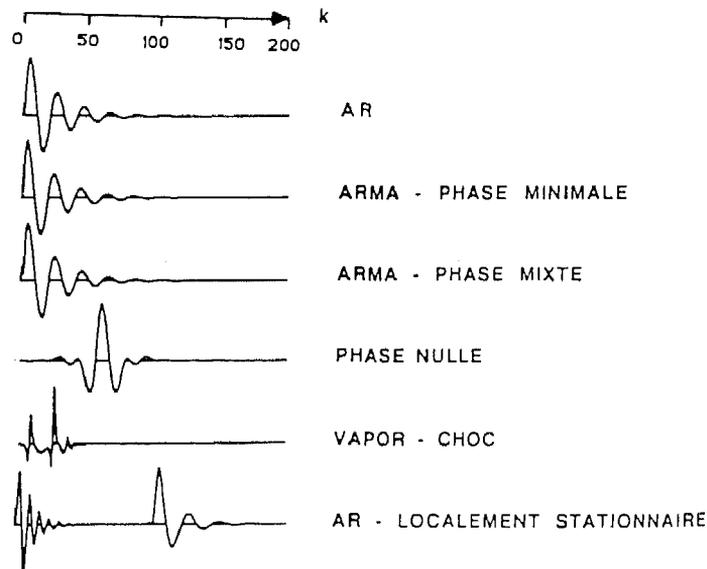


Fig. 3.2. — Données simulées. Modèles d'ondelettes.

*Bruit additif*

Deux sortes de bruit sont ajoutés à la trace. Un bruit blanc gaussien centré puis un bruit obtenu à partir du précédent après passage à travers un filtre passe-bas de Butterworth.

Chaque essai est caractérisé par un rapport signal à bruit  $\rho$  défini par :

$$(3.3) \quad \rho = R(0) / C_{bb}(0)$$

où  $R(0)$  et  $C_{bb}(0)$  désignent respectivement les valeurs centrales des fonctions d'autocorrélation de la trace sans bruit et de la réalisation de bruit.

## 5.2. CRITÈRES D'APPRÉCIATION DES RÉSULTATS

### Paramètres de traitement

L'ordre du filtre AR est choisi selon l'un des critères :

1° critère FPE défini par :

$$(3.4) \quad FPE(P) = (N + P + 1 / N - P + 1) \cdot E_{P+1}$$

où  $E_{P+1}$  désigne la puissance d'erreur à l'ordre P ;

2° critère à seuil à l'aide de la variation normalisée de la puissance d'erreur :

$$(3.5) \quad (E_{P+1} - E_P) / E_P < \varepsilon, \quad \varepsilon \text{ seuil} > 0$$

La variance  $Q_0$  du bruit d'état du filtre de Kalman évolutif est prise en général, assez petite :

$$(3.6) \quad 10^{-3} \leq Q_0 \leq 10^{-4} \quad (\text{en unités } C^2)$$

Le nombre de réflexions  $N1$ , à détecter dans la méthode multi-impulsionnelle, peut être fixé *a priori* ou bien déterminé à l'aide d'un critère d'arrêt sur la puissance d'erreur, qui éliminera les impulsions les plus faibles. Le choix du facteur perceptuel  $\gamma$  reste posé ; cependant, un facteur tel que  $0,65 \leq \gamma \leq 0,7$  semble convenir. Quant au facteur de discrimination  $S$  qui règle le compromis entre la détection de réflexions fictives supplémentaires et l'oubli d'un certain nombre de réflexions réelles, son choix dépend essentiellement de la densité des réflexions et par conséquent de celle du résidu de prédiction.

L'ordre du filtre de la méthode à entropie minimale peut être pris égal ou inférieur à celui du filtre AR. Cependant, une augmentation de l'ordre peut améliorer le résultat. Pour déterminer le filtre optimal, on peut, soit décrire toute la trace et calculer la norme pour chaque indice  $i$ , ou bien identifier la ou les zones où les réflecteurs les plus forts apparaissent et calculer la norme dans ces zones.

La pondération exponentielle à appliquer à la trace dans la méthode homomorphique doit être telle, qu'est éliminé le repliement dans l'image du signal  $q \cdot \gamma(q)$ . Le choix des coupures BQ et HQ se fait au vu d'un certain nombre d'essais.

### Critères de comparaison

L'objectif final étant l'estimation de la fonction de réflectivité, notre souci s'est porté sur l'évaluation de critères liés à la réponse du terrain plutôt qu'à celle de critères liés à l'ondelette.

Deux critères sont utilisés :

$$(3.7) \quad 1^\circ \quad C1: \sum [r(k) - \bar{r}(k)]^2 / |r|^2$$

$$(3.8) \quad 2^\circ \quad C2: F^{-1} [F[\bar{r}(k)] / F[r(k)]]$$

Le critère C1 est une distance normalisée entre les réflectivités vraie et estimée. Pour être utilisé convenablement, il nécessite la connaissance préalable de deux paramètres :

— le délai du filtre inverse  $w^{-1}(k)$  afin de recalculer  $\bar{r}(k)$  sur  $r(k)$  ;

— le coefficient de normalisation adéquat à appliquer à  $\bar{r}(k)$  pour être conforme à  $r(k)$  en amplitude. De ce fait, notre préférence va pour le critère qualitatif

C2, d'une utilisation plus facile. On distingue deux cas :

*Cas 1 : Trace sans bruit*

On montre facilement que ce critère est égal à :

$$(3.9) \quad C2 = w(k) * \bar{w}^{-1}(k)$$

c'est-à-dire au résultat de la déconvolution de l'ondelette de base. Dans ce cas, le résultat du traitement peut aller de l'impulsion de Dirac (déconvolution idéale) à l'ondelette même (pas de déconvolution).

*Cas 2 : Trace avec bruit additif*

Le critère C2 s'écrit :

$$(3.10) \quad C2 = w(k) * \bar{w}^{-1}(k) + F^{-1} [\text{Res}(n)]$$

où :

$$\text{Res}(n) = F[b(k)] / F[\bar{w}(k) * r(k)]$$

L'existence du terme résiduel  $\text{Res}(n)$  montre que le critère  $w(k) * \bar{w}^{-1}(k)$  lié à l'ondelette ne représente pas une bonne mesure de la qualité du traitement, puisque même une inversion idéale de l'ondelette ne signifie pas, pour autant, une bonne estimation de la fonction de réflectivité.

## 5.3. TRAITEMENT DE DONNÉES SANS BRUIT

Les cas traités sont identifiés à l'aide de la nature de l'ondelette considérée. Sur le côté droit des figures, nous avons mentionné les différents algorithmes utilisés. Nous avons appelé respectivement Levinson-Fourier et Levinson cepstre les deux algorithmes de calcul du filtre AR par estimation de la fonction d'autocorrélation d'une part à partir de la trace, d'autre part à l'aide du cepstre d'énergie. Pour les options BQ et HQ du cepstre complexe, il faut se reporter à la figure 2.4.

### Ondelette AR (fig. 3.3)

Le résultat est excellent pour la réflectivité 1. En effet, l'hypothèse de trace AR étant correctement vérifiée, l'autocorrélation de la trace approche bien celle de l'ondelette du moins sur la longueur du filtre ( $P=4$ ).

La méthode multi-impulsionnelle semble présenter deux inconvénients : elle associe au premier pic (le plus grand) une seconde impulsion de signe opposé et elle n'arrive pas à séparer des pics trop rapprochés. Ailleurs, les pics sont bien positionnés.

Le cepstre après pondération de 0,97, sépare très facilement l'ondelette de la fonction de réflectivité qui devient à phase minimale et permet ainsi une déconvolution idéale dans ses trois versions : cepstre d'énergie, filtrages BQ et HQ.

Pour une réflectivité plus dense (réflectivité 2), les méthodes de prédiction confirment le résultat précédent.

La méthode multi-impulsionnelle présente les mêmes inconvénients qu'auparavant ; cela est dû essentiellement au procédé de « détection » des réflexions qui associe, à un pic trop large dans l'intercorrélation, une ou plusieurs autres impulsions fictives ou, au contraire, ne sépare pas les réflexions trop rapprochées.

Le résultat de la méthode à entropie minimale est légèrement inférieur à celui obtenu précédemment. La séparation dans le cepstre étant très difficile, seul le cepstre d'énergie estime encore de façon valable l'ondelette, puisque cette option repose sur l'hypothèse vérifiée d'ondelette à phase minimale.

Ondelette ARMA à phase minimale (fig. 3.4)

Le résultat est d'un niveau sensiblement égal à celui obtenu pour l'ondelette AR. En effet, l'ondelette ARMA peut être approchée de façon satisfaisante par un signal AR proche de l'ondelette AR et d'ordre P supérieur ou égal à 4; de plus, le résidu d'erreur

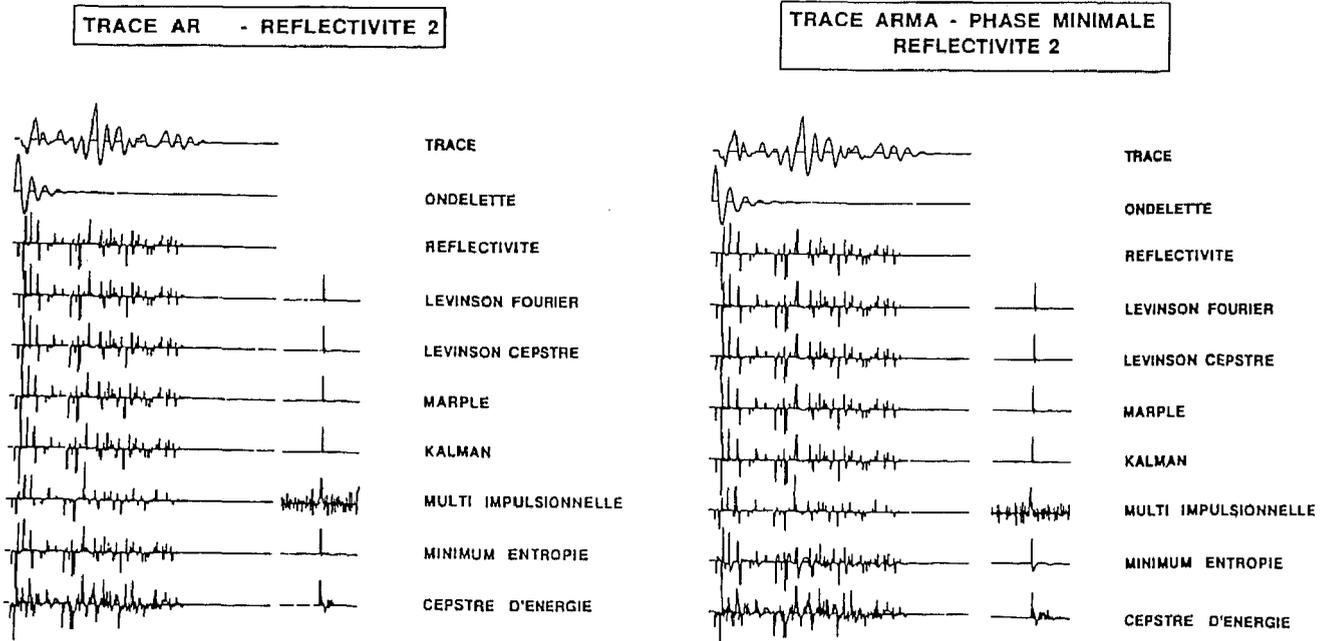
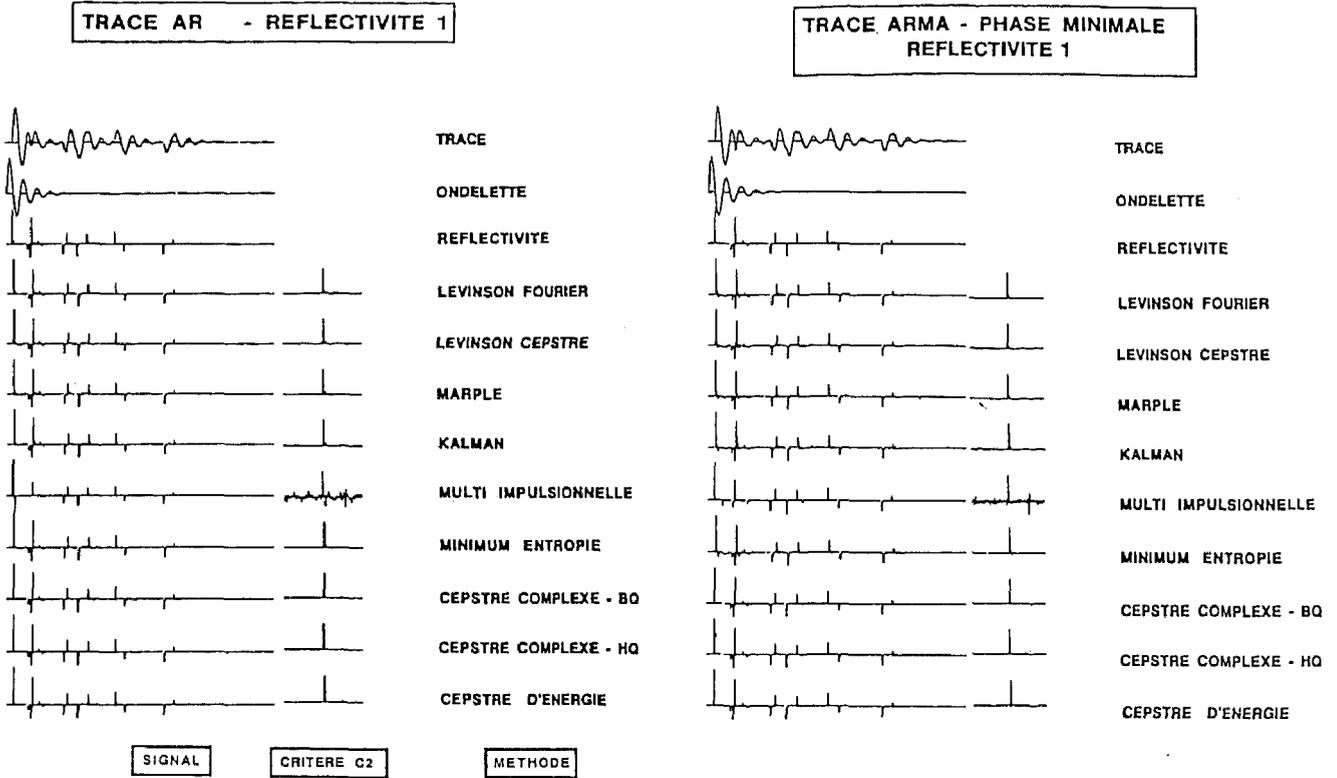


Fig. 3.3. — Trace AR. Résultats de la déconvolution pour les réflectivités 1 et 2.

Fig. 3.4. — Trace ARMA-phase minimale. Résultats de la déconvolution pour les réflectivités 1 et 2.

dû à la partie MA est faible, compte tenu du degré faible de cette partie ( $Q=4$ ). Chaque réflexion est ainsi remplacée par une convolution du pic considéré par la partie MA de l'ondelette source.

Par transformée en  $z$  la trace s'écrit :

$$(3.11) \quad y(z) = w(z) \cdot r(z)$$

avec :

$$(3.12) \quad w(z) = B(z)/F(z)$$

Puisque :

$$(3.13) \quad \bar{w}(z) \simeq 1/F(z)$$

le résidu de prédiction s'écrit alors :

$$(3.14) \quad e(z) \simeq B(z) \cdot r(z)$$

Plus la partie MA ( $B(z)$ ) de l'ondelette est concentrée ( $Q$  faible), plus le résidu de prédiction  $e(z)$  va se rapprocher de la fonction de réflectivité  $r(z)$ . Pour une fonction de réflectivité plus dense, le résultat semble légèrement meilleur à cause d'une meilleure vérification de l'hypothèse de réflectivité blanche.

### Ondelette ARMA à phase mixte (fig. 3.5)

Les méthodes de prédiction n'inversent pas de manière satisfaisante une ondelette de ce type. Chaque réflexion est alors remplacée par une convolution du pic en question par l'ondelette résiduelle  $w(k) * \bar{w}^{-1}(k)$ .  $\bar{w}(k)$  est AR mais peut être très « éloignée » de la partie AR de  $w(k)$ .

L'application de la méthode multi-impulsionnelle devient quelque peu hasardeuse. Si la détection des réflexions est, en général, assez bien réalisée, il n'en est pas de même pour la détermination des amplitudes.

Pour un ordre plus élevé :  $P=10$ , la méthode à entropie minimale démontre sa capacité à traiter une telle ondelette et le filtre inverse trouvé est à phase mixte.

La séparation dans le cepstre est moins aisée que précédemment. Cependant le résultat reste valable, surtout pour l'option HQ. En effet, il subsiste toujours, après pondération exponentielle, une zone de recouvrement entre l'ondelette et la fonction de réflectivité vers les quéfrences positives.

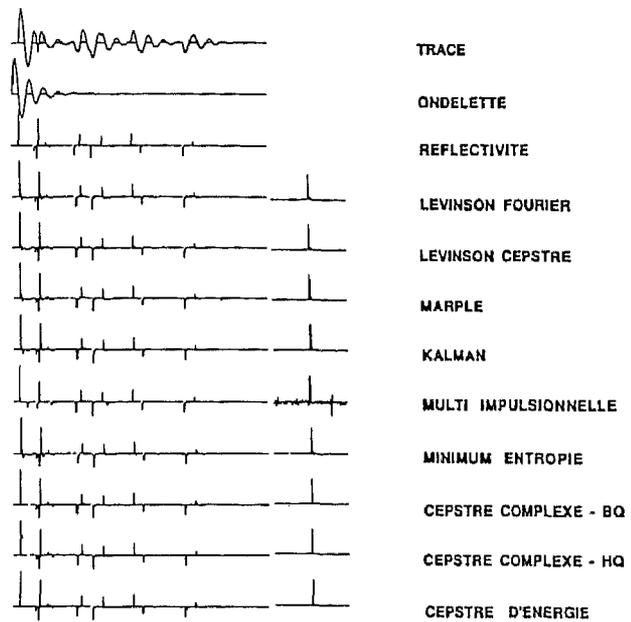
L'application des coupures  $C1=15$ ,  $C2=-8$  semble donner une erreur plus importante sur l'estimation de l'ondelette que sur la fonction de réflectivité.

La qualité est inférieure pour la réflectivité 2, car la densité des réflexions ne permet plus, par chevauchement des motifs remplaçant chaque impulsion, de discerner que les réflexions isolées ou les réflexions les plus fortes.

La méthode à entropie minimale est moins performante et présente la spécificité d'être plus efficace en présence de fonction de réflectivité moins dense.

La séparation dans le cepstre est quasi impossible, le cepstre de la fonction de réflectivité étant très étendu vers les basses quéfrences; seule la version cepstre d'énergie est présentée pour comparaison.

### TRACE ARMA - PHASE MINIMALE REFLECTIVITE 1



### TRACE ARMA - PHASE MINIMALE REFLECTIVITE 2

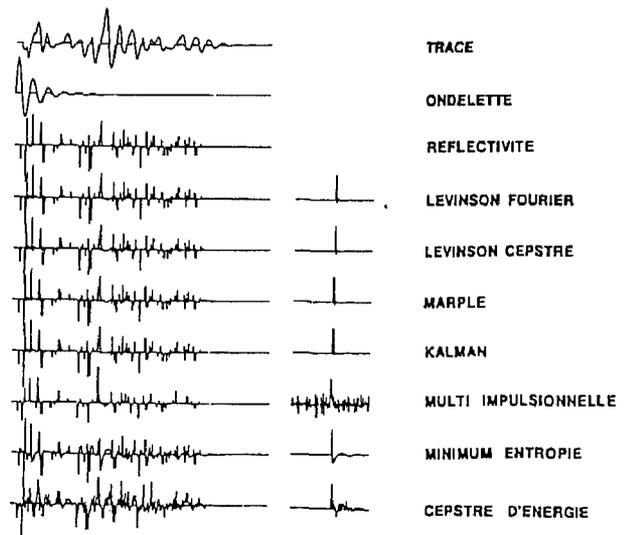


Fig. 3.5. — Trace ARMA-phase mixte.  
Résultats de la déconvolution pour les réflectivités 1 et 2.

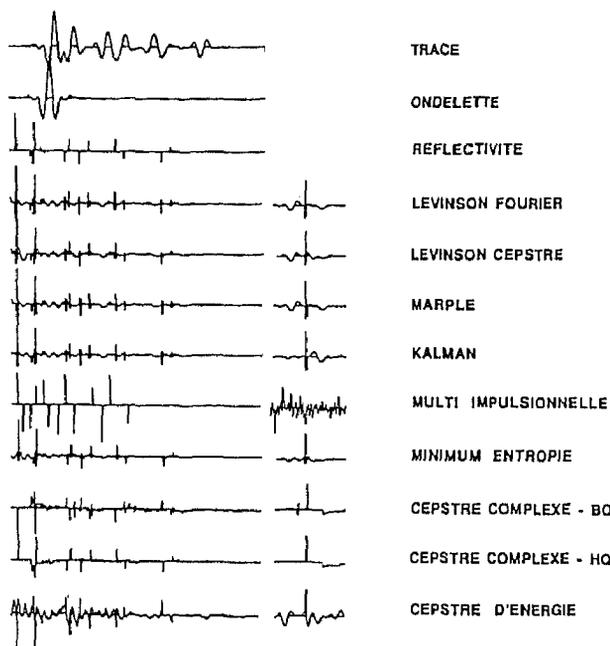
### Ondelette à phase nulle (fig. 3.6)

Les méthodes de prédiction semblent assez bien inverser ce type d'ondelette. Les réflexions sont bien identifiables, avec cependant un résidu d'erreur dû à une contraction insuffisante de l'ondelette.

Le résultat de la méthode multi-impulsionnelle est décevant à cause de la différence de nature des phases des ondelettes initiale et estimée.

L'ondelette estimée n'étant pas symétrique, on aboutit à une trace référence éloignée de la trace initiale et donc à une intercorrélacion peu fiable.

TRACE - PHASE NULLE  
REFLECTIVITE 1



TRACE - PHASE NULLE  
REFLECTIVITE 2

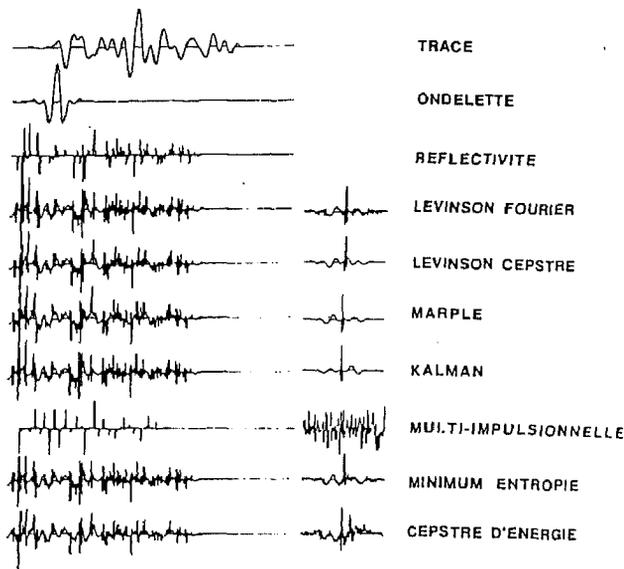


Fig. 3.6. — Trace phase nulle. Résultats de la déconvolution pour les réflectivités 1 et 2.

La méthode à entropie minimale est meilleure et confirme son aptitude à inverser une ondelette à phase non minimale. Le cepstre arrive à restituer la fonction de réflectivité par filtrage HQ. L'erreur, due aux coupures, affecte beaucoup plus l'option cepstre d'énergie où l'hypothèse d'ondelette à phase minimale n'est pas vérifiée. L'inversion de polarité qui existe dans la réflectivité estimée, est due à une indétermination de signe dans le cepstre.

Le résultat est en général, inférieur pour la réflectivité 2 à cause de la contraction insuffisante de l'ondelette et de la densité des réflexions. La méthode à entropie minimale n'est plus supérieure aux méthodes de prédiction.

Ondelette vapor-choc (fig. 3.7) <sup>(R)</sup>

L'ondelette ayant une structure d'écho et de surcroît une phase mixte, la déconvolution est médiocre sauf pour la méthode à entropie minimale pour un ordre du filtre  $P=10$  et à un degré moindre pour le filtre de Kalman qui semble supérieur aux méthodes de corrélation-covariance dans ce cas.

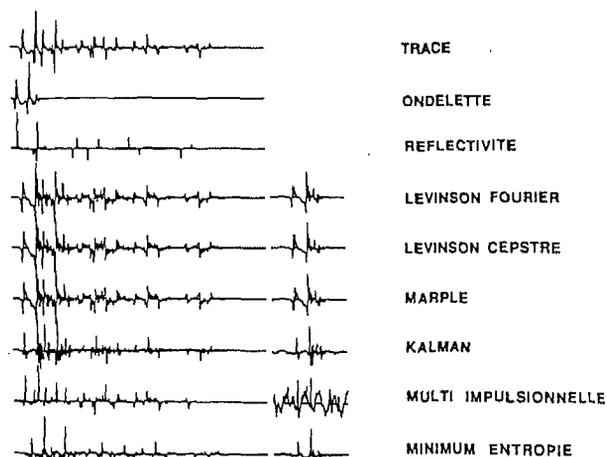
La méthode multi-impulsionnelle semble suivre la forme du signal avant déconvolution et détecte des réflexions fictives liées à la répétitivité de l'ondelette.

La séparation s'avère impossible dans le cepstre.

Le résultat se détériore considérablement pour une fonction de réflectivité plus dense.

<sup>(R)</sup> : Signature marine fournie par la Compagnie Générale de Géophysique (CGG) que nous remercions.

TRACE - VAPOR CHOC  
REFLECTIVITE 1



TRACE - VAPOR CHOC  
REFLECTIVITE 2

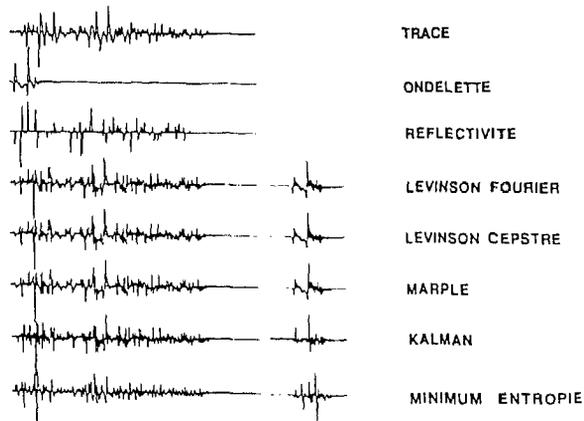


Fig. 3.7. — Trace Vapor-choc. Résultats de la déconvolution pour les réflectivités 1 et 2.

*Remarque :* On vérifie ainsi que les méthodes de corrélation-covariance n'arrivent pas à déconvoluer cette ondelette. Dans la réalité on enregistre au préalable la signature de la source, qui servira à faire une correction de phase de l'ondelette qui se propage dans le sous-sol.

*Ondelette AR non stationnaire* (fig. 3.8)

La trace correspondante est construite à partir de l'ondelette AR, en appliquant aux coefficients AR

correspondants une pondération exponentielle décroissante soit :

$$(3.15) \quad a(j, t) = a(j) \cdot (0,998)^t, \quad j=1 \text{ à } 4, \quad t > 0$$

Les méthodes de corrélation-covariance, le filtre de Kalman stationnaire, la méthode à entropie minimale et le cepstre donnent une fonction de réflectivité où les pics subissent un filtrage supplémentaire par le filtre d'évolution de l'ondelette,  $g_t(k)$  tel que :

$$(3.16) \quad w_t(k) = w_0(k) * g_t(k)$$

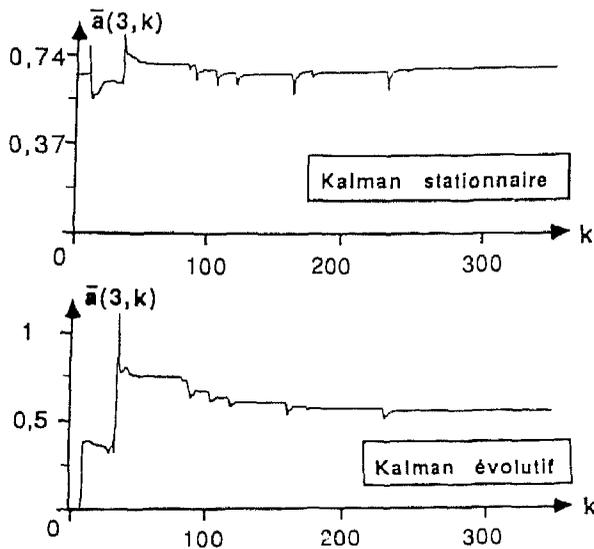
où  $w_t(k)$  désigne l'ondelette évolutive à l'instant  $k$ .  
De l'expression de la trace non stationnaire :

$$(3.17) \quad y_t(k) = w_t(k) * r(k)$$

on tire une estimée de la fonction de réflectivité :

$$(3.18) \quad \bar{r}_t(k) = [\bar{w}_0^{-1}(k) * w_0(k)] * [r(k) * g_t(k)]$$

On voit, alors, que la fonction de réflectivité estimée subit un filtrage supplémentaire par  $g_t(k)$ , seul élément non stationnaire dans l'expression (3.18). Ce filtre devenant plus impulsif avec le temps, les motifs remplaçant les réflexions dans  $r_t(k)$  vont l'être aussi. Le filtre de Kalman permet de mieux suivre l'évolution d'un processus variant lentement dans le temps et d'apurer les pics de réflexions, surtout en fin de trace. La trajectoire des paramètres estimés peut aussi révéler la présence de réflexions fortes qui semblent accélérer la convergence du processus (fig. 3.9).



3.9. — Trace AR non stationnaire. Filtrés de Kalman stationnaire et non stationnaire. Trajectoire des paramètres du filtre.  $a(3,0) = 0,49803$ .  $a(3,250) = 0,30192$ .

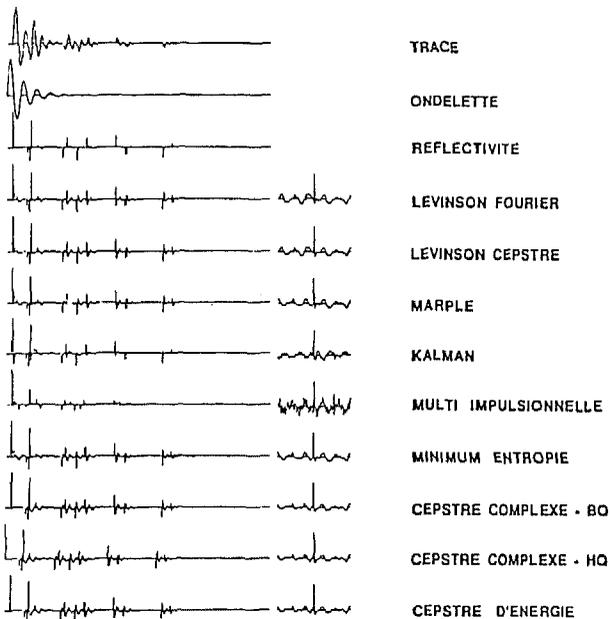
La méthode multi-impulsionnelle détecte assez bien les réflexions avec une atténuation des amplitudes, fonction du temps.

Le cepstre semble mieux estimer les toutes premières réflexions à l'inverse du filtre de Kalman qui présente une certaine « inertie » due à l'initialisation.

*Ondelette AR localement stationnaire* (fig. 3.10)

La trace considérée contient deux ondelettes différentes. Une première ondelette qui filtre la réflectivité

TRACE - AR NON STATIONNAIRE  
REFLECTIVITE 1



TRACE - AR NON STATIONNAIRE  
REFLECTIVITE 2

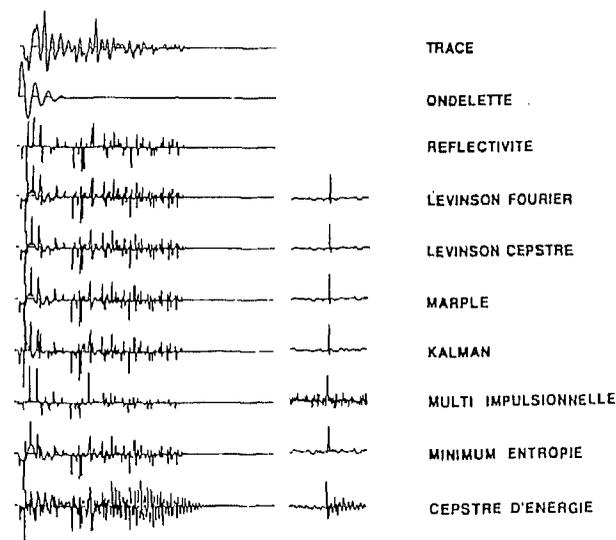


Fig. 3.8. — Trace AR non stationnaire. Résultats de la déconvolution pour les réflectivités 1 et 2.

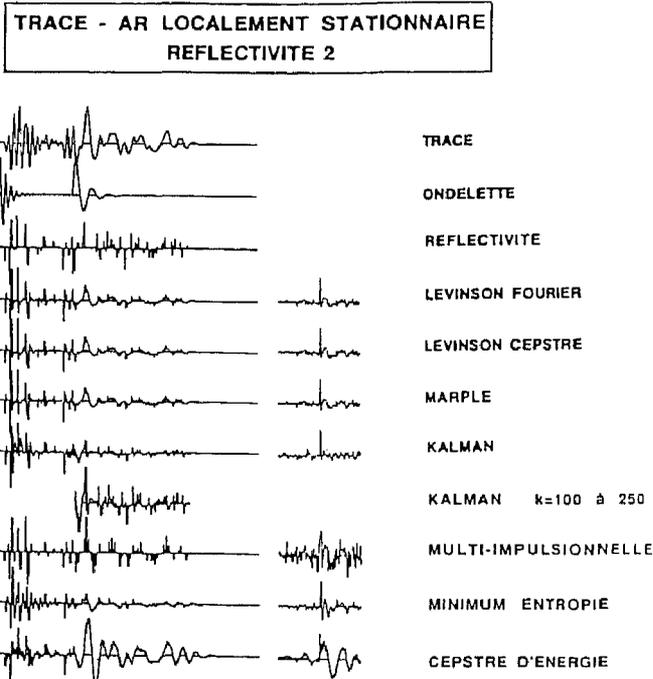
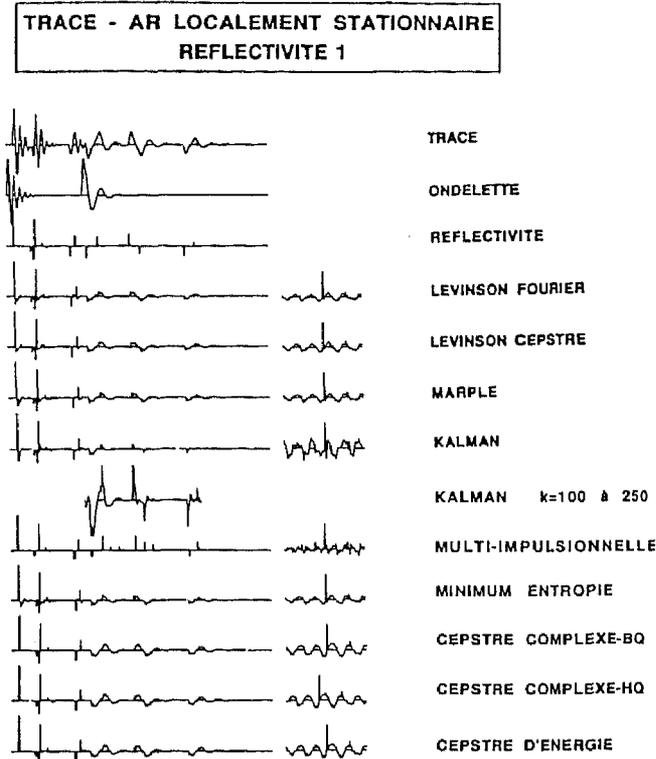


Fig. 3.10. — Trace AR localement stationnaire.  
Résultats de la déconvolution pour les réflectivités 1 et 2.

jusqu'à l'échantillon 100, et une deuxième, plus basse fréquence, qui réalise ce filtrage au-delà de cet échantillon.

En général, toutes les méthodes, et plus spécialement la méthode homomorphique, estiment une ondelette très proche de la première ondelette.

Les filtres de prédiction stationnaires semblent supérieurs au filtre de Kalman évolutif. Pour expliquer

cela, il faut se reporter aux trajectoires des paramètres du filtre de Kalman qui présentent une dissemblance dans l'évolution des coefficients aux alentours de l'instant 110, qui montre l'existence d'au moins deux filtres différents (fig. 3.11).

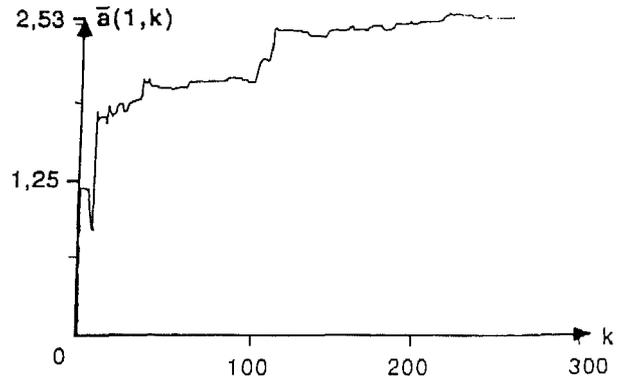


Fig. 3.11. — Trace AR localement stationnaire. Filtre de Kalman.  
Trajectoire des paramètres du filtre.  $a(1,0)=2.10472$ .  
 $a(1,101)=2.80156$ .

On constate que les deux versions du filtre de Kalman donnent des estimées d'ondelette à peu près équivalentes avant l'instant 110. Au-delà, l'adaptation est mal assurée pour les raisons suivantes :

1° convergence trop lente du filtre stationnaire;  
2° mauvaise initialisation du filtre (dans ses deux versions), pour la deuxième partie de la trace.

Quelle serait alors la procédure pour améliorer le résultat ?

Quand l'identification des différents filtres existant dans la trace est possible lors de la première itération de l'algorithme de Kalman, il y a lieu de :

1° identifier les fenêtres à filtres différents;  
2° appliquer des filtres (de Kalman ou autres) stationnaires sur chacune des fenêtres ou bien appliquer des filtres non stationnaires qui vérifient les conditions suivantes :

- initialisation à zéro au début de chaque fenêtre lors de la première itération;
- initialisation au début de l'itération 2 par les filtres trouvés à la fin de chaque fenêtre lors de l'itération 1.

#### 5.4. ÉTUDE AVEC BRUIT

L'étude a porté sur un éventail assez large de données. Afin de pouvoir comparer le comportement de toutes les méthodes, nous ne présentons ici que le cas de la trace AR-réflexivité 1.

Deux types de bruits sont utilisés :

- bruit I blanc gaussien centré et de variance  $\sigma_b^2$ ;
- bruit II obtenu par passage du bruit précédent, à travers un filtre passe-bas de Butterworth du deuxième ordre et de fréquence de coupure de 100 Hz (double de la fréquence maximale du signal) ou du quatrième ordre et de fréquence de coupure 50 Hz (égale à la fréquence maximale du signal).

L'étude a porté sur une gamme de rapports signal à bruit allant de 40 à 55 dB et nous ne présentons que les résultats qui nous ont semblé les plus significatifs.

## 5.4.1. Bruit blanc (bruit I)

Pour  $\rho=30$  dB, la méthode à entropie minimale identifie mieux les réflexions à cause d'un bruit de déconvolution plus faible; en effet la méthode favorise les pics les plus forts en amplitude et donc les réflexions.

La méthode multi-impulsionnelle estime mieux les réflexions isolées, grâce à l'application du facteur perceptuel  $\gamma$  qui compense favorablement l'effet du bruit additif. En effet, pour une trace référence :

$$(3.19) \quad d(k) = e(k) * \bar{w}^{-1}(k)$$

où :  $\bar{w}^{-1}(k) = F(k)$  désigne le filtre inverse estimé, l'intercorrrelation référence-ondelette estimée s'écrit :

$$(3.20) \quad C_{d, \bar{w}}(k) = [y(k) * F(k)] * C_{\bar{w}, \bar{w}}(k) + b(k) * \bar{w}(k)$$

Lorsque  $F(k)$  est bien estimé, on a :

$$(3.21) \quad r(k) \simeq y(k) * F(k)$$

et :

$$(3.22) \quad C_{d, \bar{w}}(k) \simeq r(k) * C_{\bar{w}, \bar{w}}(k) + b(k) * \bar{w}(-k)$$

L'intercorrrelation apparaît comme une image de la fonction de réflectivité, filtrée par l'impulsion symétrique  $C_{\bar{w}, \bar{w}}(k)$  à laquelle s'ajoute un bruit résiduel égal à  $b(k) * \bar{w}(-k)$ . Par application du facteur perceptuel  $\gamma$ , l'impulsion symétrique est contractée et le bruit résiduel est atténué.

L'intercorrrelation représente ainsi le point de départ à une bonne détection des réflexions.

Le cepstre semble le plus sensible au bruit; néanmoins l'ondelette estimée est encore valable et la qualité inférieure s'explique surtout par le terme résiduel  $\bar{w}^{-1}(k) * b(k)$  (fig. 3.12).

A partir de  $\rho=20$  dB, le modèle AR considéré pour les méthodes de prédiction s'éloigne du modèle réel (fig. 3.13), ce qui explique la détérioration du résultat.

La méthode à entropie minimale donne toujours un bruit de fond plus faible.

La méthode multi-impulsionnelle estime encore bien les réflexions isolées.

Le bruit influe considérablement sur le cepstre et ne permet plus de séparation satisfaisante.

## 5.4.2. Bruit coloré (bruit II)

### Bruit coloré à BF double

Pour  $\rho=30$  dB, le résultat est égal à celui obtenu pour  $\rho=40$  dB dans le cas de bruit blanc (fig. 3.14).

Pour  $\rho=25$  dB, le résultat reste très satisfaisant, avec cependant de meilleures performances pour les méthodes à entropie minimale et multi-impulsionnelle.

Pour  $\rho=15$  dB, la qualité, médiocre, égale sensiblement celle obtenue pour  $\rho=20$  dB dans le cas de bruit blanc, avec un comportement meilleur du cepstre qui s'explique par un effet du bruit moins néfaste sur la phase (fig. 3.15).

BRUIT BLANC  
S/B = 30 dB

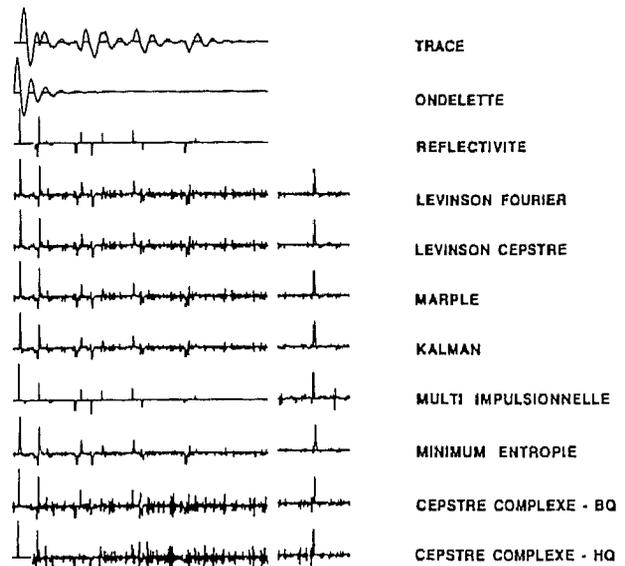


Fig. 3.12. — Trace AR-réflexivité 1 : Bruit blanc.  $\rho=30$  dB. Résultats de la déconvolution.

BRUIT BLANC  
S/B = 20 dB

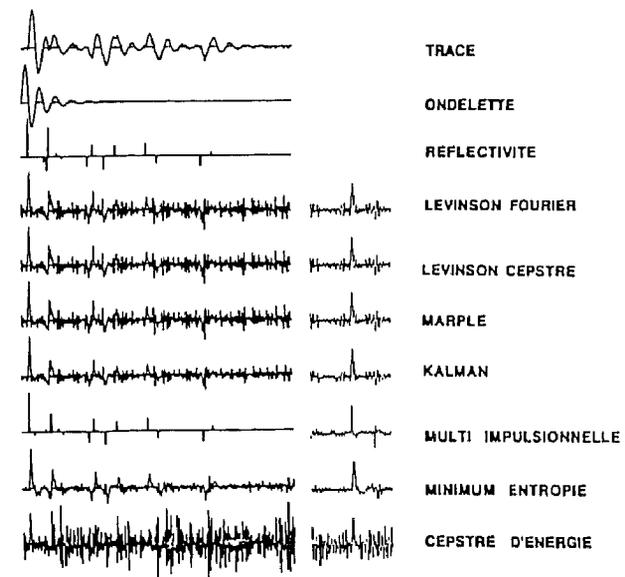


Fig. 3.13. — Trace AR-réflexivité 1 : Bruit blanc.  $\rho=20$  dB. Résultats de la déconvolution.

### Bruit coloré à BF égale

Pour  $\rho=30$  dB, la qualité du résultat dépasse celle obtenue, à puissance égale, dans les cas de bruit blanc ou bruit filtré à 100 Hz (fig. 3.16).

Pour  $\rho=15$  dB, on identifie encore mieux les réflexions que dans le cas du bruit à BF double. La « résolution » semble meilleure sauf pour le cepstre (fig. 3.17).

Il semble, du moins pour les méthodes AR, qu'à puissance égale, le bruit blanc soit plus nocif qu'un

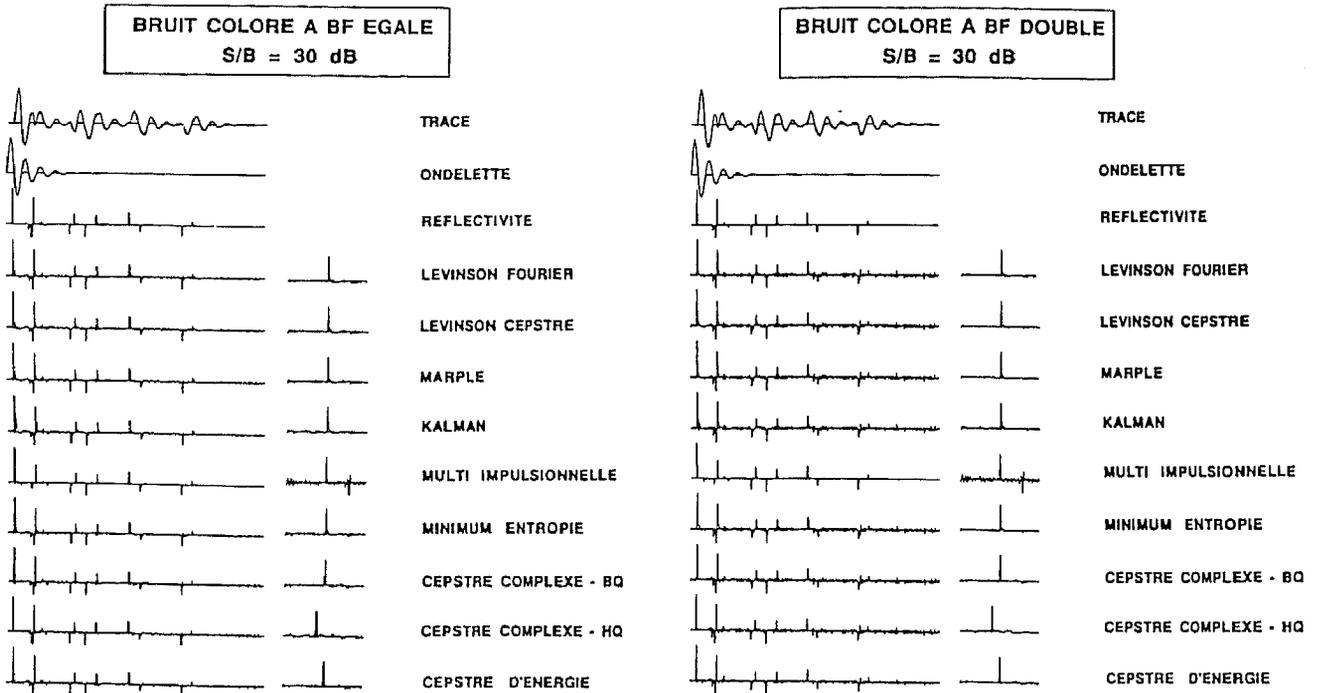


Fig. 3.14. — Trace AR-réflexivité 1 : Bruit coloré à BF double de celle du signal.  $\rho = 30$  dB. Résultats de la déconvolution.

Fig. 3.16. — Trace AR-réflexivité 1 : Bruit coloré à BF égale à celle du signal.  $\rho = 30$  dB. Résultats de la déconvolution.

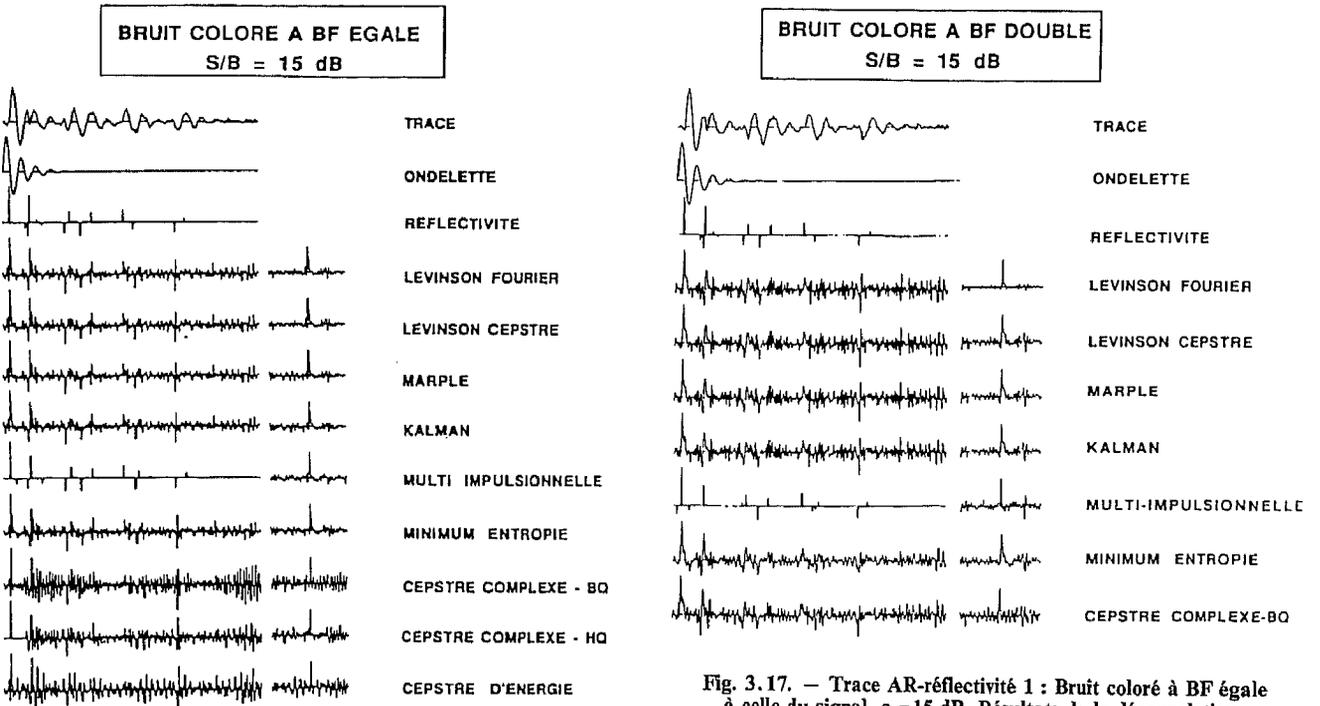


Fig. 3.15. — Trace AR-réflexivité 1 : Bruit coloré à BF double de celle du signal.  $\rho = 15$  dB. Résultats de la déconvolution.

Fig. 3.17. — Trace AR-réflexivité 1 : Bruit coloré à BF égale à celle du signal.  $\rho = 15$  dB. Résultats de la déconvolution.

bruit coloré. Une des raisons, est qu'un bruit blanc ne modifie la fonction d'autocorrélation de la trace qu'à l'origine alors qu'un bruit coloré le fait aussi pour les points voisins. Plus cette modification se rapproche en forme de la fonction d'autocorrélation de la trace, plus l'effet du bruit coloré s'identifie à l'application d'un facteur d'échelle sur l'autocorrélation de l'ondelette, ce qui, à la limite, ne change en rien l'estimation du filtre.

## Conclusion

Les méthodes de prédiction semblent être beaucoup plus sensibles à la nature de la phase de l'ondelette qu'à l'hypothèse de réflectivité blanche, d'où leur aptitude à inverser une ondelette ARMA à phase minimale.

La méthode de Kalman permet en outre de suivre certains types de non-stationnarité.

La méthode multi-impulsionnelle ne voit son emploi justifié qu'en cas de prédiction AR satisfaisante. Elle précise alors la position des pics principaux mais ne permet pas, parfois, de séparer les réflexions trop rapprochées ou en rajoute d'autres près d'un pic de forte amplitude.

Les autres méthodes peuvent, dans certaines situations, inverser une ondelette à phase non minimale : cas d'une réflectivité non dense pour la méthode à entropie minimale et séparation satisfaisante pour le cepstre.

A ondelette donnée et lorsque le résultat n'est pas bon pour une réflectivité initiale, il se détériore pour toute réflectivité plus dense. Ceci signifie qu'en cas de mauvaise estimation du filtre inverse, l'erreur augmente dans les zones du sous-sol où la concentration des couches géologiques est grande.

En présence du bruit d'observation, l'efficacité des méthodes semble, à puissance égale, inversement proportionnelle à la largeur de bande du bruit. La méthode multi-impulsionnelle permet de nettoyer le bruit dû à l'estimation AR grâce à l'application du facteur perceptuel.

La méthode à entropie minimale semble plus robuste à l'inverse du cepstre.

*Manuscrit reçu le 13 septembre 1988.*

## BIBLIOGRAPHIE

- [1] F. AMINZADEH et J. M. MENDEL, On the Bremmer series decomposition. Equivalence between two different approaches, *Geoph. Prosp.*, 28, 1980, p. 71-85.
- [2] J. C. BALLUET *et al.*, Séparation de 2 échos rapprochés par le cepstre d'énergie, *Anal. Télécom.*, 36, n° 7-8, 1981, p. 1/18-18/18.
- [3] J. B. BEDNARD et T. T. WATT, Calculating the complex cepstrum without phase unwrapping or integration, *IEEE Trans. On ASSP*, 3, n° 4, 1985, p. 1014-1017.
- [4] M. BEROUTI *et al.*, Efficient computation and encoding of the multipulse excitation for LPC, *Proc. ICASSP*, San Fiego, 1984, p. 10.1.1-10.1.5.
- [5] P. BOIS, Filtrage homomorphique, *Revue de l'IFP*, XXXIII, n° 5, 1978, p. 663-703.
- [6] C. A. CABRELLI, Minimum entropy deconvolution. A non iterative algorithm, *Geophysics*, 50, n° 3, 1984, p. 394-413.
- [7] J. EDUARDO-THOMAS, Multichannel estimate of the seismic wavelet, *Geophysics*, 51, n° 3, 1986, p. 838-843.
- [8] A. GUERCHAOUÏ *et al.*, Déconvolution de données de type sismique, *XI<sup>e</sup> colloque du GRETSI*, Nice, 1987.
- [9] A. GUERCHAOUÏ, Étude comparative des principales méthodes de déconvolution en prospection sismique, *Thèse DI*, INP Grenoble, juin 1988.
- [10] A. JURKEVICIS et R. WIGGINS, A critique of seismic deconvolution methods, *Geophysics*, n° 1, 1984, p. 2109-2116.
- [11] S. D. KOLLIAS et C. C. HALKIAS, An instrumental variable approach to minimum variance seismic deconvolution, *IEEE Trans. On GR*, 23, n° 6, 1985, p. 778-788.
- [12] G. D. LAZEAR, An examination of the exponential decay method of mixed phase wavelet estimation, *Geophysics*, 49, n° 2, 1984, p. 2094-2099.
- [13] A. K. MAHALANABIS *et al.*, On the application of the fast Kalman algorithm to adaptive deconvolution of seismic data, *IEEE Trans. On GR*, 21, n° 4, 1983, p. 426-433.
- [14] L. MARPLE, A new autoregressive spectrum analysis algorithm, *IEEE Trans. On ASSP*, 28, n° 4, 1980, p. 441-454.
- [15] J. M. MENDEL *et al.*, A novel approach to seismic processing and modeling, *Geophysics*, 46, n° 10, 1981, p. 1398-1414.
- [16] K. A. MYERS et B. D. TAPLEY, Adaptive sequential estimation with unknown noise statistics, *IEEE Trans. On AC*, 21, n° 8, 1976, p. 520-523.
- [17] D. W. OLDELBURG *et al.*, Wavelet estimation and deconvolution, *Geophysics*, 46, n° 11, 1981, p. 1528-1542.
- [18] S. PRASAD et A. K. MAHALANABIS, Adaptive filter structures for deconvolution of seismic signals, *IEEE Trans. On GR*, 18, n° 3, 1980, p. 267-2373.
- [19] A. POSTIC *et al.*, Parsimonious deconvolution, *50th SEG Meeting*, Houston, 1980.
- [20] E. A. ROBINSON et S. STREITEL, *Geophysical Signal Analysis*, Prentice Hall, Englewood Cliffs, 1980.
- [21] R. E. SHERIFF et G. P. GELDART, *Explorations Seismology*, 2, Data-Processing and data interpretation, Cambridge University Press, 1983, p. 40-47 et 146-198.
- [22] STOFFA *et al.*, The Application of homomorphic deconvolution shallow water marine seismology, *Geophysics*, 39, 1974, p. 401-426.
- [23] S. TREITEL et L. R. LINES, Linear inverse theory and deconvolution, *Geophysics*, 47, n° 8, 1982, p. 1153-1159.
- [23] J. M. TRIBOLET, A new phase unwrapping algorithm, *IEEE Trans. On ASSP*, 25, n° 2, 1977, p. 170-177.
- [25] A. T. WALDEN, Non-gaussian reflectivity, entropy and deconvolution, *Geophysics*, 50, n° 12, 1985, p. 2862-2888.
- [26] J. ULRICH, Application of holomorphic deconvolution to seismology, *Geophysics*, 36, 1971, p. 650-660.
- [27] R. A. WIGGINS, Minimum entropy deconvolution, *Geoexpl.*, n° 16, 1978, p. 21-35.