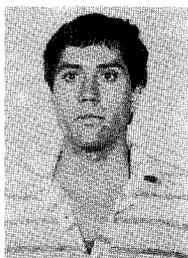


Récepteur récursif linéaire en sortie d'un canal à deux trajets de propagation

Linear recursive filter

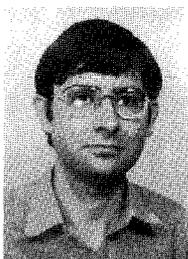
for a two paths communication channel



Jacques MARTIN

CEPHAG/ENSIEG, BP n° 46, 38402 SAINT-MARTIN-D'HERES CEDEX.

Diplômé ICPI en 1980. A soutenu une thèse de Docteur Ingénieur en Traitement du signal à l'INPG en 1983. Boursier CNET-CNRS depuis 1984 s'intéresse actuellement à l'identification et la modélisation des trajets multiples dans le milieu radio-urbain.



Hubert BOUCARD

SINTRA-ALCATEL, Département DSM, 1, avenue Aristide-Briand, 94117 ARCUEIL CEDEX.

Diplômé ENSIEG; a soutenu en 1987 une thèse de Docteur Ingénieur à l'INPG en traitement du signal. Travaille à THOMSON sur des applications pour le sonar des théories de l'estimation et de la détection.



Geneviève JOURDAIN

CEPHAG/ENSIEG, BP n° 46, 38402 SAINT-MARTIN-D'HERES CEDEX.

Geneviève Jourdain est Professeur à l'Institut National Polytechnique de Grenoble. Ingénieur ENSERG en 1967, Docteur Ingénieur en 1970 et Docteur ès Sciences en 1976, elle encadre une équipe de recherche au CEPHAG sur les thèmes suivants : Identification active de cibles et de milieux de propagation; récepteurs optimaux en détection-communication en sortie de milieux dispersifs. Une part importante de ses activités est liée à des applications en acoustique sous-marine. G. Jourdain est l'auteur d'une cinquantaine de publications ou communications à des congrès et a été responsable de huit thèses de doctorat. Elle est membre du conseil scientifique du GRETSI référée pour diverses revues (**Traitement du Signal, Signal Processing...**).

RÉSUMÉ

En transmission de données le phénomène de trajets multiples présent dans la plupart des milieux de propagation apporte une importante dégradation de la qualité de la liaison et conduit aux systèmes appelés « égaliseurs ».

Dans cet article, la technique de factorisation spectrale est appliquée pour résoudre l'équation de Wiener-Hopf qui se rencontre en égalisation. Pour un canal de transmission à deux trajets, comportant un bruit additif, nous proposons un récepteur récursif linéaire optimal au sens de l'erreur quadratique moyenne (EQM).

Nous donnons les formes analytiques du récepteur ainsi que de l'EQM en sortie. Les évolutions de la structure de l'estimateur ainsi que de l'EQM sont étudiées en fonction des paramètres du milieu (rapport d'amplitude des trajets, rapport signal sur bruit) et du retard d'estimation. Après quelques simulations illustrant les principaux résultats théoriques, le fonctionnement du récepteur est testé sur des données réelles dans le cadre d'une transmission acoustique sous-marine.

MOTS CLÉS

Estimation, filtre de Wiener complexe causal, transmission à deux trajets, égalisation.

SUMMARY

Data transmission is very often pertubated by multipath effect which appears in many propagation medium. This leads to the so called « equalizers » systems.

In this paper, spectral factorization technic is applied in order to solve Wiener-Hopf equation in an estimation context. This study is focused on the case of a two paths channel with additive noise and we propose a linear recursive filter which minimizes the mean-square error (MSE).

The analytic formula of the receiver and of the MSE are given. The evolutions of the structure and the MSE are studied versus medium parameters (such as the strength of the echo, signal to noise ratio) and versus the estimation delay. Some results of simulation are presented and then, the receiver is tested over real data in an underwater acoustic communication.

KEY WORDS

Estimation, Complex causal Wiener filter, two paths propagation channel, equalization.

1. Introduction. Cadre du problème

1.1. Dans la plupart des systèmes de communication actuels (ionosphérique, radio-urbaine, acoustique sous-marine [6, 9, 25], les signaux transmis subissent, outre une addition de bruit parasite, une distorsion due à l'action du canal de transmission. Dans le cas général cette distorsion est modélisée à l'aide d'un modèle aléatoire (par ex. [26]).

Le modèle adopté ici pour le canal est un modèle certain et linéaire décrit par la figure 1, où $B(t)$ est le bruit additif et $H(t)$ est la réponse impulsionnelle (r. i.) certaine du canal traduisant la dispersion temporelle introduite. Nous nous intéressons plus particulièrement ici au cas de trajets multiples.

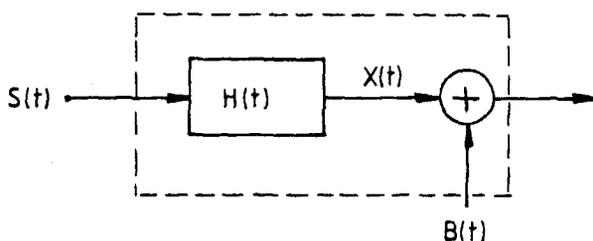


Fig. 1. — Modèle de transmission.

Le problème traité est l'estimation du signal émis à l'entrée du canal; l'estimateur est un élément essentiel des systèmes dits d'égalisation en télécommunications par exemple. De nombreux travaux existent dans ce domaine [1, 3, 5, 7, 11, 15] et particulièrement concernant des récepteurs adaptatifs [12, 13, 14, 18, 19, 22, 23, ...]. Contrairement à l'approche habituelle qui n'utilise pas de modèle précis pour $H(t)$, nous nous intéressons ici à bâtir l'estimateur optimal de $s(t)$ correspondant à un modèle spécifique de trajets multiples. Le critère d'optimalité retenu est le critère habituel de l'erreur quadratique moyenne (EQM) minimale.

1.2. NOTATIONS

Les signaux et la réponse temporelle du canal sont définis à temps discret. Le signal émis s est aléatoire, complexe stationnaire, centré, blanc, de puissance

moyenne σ_s^2 . La r. i. discrète du filtre canal est notée \underline{H} ($\underline{H}^T = (h_0 \dots h_L)$). L'observation à l'instant n s'écrit :

$$(1) \quad \begin{cases} Y_n = \underline{H}^T \cdot \underline{S}_n + b_n \\ \text{où} \\ \underline{S}_n^T = (s_n \dots s_{n-L}) \end{cases}$$

Le bruit perturbateur b est supposé stationnaire, blanc, complexe, centré, indépendant de s , de puissance moyenne σ_b^2 . On cherche un récepteur optimal (r. o.) linéaire qui minimise l'EQM définie par

$$(2) \quad EQM = \frac{1}{\sigma_s^2} E \{ |s_{n-d} - \hat{s}_{n-d}|^2 \}$$

où d est un retard d'estimation fixé à l'avance.

Notons que, dans un contexte de transmission de données, ceci correspondrait à une transmission de symboles décorrélés, la cadence d'échantillonnage étant celle de transmission des symboles.

1.3. En ce qui concerne l'estimateur optimal minimisant (2), la solution la plus classique, dite de Wiener, conduit à un filtre transversal \underline{F} à mémoire finie, $N + 1$ coefficients, solution de l'équation

$$(3) \quad \underline{F} = [\underline{\Gamma}_Y^{-1} \cdot \underline{\Gamma}_{sY}]^*$$

où $\underline{\Gamma}_{sY}$ est l'intercorrélacion entre le signal émis à l'instant $n-d$ et le vecteur observation \underline{Y}_n :

$$(4) \quad \underline{Y}_n^T = [y_n \dots y_{n-N}]^T,$$

et $\underline{\Gamma}_Y$ la matrice de covariance du vecteur \underline{Y}_n

$$(5) \quad \underline{\Gamma}_Y = E \{ \underline{Y}_n \underline{Y}_n^+ \}$$

L'EQM minimale est donnée par

$$(6) \quad (EQM)_{\min} = 1 - \frac{1}{\sigma_s^2} \underline{F}^+ \cdot \underline{\Gamma}_{sY}^*$$

Dans tous les cas, l'utilisation d'un filtre à mémoire finie fait apparaître une erreur de troncature, et pour diminuer l'EQM, il faut augmenter le nombre de coefficients du filtre \underline{F} .

Il paraît alors naturel de penser à utiliser un filtre récursif. Mais l'optimisation d'un tel récepteur devient

difficile à cause de sa mémoire infinie. La solution classique consiste à placer un détecteur à seuils dans la partie récursive [17]. Ceci nécessite alors que le signal émis comporte un alphabet fini. Par ailleurs la structure devient globalement non linéaire. Ce type de récepteur est très performant en rapport signal à bruit fort, mais le caractère non linéaire dégrade la qualité de l'estimation lorsque le bruit augmente par suite des erreurs de décision réinjectées dans la boucle.

Nous présentons ici un nouvel estimateur linéaire récursif, adapté à un modèle à deux trajets de propagation. Il présente donc les avantages dus à la structure récursive tout en restant linéaire.

Le paragraphe 2 précise le modèle de canal adopté et donne la structure du r. o. récursif. Ce récepteur est obtenu en appliquant les techniques de factorisation spectrale qui permettent d'aboutir à l'expression analytique de la solution causale et stable. L'EQM correspondante est analysée de façon exhaustive suivant les différents paramètres. Dans le paragraphe 3 on donne des exemples de simulation et on présente la mise en œuvre de cet estimateur sur des signaux transmis en lac.

2. Récepteur optimal récursif linéaire. Milieu à deux rayons complexes

2.1. MODÈLE COMPLEXE A DEUX RAYONS

Le modèle adopté pour ce canal correspond à deux trajets de propagation. Ce modèle simplifié est important car souvent deux trajets sont prépondérants.

Les signaux émis sont passe-bande. On utilise alors une écriture complexe pour les signaux et le canal.

Soit $\bar{s}(t) = \text{Re} \{s(t) e^{2i\pi\nu_0 t}\}$ le signal émis, d'amplitude complexe $s(t) = \rho(t) e^{i\psi(t)}$, relative à ν_0 . Chacun des deux trajets introduit un retard : t_0 (respectivement t_L), un déphasage φ_0 (resp. φ_L) (dû au milieu y compris la chaîne de transmission), et une atténuation α_0 (resp. α_L). Le signal reçu a pour amplitude complexe :

$$(7) \quad x(t) = \alpha_0 s(t-t_0) + \alpha_L s(t-t_L)$$

De sorte que le canal de transmission équivalent pour les amplitudes complexes a pour réponse impulsionnelle :

$$(5) \quad \begin{cases} h(t) = \alpha_0 \delta(t-t_0) + \alpha_L \delta(t-t_L) \\ \text{ou} \\ \alpha_0 = |\alpha_0| e^{i\theta_0}, \quad \theta_0 = \varphi_0 - 2\pi\nu_0 t_0 \\ \alpha_L = |\alpha_L| e^{i\theta_L}, \quad \theta_L = \varphi_L - 2\pi\nu_0 t_L \end{cases}$$

(remarquons qu'un déphasage constant ou lentement variable introduit lors de la démodulation ne se traduit que par un terme additionnel dans θ_0 et θ_L).

L'observation est entachée d'un bruit blanc complexe circulaire [6] :

$$\begin{aligned} E \{b(t) \cdot b^*(t')\} &= \sigma_b^2 \delta(t-t'); \\ E \{b(t) b(t')\} &= 0, \quad \forall t, t' \end{aligned}$$

Le modèle à temps discret suppose que la période d'échantillonnage T_e des divers signaux est suffisamment petite pour approximer $(t_L - t_0)/T_e$ par un entier L .

Le canal discret à deux trajets est finalement décrit par :

$$(9) \quad h(n) = \alpha_0 \delta_n + \alpha_L \delta_{n-L}$$

δ_n symbole de Kronecker.

On cherche l'estimateur optimal de $s(n)$ au sens de l'EQM à partir de

$$y(n) = x(n) + b(n)$$

2.2. CALCUL DU FILTRE LINÉAIRE DISCRET OPTIMAL. FILTRAGE DE WIENER CAUSAL

La solution non causale non stable de Wiener s'écrit

$$(1) \quad F_{\text{NC}}(z) = \frac{S_{sy}(z)}{S_{yy}(z)}$$

avec $S_{sy}(z)$ densité spectrale d'interaction en z entre s et Y $S_{yy}(z)$ densité spectrale de l'observation. On rend cette solution causale et stable en utilisant une méthode classique de factorisation spectrale [20]. Ceci conduit à la formulation suivante :

$$(11) \quad F(z) = \frac{B^+(z)}{A^+(z)}$$

avec

$$(12) \quad S_{yy}(z) \stackrel{\Delta}{=} A^+(z) \cdot A^{+*}(z^{*-1})$$

$A^+(z)$ et $1/A^+(z)$ analytiques pour $|z| > 1$ et

$$(13) \quad P(z) \stackrel{\Delta}{=} \frac{S_{sy}(z)}{A^{+*}(z^{*-1})} \stackrel{\Delta}{=} B^+(z) + B^-(z)$$

$B^+(z)$ analytique pour $|z| > 1$.

Dans le cas d'un milieu à deux trajets modélisés par (9) et sous nos hypothèses de travail, le dénominateur de $F(z)$ est différent de un, donc la structure du filtre cherché est récursive.

2.3. STRUCTURE DU RÉCEPTEUR A DEUX TRAJETS COMPLEXES POUR UN RETARD D DONNÉ

On cherche donc à estimer la suite $(s'_n) = (s_{n-d})$ à partir de la suite (y_n) des observations; les densités spectrales de puissance en z pour le modèle de canal considéré sont données par :

$$(14) \quad \begin{cases} S_{s'y}(z) = (\alpha_0^* + \alpha_L^* \cdot z^L) \cdot z^{-d} \sigma_s^2 \\ S_{yy}(z) = (\alpha_0^* + \alpha_L^* z^L) \\ \quad \times (\alpha_0 + \alpha_L z^{-L}) \sigma_s^2 + \sigma_b^2 \end{cases}$$

1. Récepteur non causal

Posons

$$(15) \quad R = \frac{\alpha_L}{\alpha_0}$$

$\rho_e = \sigma_s^2 / \sigma_b^2$, rapport signal sur bruit à l'entrée du canal, $\rho_s = (|\alpha_0|^2 + |\alpha_L|^2) \rho_e$ rapport [S/B] en sortie. D'après (10)

$$(16) \quad F_{NC}(z) = \frac{1}{\alpha_0} \times \frac{1 + R^* z^L}{(1 + |R|^2) / \rho_s + (1 + R^* z^L)(1 + R z^{-L})}$$

Les pôles de $F_{NC}(z)$ sont les racines L-ièmes des solutions de l'équation du second degré en z suivante :

$$(17) \quad R^* z^2 + (1 + 1/\rho_s)(1 + |R|^2)z + R = 0$$

Les solutions sont z_0 et z_0^{*-1}

$$(18) \quad \left\{ \begin{aligned} z_0 &= -\frac{R}{2} \left[(1 + 1/\rho_s)(1 + 1/|R|^2) - \sqrt{(1 + 1/\rho_s)^2(1 + 1/|R|^2)^2 - 4/|R|^2} \right] \\ z_0^{*-1} &= -\frac{R}{2} \left[(1 + 1/\rho_s)(1 + 1/|R|^2) + \sqrt{(1 + 1/\rho_s)^2(1 + 1/|R|^2)^2 - 4/|R|^2} \right] \\ |z_0| < 1 &\quad \text{et} \quad |z_0^{*-1}| > 1 \end{aligned} \right.$$

Et par conséquent $F_{NC}(z)$ possède L pôles à l'intérieur du cercle unité et L pôles à l'extérieur du cercle unité ce qui prouve son caractère non causal (ou non stable) d'où la nécessité d'utiliser la factorisation proposée en (11).

2. Récepteur causal. Calcul de $A^+(z)$ et $B^+(z)$

On choisit :

$$(19) \quad \left\{ \begin{aligned} A^+(z) &= \frac{z^L - z_0}{z^L} \\ A^-(z) &= \alpha_0 \alpha_L^* \sigma_s^2 (z^L - z_0^{*-1}) \end{aligned} \right.$$

Pour décomposer $P(z)$ selon (13), on utilise la méthode classique qui consiste à chercher $T^+(z)$ et $T^-(z)$ tels que

$$\frac{P(z)}{z} = T^+(z) + T^-(z)$$

T^+ et T^- sont obtenus de manière unique à partir d'une décomposition en éléments simples. On a ensuite $B^+(z) = z T^+(z)$

$$\frac{P(z)}{z} = \frac{1}{\alpha_0 R^*} \frac{1 + R^* z^L}{(z^L - z_0^{*-1}) z^{d+1}}$$

En remarquant que :

- le degré du numérateur est strictement inférieur à celui du dénominateur;
- 0 est un pôle d'ordre $(d+1)$ à l'intérieur du cercle unité;
- les racines L-ièmes de z_0^{*-1} sont les L pôles extérieurs au cercle unité, on en déduit

$$T^+(z) = \frac{P_d(z)}{z^{d+1}}$$

$P_d(z)$ polynôme d'ordre d ,

$$T^-(z) = \frac{P_{L-1}(z)}{z^L - z_0^{*-1}}$$

$P_{L-1}(z)$ polynôme d'ordre $L-1$.

$\alpha_0 R^* P_d(z)$ est le quotient de la division de $(1 + R^* z^L)$ par $(z^L - z_0^{*-1})$ suivant les puissances croissantes de z jusqu'à l'ordre d . Par récurrence sur l'ordre d on montre que :

$$\alpha_0 R^* P_d(z) = R^* - \left(R^* + \frac{1}{z_0^{*-1}} \right) \sum_{j=0}^k \left(\frac{z^L}{z_0^{*-1}} \right)^j$$

avec $kL \leq d < (k+1)L$.

Soit

$$(20) \quad B^+(z) = \frac{1}{\alpha_0} \left[1 - \left(1 + \frac{1}{R^* z_0^{*-1}} \right) \sum_{j=0}^k \left(\frac{z^L}{z_0^{*-1}} \right)^j \right] \frac{1}{z^d}$$

3. Structure du récepteur

L'égalité (11) fournit le récepteur :

$$(21) \quad \left\{ \begin{aligned} F(z) &= \frac{1}{\alpha_0} \frac{1 - (1 - z_0/R) \sum_{j=0}^k (z_0^* z^L)^j}{(z^L - z_0) z^{d-L}} \\ kL &\leq d < (k+1)L \end{aligned} \right.$$

On en déduit l'équation aux différences de l'estimateur à temps discret pour $d = kL$

$$(22) \quad \hat{s}_{n-kL} = -\frac{1}{\alpha_0} \left[\left(1 + \frac{z_0}{R} \right) \times \sum_{j=0}^{k-1} z_0^{*k-j} y_{n-jL} + \frac{z_0}{R} y_{n-kL} \right] + z_0 \hat{s}_{n-(k+1)L}$$

L'expression (22) fait apparaître une structure récursive de l'estimateur dépendant des paramètres du milieu et du retard d'estimation choisi. k est l'entier immédiatement inférieur à d/L (les retards effectifs sont multiples de L). La figure 2 montre la structure du récepteur comportant $(k+1)$ coefficients transversaux et un coefficient récursif.

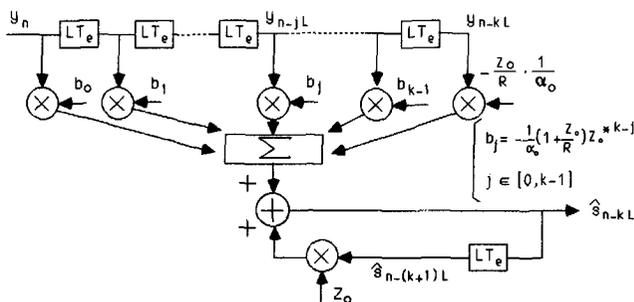


Fig. 2. - Structure du récepteur récursif linéaire optimal causal.

La structure du récepteur est très simple : on a par exemple :

- $d=0$:

$$(23) \quad \hat{s}_n = z_0 \cdot \hat{s}_{n-L} - \frac{1}{\alpha_0} (z_0/R) \cdot y_n$$

— $d=L$:

$$(24) \quad \hat{s}_{n-L} = z_0 \cdot \hat{s}_{n-2L} - \frac{1}{\alpha_0} [(1+z_0/R) z_0^* y_n + (z_0/R) y_{n-L}]$$

Il n'y a que deux coefficients transversaux et un coefficient récuratif.

— $d=\infty$: dans (21),

$$\lim_{k \rightarrow +\infty} \sum_{j=0}^k (z_0^* z^L)^j = \frac{1}{1 - z_0^* z^L}$$

d'où

$$F(z) = \lim_{d \rightarrow +\infty} \frac{1}{\alpha_0} \frac{z^L + 1/R^*}{(z^L - z_0)(z^L - z_0^{*-1}) z^{-L}} \cdot z^{-d}$$

$$= \lim_{d \rightarrow +\infty} \frac{S_{sy}(z)}{S_{yy}(z)} z^{-d}$$

On retrouve le filtre non causal (16) que l'on ferait précéder d'une ligne à retard infinie.

4. PERFORMANCE. ERREUR QUADRATIQUE MOYENNE EN SORTIE

1. Expression de EQM

L'erreur quadratique moyenne est donnée par (6) dans le cas d'un filtre transversal \underline{F} :

$$(EQM)_{\min} = 1 - \frac{1}{\sigma_s^2} \underline{F}^+ \cdot \underline{\Gamma}_{sy}^* = 1 - \frac{1}{\sigma_s^2} \underline{F}^T \cdot \underline{\Gamma}_{sy}$$

On peut utiliser exactement la même formule pour un récepteur récuratif. \underline{F} est alors un vecteur de dimension infinie dont les composantes sont les coefficients du filtre transversal infini équivalent. Sous nos hypothèses, un rapide calcul montre que :

$$(25) \quad (EQM)_{\min} = 1 - \sum_{i=0}^{+\infty} h_i f_{d-i}$$

Dans le cas d'un milieu à deux trajets, seuls $h_0 = \alpha_0$ et h_L sont non nuls et :

$$(26) \quad (EQM)_{\min} = 1 - \alpha_L f_{d-L} - \alpha_0 f_d$$

f_d et f_{d-L} sont fournis par le développement en série entière en z de la fonction de transfert $F(z)$.

$$(27) \quad \left\{ \begin{aligned} F(z) &= \frac{1}{\alpha_0} \sum_{n=0}^{+\infty} \left(\sum_{i=0}^{\text{Inf}(n, k)} a_i z_0^{n-i} \right) z^{-nL - (d-kL)} \\ a_i &= -(1+z_0/R) z_0^* k - i, \quad i \in [0, k-1] \\ a_k &= -z_0/R \end{aligned} \right.$$

Pour $n=k-1$ et $n=k$ on obtient respectivement f_{d-L} et f_d par identification avec la définition de la transformée en z .

$$f_{d-L} = \frac{1}{\alpha_0} \sum_{i=0}^{k-1} a_i a_0^{k-1-i} = -(1+z_0/R) z_0^* \frac{1 - |z_0|^{2k}}{1 - |z_0|^2} \cdot \frac{1}{\alpha_0}$$

$$f_d = \left(-z_0/R + \sum_{i=0}^{k-1} a_i z_0^{-i} \right) \frac{1}{\alpha_0}$$

$$= -z_0/R - (1+z_0/R) |z_0|^2 \frac{1 - |z_0|^{2k}}{1 - |z_0|^2} \frac{1}{\alpha_0}$$

et

$$(28) \quad (EQM)_{\min}(k) = (1+z_0/R) \times \left(1 + |R|^2 \frac{z_0}{R} (1+z_0/R) \frac{1 - |z_0|^{2k}}{1 - |z_0|^2} \right)$$

Nous allons montrer dans la suite différentes courbes illustrant la variation de cette EQM en fonction des divers paramètres.

Notons que cette EQM ne dépend que de k , $|z_0|$ et z_0/R .

Ces trois grandeurs sont réelles, et $|z_0|$ ainsi que z_0/R ne sont fonction que de $|R|$ et de ρ_s .

Par conséquent, l'EQM varie selon les valeurs de ρ , $|R|$, k , mais pas de la phase de R , ni de celle de chacun des deux trajets, en particulier tout déphasage à la démodulation, de type $\text{Arg}(\alpha_0)$, est rattrapé par le filtrage, résultat classique. En outre le déphasage entre trajets $\text{Arg}(R)$ qui est une caractéristique du milieu de propagation, est compensé en totalité. Ce résultat, moins classique que le précédent est probablement propre au cas à deux trajets.

Notons enfin que l'erreur quadratique moyenne ne dépend pas non plus des deux amplitudes des trajets, $|\alpha_0|$ et $|\alpha_L|$, mais seulement de leur rapport $|R|$. Cela apparaît aussi dans l'écriture du récepteur (22), qui norme les échantillons récuratifs (division par α_0).

2. Évolution en fonction de k

La figure 3 montre d'après (28) l'influence du paramètre k (c'est-à-dire du retard d'estimation) sur l'EQM. Nous présentons l'évolution de l'EQM en fonction du rapport $|R|$ (en échelle logarithmique) pour différentes valeurs de d ($d=kL$), le rapport signal sur bruit étant fixé à 15 dB.

Pour $|R| < 1$, la valeur de d importe peu. Par contre dès que $|R| > 1$ il faut que $d \geq L$ pour que l'EQM diminue lorsque $|R|$ augmente. Nous verrons dans le

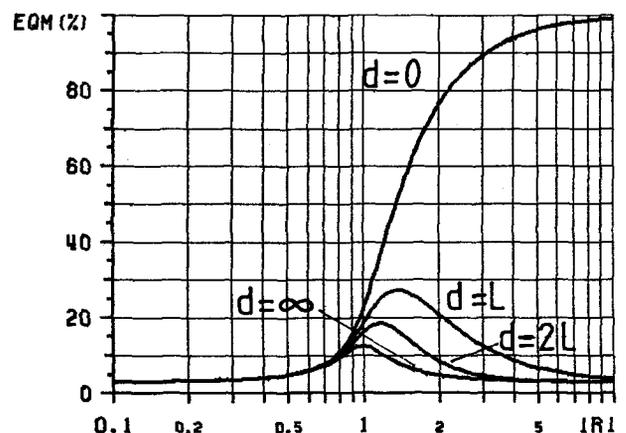


Fig. 3. — EQM = $f(|R|)$ pour différents retards d $[S/B] = 15$ dB.

cas peu bruité que ce comportement s'explique par la contrainte de causalité imposée au récepteur. Par ailleurs l'EQM diminue lorsque le retard d'estimation augmente et on peut montrer que :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} (EQM)_{\min}(k) = (EQM)_{NC} = EQM \text{ en sortie du récepteur non causal}$$

Celle-ci s'obtient en calculant toujours les coefficients f_a et f_{a-L} dans le développement de la fonction de transfert $F_{NC}(z)$ donné par (16).

On obtient :

$$(29) \quad (EQM)_{NC} = \left(1 + \frac{z_0}{R}\right) \left(1 + |R|^2 \frac{z_0}{R} \frac{1+z_0/R}{1-|z_0|^2}\right)$$

3. Étude du cas $d=L$

Ce cas est intéressant car tout retard strictement inférieur à L ne permet pas de compenser correctement le milieu pour des valeurs de $|R| > 1$.

Ceci correspond à poser $k=1$ dans (21) soit

$$(30) \quad (EQM)_{\min}(1) = \left(1 + \frac{z_0}{R}\right) \left[1 + |R|^2 \frac{z_0}{R} \left(1 + \frac{z_0}{R}\right)\right]$$

La figure 4 représente l'évolution de l'EQM en fonction de $|R|$ en échelle logarithmique pour différents

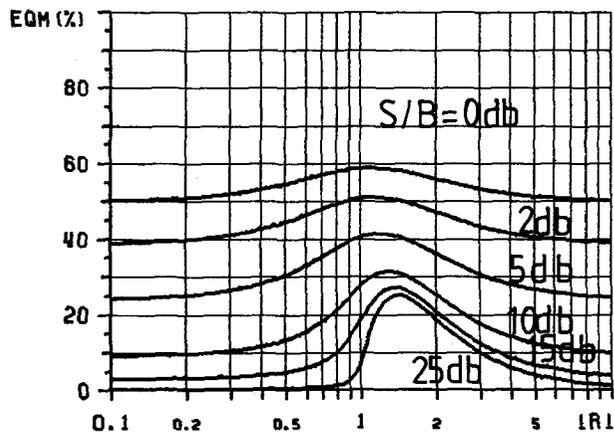


Fig. 4. - EQM : $f(|R|)$ pour différents [S/B]; retard d égal à L .

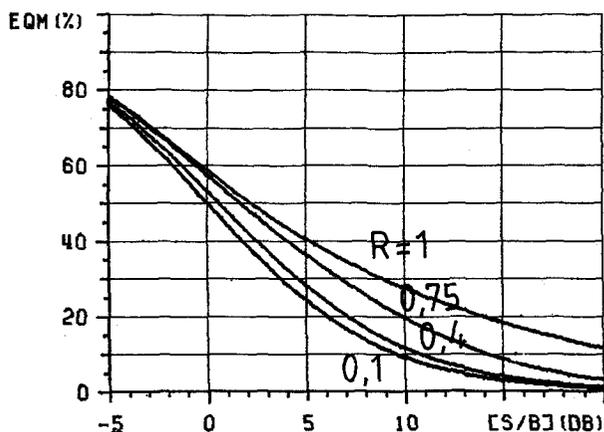


Fig. 5. - EQM = $f([S/B])$ pour différents rapports d'amplitude $|R|$ ($|R| \leq 1$); $d=L$.

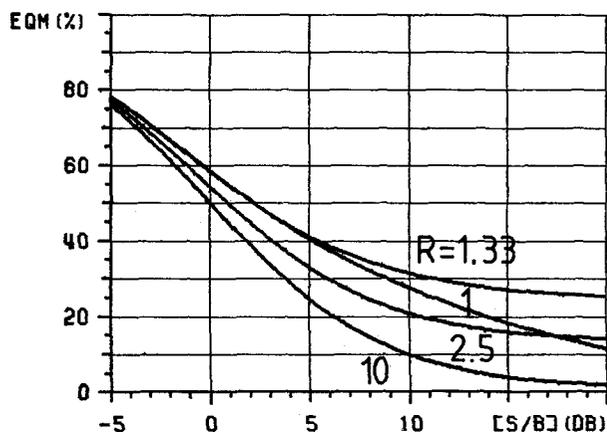


Fig. 6. - EQM = $f([S/B])$ pour différents rapports d'amplitude $|R|$ ($|R| \geq 1$); $d=L$.

rappports signal sur bruit en décibels et les figures 5 et 6 présentent l'EQM en fonction de [S/B] en décibels pour différentes valeurs de $|R|$ (fig. 5 : $|R| \leq 1$, fig. 6 : $|R| > 1$).

L'EQM passe par un maximum proche de $|R|=1$ et décroît régulièrement lorsque le rapport signal sur bruit augmente. Rappelons à cette occasion que le récepteur minimise l'EQM et non la probabilité d'erreur en sortie [14]. Le comportement vis-à-vis du bruit fait apparaître l'avantage d'utiliser un récepteur optimal par rapport au filtre inverse [17] surtout lorsque [S/B] devient inférieur à 15-20 dB.

2.5. ÉTUDE DU CAS PEU BRUITÉ

Lorsque ρ_s devient très grand, on peut écrire :

$$(31) \quad z_0 \sim -\frac{R}{2} (1 + 1/|R|^2) (1 + 1/\rho_s) \times \left(1 - \left(1 + \frac{4|\alpha_0|^2|\alpha_L|^2}{|\alpha_0|^2 - |\alpha_L|^2} \frac{1}{\rho_s}\right) \frac{||\alpha_0|^2 - |\alpha_L|^2|}{|\alpha_0|^2 + |\alpha_L|^2}\right)$$

On distingue deux cas suivant les valeurs relatives de $|\alpha_0|$ et $|\alpha_L|$ c'est-à-dire de $|R|$.

1. Cas $|R| < 1$

(a) Structure de l'estimateur

Le pôle z_0 donné par (31) devient :

$$z_0 \sim -R \left(1 - \frac{1}{\rho_s} \frac{1 + |R|^2}{1 - |R|^2}\right)$$

si $\rho_s (1 - |R|^2) \gg 1$; et par conséquent :

$$(32) \quad \hat{s}_n \sim \frac{1}{\alpha_0} y_n - R \hat{s}_{n-L}$$

On peut annuler le retard d'estimation. Cela est justifié car dans ce cas, $F(z)$ correspond à

$$F(z) = \frac{1}{\alpha_0 + \alpha_L z^{-L}} = \frac{1}{H(z)} \text{ filtre inverse du canal}$$

Or pour $|R| < 1$ ce filtre inverse est stable et causal.

En particulier, si $|R|=1$, $1/H(z)$ possède un pôle sur le cercle unité et donc ne sera pas stable.

(b) Performance

On détermine l'EQM dans ce cas en simplifiant (28)

$$(33) \quad (EQM)_{\min}(k) \sim \frac{1 + |R|^2}{(1 - |R|^2) \rho_s}$$

avec $(1 - |R|^2) \rho_s \gg 1$.

La condition ci-dessus étant respectée, on a :

$$\lim_{\rho_s \rightarrow \infty} (EQM)_{\min}(k) = 0$$

Dans le cas sans bruit, l'erreur d'estimation est nulle même pour $|R|$ voisin de 1; ce résultat est très avantageux par rapport à un estimateur transversal (cf. en particulier [15] où l'erreur peut atteindre 30 % (pour 2 L coefficients) : un milieu à deux trajets bien séparés est une situation très sévère pour un récepteur à mémoire finie.

2. Cas $|R| > 1$

(a) Structure

Dans ce cas, $z_0 \sim -1/R^*$.

soit :

$$(34) \quad \hat{s}_{n-kL} = -\frac{1}{R^*} \hat{s}_{n-(k+1)L} - \frac{1}{\alpha_0} \times \left[\left(1 - \frac{1}{|R|^2}\right) \sum_{j=0}^{k-1} \left(-\frac{1}{R}\right)^{k-j} y_{n-jL} - \frac{1}{|R|^2} y_{n-kL} \right]$$

avec par convention :

$$\sum_{j=0}^{k-1} \left(-\frac{1}{R}\right)^{k-j} y_{n-jL} - \frac{1}{|R|^2} y_{n-kL} = 0$$

pour $k=0$.

La complexité du récepteur croît avec k . Il y a un changement de structure au passage de $|R|=1$. [$1/H(z)$ n'est pas causal, donc les structures du filtre causal et non causal sont différentes.]

Pour k tendant vers l'infini, on retrouve $1/H(z)$ mais infiniment décalé (du retard k).

(b) Performance

Avec

$$z_0 \sim -1/R^* \quad \text{et} \quad \left(1 - \frac{1}{|R|^2}\right) \rho_s \gg 1$$

on obtient

$$(35) \quad (EQM)_{\min}(k) \sim \frac{1}{|R|^{2k}} \left(1 - \frac{1}{|R|^2}\right)$$

L'erreur est maximale pour

$$(36) \quad |R|_M = \sqrt{1 + 1/k}$$

Le maximum de l'erreur atteint la valeur :

$$(37) \quad EQM_{\min}^{|R|=|R|_M}(k) = \frac{1}{k} \left(\frac{1}{1 + 1/k}\right)^{k+1}$$

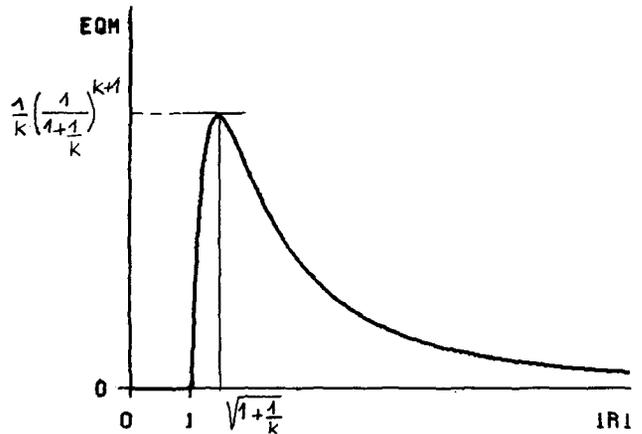


Fig. 7. - EQM minimale dans le cas sans bruit en fonction de $|R|$.

Dans le cas sans bruit, l'erreur a donc l'allure (fig. 7). Le cas $|R|=1$ est exclu puisqu'il correspond à un récepteur instable. Lorsque k tend vers l'infini, l'EQM minimale tend vers zéro quel que soit $|R| \neq 1$.

Finalement les résultats précédents montrent que, en présence d'un canal réel à deux trajets de propagation caractérisés par α_0, α_L, L , et le rapport S/B, on possède une structure simple, linéaire, récursive, optimale au sens de l'EQM. Pour travailler correctement, l'estimation doit disposer d'un rapport signal à bruit correct (> 10 dB) — ce qui est toujours implicitement supposé dans tous les systèmes dits « d'égalisation ». On peut encore améliorer un peu les performances en choisissant un retard adéquat. Il existe de toute façon une configuration « défavorable » $|R| \sim 1$, c'est-à-dire lorsque l'énergie transmise sur les deux trajets est identique (conclusion souvent rencontrée pour d'autres critères [27]).

Nous avons mis en œuvre ce filtre linéaire d'abord sur des données simulées, puis sur des données réelles acoustiques transmises dans l'eau.

3. Simulations et application en acoustique sous-marine

3. 1. SIMULATIONS

Le milieu de transmission complexe ainsi que le récepteur sont simulés sur ordinateur. On compare alors les courbes théoriques de l'EQM issues de (21) avec les courbes « d'erreur estimée » c'est-à-dire calculées par $1/N \sum_{i=1}^n (s_{n-d} - \hat{s}_{n-d})^2$. Les simulations confirment parfaitement les résultats théoriques. Ces simulations nous permettront également d'étudier la robustesse du récepteur vis-à-vis d'une mauvaise estimation des paramètres du milieu (amplitude des trajets, retard entre trajets, rapport signal sur bruit).

3.2. APPLICATION EN ACOUSTIQUE SOUS-MARINE

L'expérience présentée ici a été mise en œuvre dans le lac de Castillon (Sud-Est de la France).

Un émetteur et un récepteur immergés à 5 ou 10 m étaient géométriquement disposés de telle sorte qu'ils mettaient en jeu deux trajets de propagation (un trajet direct et un trajet réfléchi par la surface). Les signaux émis étaient des séquences binaires de longueur maximale bouclées (255 ou 63 digits) modulant une porteuse ν_0 égale à 2 ou 5 kHz (quatre périodes par digit élémentaire de la séquence).

1. Estimation du milieu

Dans la phase d'apprentissage du milieu, on utilise les séquences binaires de longueur maximale comme signal test du milieu. Celles-ci possèdent en effet une fonction de corrélation quasi impulsionnelle [19].

Les paramètres α_0, α_L (complexes) et L du milieu sont estimés après filtrage adapté sur les deux composantes démodulées à la réception $P_y(t)$ et $Q_y(t)$. Tout ce traitement est réalisé en technologie modulaire série [10].

Les amplitudes des pics d'intercorrélation $\Gamma_{P_s P_y}$ et $\Gamma_{P_s Q_y}$ sont proportionnelles aux amplitudes complexes des trajets α_0 et α_L . Le retard L est estimé sur la distance entre pics. La figure 11 présente un exemple de sortie des filtres adaptés. On peut montrer que les amplitudes de ces pics fournissent les grandeurs $\alpha_0 \cos \theta_0, \alpha_0 \sin \theta_0, \alpha_L \cos \theta_L, \alpha_L \sin \theta_L$ d'où l'on tire les paramètres du canal.

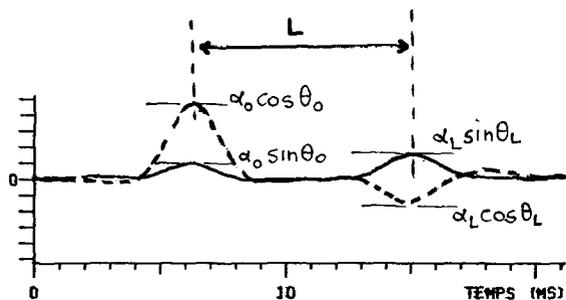


Fig. 8. — Allure de $\Gamma_{P_s P_y}$ et $\Gamma_{P_s Q_y}$.

Étant donnée la configuration géométrique du dispositif émetteur-récepteur, la stabilité du milieu dépendait essentiellement pour une porteuse fixée, des conditions météorologiques (vent). L'ensemble des séquences étudiées présentaient une stabilité suffisante [3].

On a estimé les grandeurs caractéristiques du canal, nécessaires à l'élaboration de l'estimateur, sur quelques dizaines de réalisations et on a adopté, pour le « modèle » de canal, les valeurs moyennes des divers paramètres. Le canal ainsi défini est supposé constant pendant toute la transmission.

N.B. Si le milieu était lentement variable, l'estimation des paramètres pourrait se faire périodiquement.

2. Mise en œuvre de l'estimateur complexe

Dans cette phase, on utilise maintenant les éléments des séquences binaires de longueur maximale comme autant de données binaires transmises. On superpose également du bruit avec S/B variable.

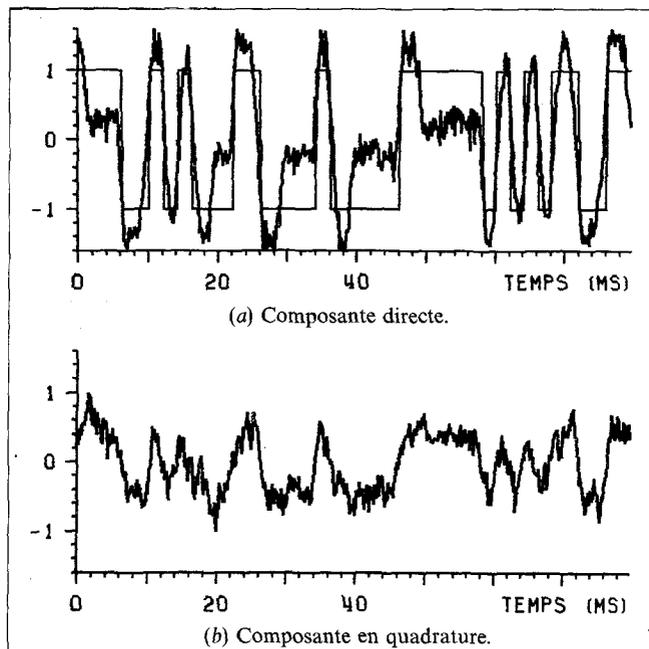


Fig. 9. — Signal reçu avant estimation
[S/B] = 15 dB - $T_{\text{baud}} = 12$. T_{ech} .

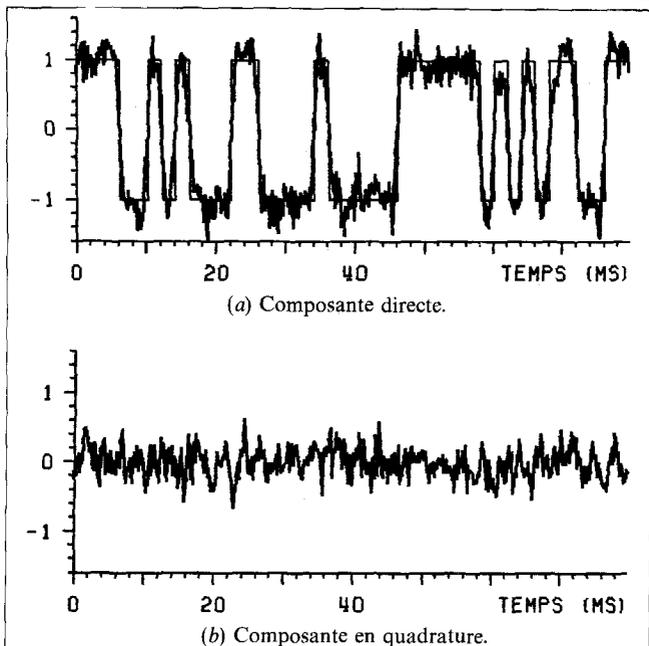


Fig. 10. — Signal après estimation
[S/B] = 15 dB - $T_{\text{baud}} = 12$. T_{ech} .

À la réception, on construit le filtre estimateur complexe donné par (24) ($d=L$) avec les paramètres du canal « moyen » estimé ci-dessus.

Dans cette manipulation

$$T_{\text{baud}} = 12 \times T_{\text{échantillonnage}}$$

Les échantillons du signal sont donc corrélés. Le récepteur étudié au paragraphe 2 est donc sous-optimal. Cependant la corrélation des échantillons ne modifie pas l'EQM en sortie du récepteur utilisé qui reste celle de l'expression (30). Cela tient à ce que les échantillons s_j implicitement contenus dans la combinaison linéaire (24) sont ceux pour les quels $j=iL$. Ils sont donc effectivement décorrélés comme on l'avait

supposé pour parvenir aux expressions (24) et (30). Ils ne seraient pas décorrésés si L était inférieur au temps de corrélation des s_j (ce qui n'est pas le cas dans cette manipulation).

Les figures précédentes donnent un exemple des signaux obtenus avant et après estimation complexe. Sur toutes les figures, on a superposé la séquence binaire émission.

Les figures 9a et 9b montrent que les deux composantes basse fréquence P_y et Q_y du signal reçu brut avant estimation complexe. Après estimation complexe on obtient les signaux des figures 10a et 10b. La reconstitution sur la composante directe est excellente et la composante en quadrature est quasiment annulée, le signal émis étant réel. Ce cas correspond à un rapport signal à bruit de 15 dB, $|R| \sim 0,6$.

Sur la figure 11, on superpose quelques valeurs pratiques de l'EQM avec la courbe théorique pour différents rapports signal sur bruit et pour $d=L$ (écart entre trajets $L \sim 2,91$ ms).

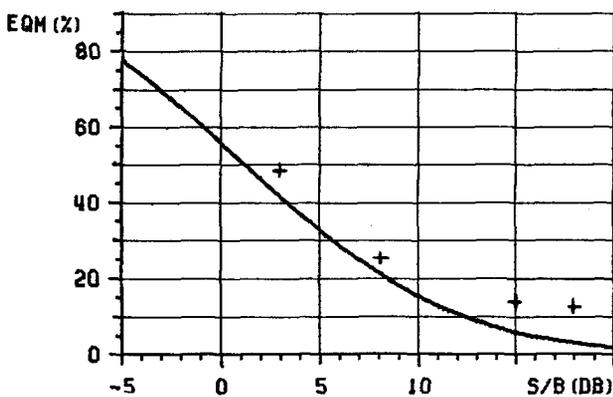


Fig. 11. — EQM = $F(|S/B|)$; $D=L$ $|R|=0,6$.
— : Théorie; + : Données réelles.

Il faut remarquer le bon accord des valeurs pratiques avec la théorie tant que $S/B < 10$ dB. Au-delà, la perte de performance enregistrée par rapport aux résultats prévus est due aux imperfections du modèle théorique du milieu qui apparaissent d'autant plus que le bruit est faible (trajets non idéaux et non rigoureusement stables sur les tranches de travail).

4. Conclusion

Nous avons proposé ici un récepteur récursif linéaire causal et stable pour l'estimation en sortie d'un milieu à deux trajets (complexes) de propagation. La structure et les performances de ce récepteur ont été entièrement déterminées analytiquement. La structure récursive permet de s'affranchir de l'erreur de troncature inhérente à la structure transversale à mémoire finie; ceci est particulièrement important dans la situation « défavorable » où les deux trajets sont d'énergie équivalente. Ce récepteur optimal lorsque les échantillons du signal émis sont décorrésés est simple à mettre en œuvre (peu de coefficients). La linéarité (absence de décision dans la boucle) autorise un travail même pour les rapports signal à bruit relativement faibles (inférieur à 10 dB).

L'expérimentation présentée montre que ce récepteur est parfaitement opérationnel sur des données réelles. Cet estimateur suppose une bonne connaissance de certains paramètres du canal de transmission. A ce titre, il est particulièrement important de tester sa robustesse vis-à-vis soit d'une mauvaise estimation du canal, soit d'une fluctuation de celui-ci. Dans l'expérimentation présentée on se trouve déjà en présence de ce cas là. Des études plus complètes sont en cours, et le récepteur se révèle satisfaisant. Il paraît également intéressant d'étudier la possibilité d'adaptativité de l'ensemble ou d'une partie des paramètres de ce récepteur.

Ce travail a été réalisé avec le concours de la Direction des Constructions Navales, dans le cadre de la Convention DCN-CEPHAG, et avec le soutien de la DRET.

Manuscrit reçu le 29 mai 1987.

BIBLIOGRAPHIE

- [1] M. R. AARON et D. W. TUFTS, Intersymbol Interference and error probability, *IEEE Trans. on Inf. Theo.*, 12, n° 1, jan. 1966.
- [2] H. BOUCARD, Systèmes de traitement à la réception d'une transmission acoustique sous-marine, Rapport de Contrat, DRET, 1986.
- [3] H. BOUCARD, G. LOUBET et G. JOURDAIN, Traitement optimal linéaire de signaux de communication sous-marine pour un canal à deux trajets de propagation, *GRETSI*, Nice, 1985, p. 237-242.
- [4] P. BUTLER et A. CANTONI, Non iterative automatic equalization, *IEEE Trans. Com.*, COM 23, n° 6, june 1975, p. 621-633.
- [5] CHAVAND, Transmission d'information dans les canaux multitrajets à caractéristiques aléatoires par codage pseudo-orthogonal. Application au canal ionosphérique, *Thèse d'État*, Paris-Sud, Orsay 1981.
- [6] N. R. GOODMAN, Statistical analysis based on a certain multivariate complex gaussian distribution, *An. Math. Stat.*, 34, 1963, p. 152-177.
- [7] G. D. FORNEY, Maximum-likelihood sequence estimation of digital sequences in the presence of intersymbol interferences, *IEEE Trans. IT*, 18, n° 3, mai 1972, p. 243-266.
- [8] M. JOINDOT, A. LECLERT, J. VANDAMME, Conception et réalisation d'un égaliseur autoadaptatif pour lutter contre les évanouissements sélectifs sur les liaisons hertziennes numériques, *Ann. Tél.*, 36, n° 11-12, nov.-déc. 1981, p. 634-644.
- [9] G. JOURDAIN et J. Y. JOURDAIN, Characterization of submarine acoustic transmission channels, *Col. NATO on Underwater Acoustics and Signal Processing*, Copenhagen, Aug. 1980.
- [10] J. LIENARD, Conception d'un ensemble modulaire de traitement numérique du signal, *Col. GRETSI*, Nice, 1979.
- [11] R. W. LUCKY, J. SALZ et E. J. WELDON, *Principles of data communication*, McGraw Hill, 1968.
- [12] O. MACCHI, Le Filtrage Adaptatif en Télécommunications, *An. des Télécomm.*, 36, n° 11-12, nov.-déc. 1981.
- [13] O. MACCHI et E. EWEDA, Convergence du filtrage adaptatif à pas constant en présence d'observations corrélées, *C. R. Acad. Sc.*, 282, févr. 1981.

- [14] O. MACCHI et H. VILLA, About the optimality of Mean Square Error Criterium, *National Télécom.*, Nov. 1981, p. G9.4.1-G9.4.5.
- [15] J. MARTIN, Étude de Récepteurs Optimaux après transmission dans un canal à trajets multiples. Application au cas d'un canal certain à deux à deux trajets, *Thèse D. I.*, INP, Grenoble, nov. 1983.
- [16] J. MARTIN, Récepteurs récursifs linéaire et non linéaire après transmission dans un canal certain à deux trajets, *Col. GRETSI*, Nice, 1985, p. 583-588.
- [17] J. MARTIN, G. JOURDAIN et G. REVOL, Récepteur optimal après transmission dans un canal certain à deux trajets, *Col. GRETSI*, Nice, 1983, p. 153-158.
- [18] P. MONSEN, Feedback Equalization For Fading Dispersive Channels, *IEEE Trans. Informa. Theor.*, 17, jan. 1971, p. 56-64.
- [19] K. H. MUELLER et D. A. SPAULDING, Cyclic Equalization — A new rapidly converging equalization technique for Synchronous Data Communication, *Bell Syst Tech-J.*, 54, feb 1975, p. 369-406.
- [20] A. PAPOULIS, *Signal analysis*, McGraw Hill book Company, 1977, p. 336-349.
- [21] B. PICINBONO, *Adaptive Signal Processing for Detection and Communication*, NATO advanced Study Institute, J. SKWIRZYNSKI, éd., Sythoff and Noordhof, Hol., 1978.
- [22] S. U. H. QURESHI, Adaptive Equalization, *Proceeding of IEEE*, 73, n° 9, Sept. 1985.
- [23] H. SARI, Algorithmes d'égalisation adaptative d'un canal dispersif, *Thèse D. I.*, ENST, Paris, octobre 1980.
- [24] SHALNAV ZOHAR, The solution of a TOEPLITZ set of linear equations, *Journal of the Association for Computing Machinery*, 21, n° 2, Ap. 1974, p. 272-276.
- [25] G. L. TURIN, Introduction to spread spectrum antipath techniques and their application to urban digital radio, *IEEE proc.*, 68, n° 3, mars 1980, p. 328-353.
- [26] G. TZIRITAS et G. JOURDAIN, Optimal receivers over randomly dispersive channels. Multipath case, *Signal processing*, North Holland Pub. Comp., 1980.
- [27] G. TZIRITAS, Communications dans un canal aléatoire dispersif, *Thèse D. I.*, INP, Grenoble, 1981.