



**RÉPUBLIQUE
FRANÇAISE**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

ONERA

THE FRENCH AEROSPACE LAB

Modélisation de performance et démarches d'optimisation

Partie 1

Pauline Trouvé-Peloux
ONERA -DTIS/IVA
pauline.trouve@onera.fr

- Quelques outils de modélisation
- Optimisation d'un composant optique simple
- Optimisation de systèmes optiques complets
- Vers le "deep codesign"

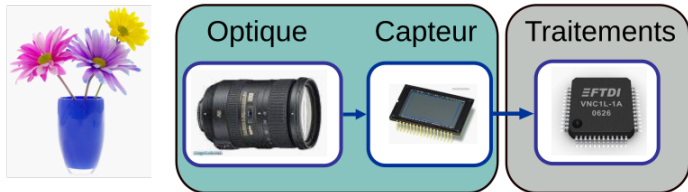
- 1 Introduction
- 2 Modèle de formation d'images - notations
- 3 Quelques outils de modélisation
- 4 Conclusion et suite du cours

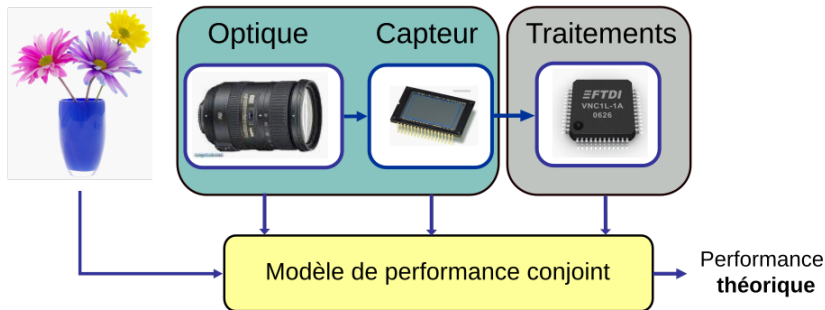
- 1 Introduction
- 2 Modèle de formation d'images - notations
- 3 Quelques outils de modélisation
- 4 Conclusion et suite du cours

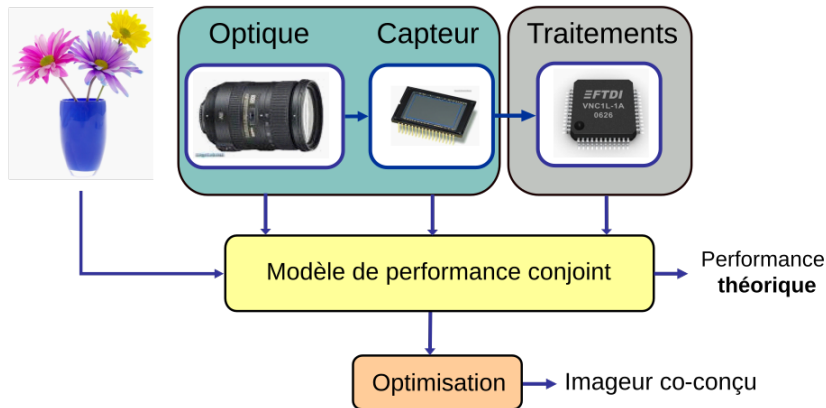
- 1 Introduction
 - Principe général
 - Que peut apporter la co-conception ?

Introduction

Les enjeux de la co-conception







1 Introduction

- Principe général
- Que peut apporter la co-conception ?

Que peut apporter la co-conception ?

Applications en *photographie computationnelle*

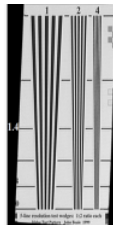
- Une plus "belle" image



Correction du flou de bougé



Superrésolution

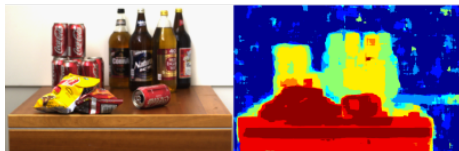


Extension de profondeur de champ

Que peut apporter la co-conception ?

- Une "mesure" de la scène

3D



Image

Carte de profondeur

[Levin et al, SIGGRAPH 2007]

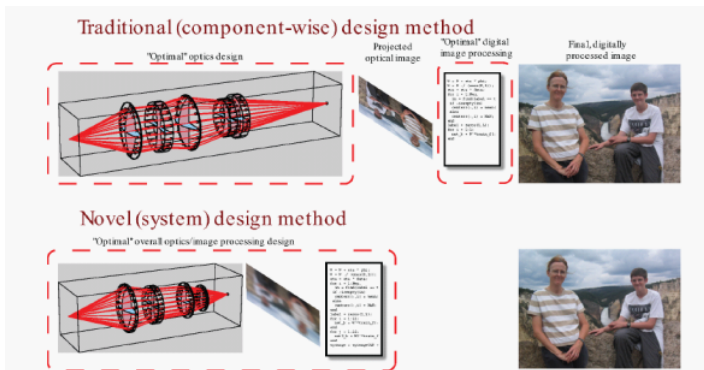
Large champ



[Brady et al, Nature, 2012]

Que peut apporter la co-conception ?

■ Des imageurs plus compacts



[Stork et al, Applied Optics, 2008]

- 1 Introduction
- 2 Modèle de formation d'images - notations
- 3 Quelques outils de modélisation
- 4 Conclusion et suite du cours

Soit x la scène idéale, y l'image acquise par l'imageur, le modèle classique de formation d'images est :

$$y = h * x + b$$

h est la fonction d'étalement du point (FEP ou PSF en anglais) qui intègre les contributions de l'optique et du capteur.

En notation matricielle :

$$\mathbf{y} = H\mathbf{x} + \mathbf{b}$$

H matrice de convolution associée à la convolution par la FEP.

L'image acquise subit un traitement noté d

Besoin de modélisation pour la co-conception

Quel modèle pour la scène ? l'optique ? le détecteur ?

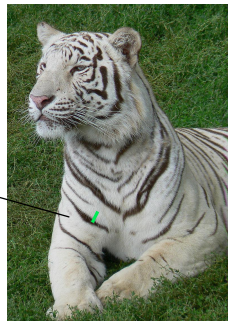
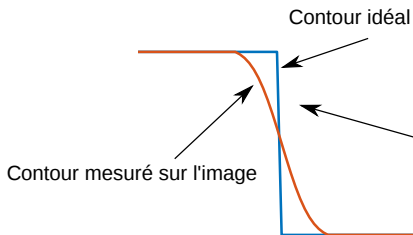
Comment caractériser la performance du traitement ?

- 1 Introduction
- 2 Modèle de formation d'images - notations
- 3 Quelques outils de modélisation
- 4 Conclusion et suite du cours

3 Quelques outils de modélisation

- De la scène
- De l'optique
- Du détecteur
- De la performance globale

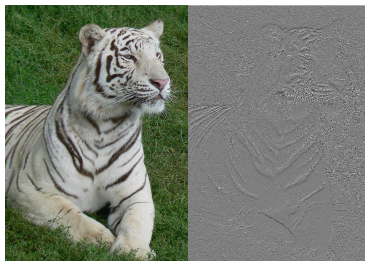
Les contours de la scène sont modélisés par des fonctions de Heaviside dans la direction du gradient [1, 2]



Domaine de validité

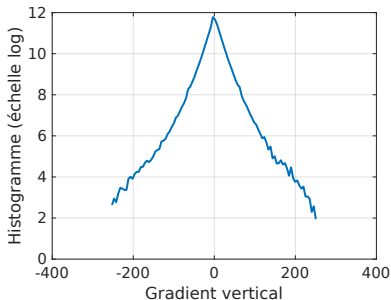
- Modèle 1D sur les contours de l'image
- Modèle très simpliste

Recherche d'un modèle statistique de la scène.



Image

Gradient vertical



- Forte probabilité d'un gradient nul
- Probabilité faible mais non nulle d'avoir un gradient important

Comment traduire ce comportement mathématiquement ?

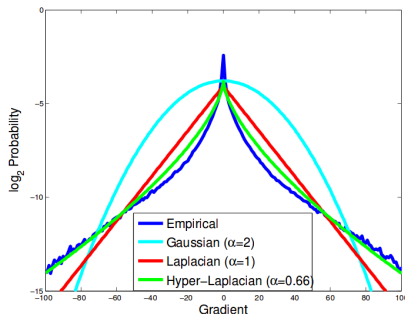
La scène $\mathbf{x}$ est un vecteur aléatoire décrit par sa densité de probabilité

- Modèle paramétrique gaussien - laplacien - hyperlaplacien [3, 4]

F_i : matrice de convolution liée au filtre f_i

$$p(\mathbf{x}) \propto \exp -\lambda \sum_i |F_i \mathbf{x}|^\alpha$$

Typiquement $f_1 = [-1 \ 1]$ et $f_2 = [-1; 1]$



Extrait de Krishnan et al (2009)[4]

La scène $\mathbf{x}$ est un vecteur aléatoire décrit par sa densité de probabilité

- Modèle paramétrique gaussien - laplacien - hyperlaplacien [3, 4]

$$p(\mathbf{x}) \propto \exp -\lambda \sum_i |F_i \mathbf{x}|^\alpha$$

F_i : matrice de convolution liée au filtre f_i
Typiquement $f_1 = [-1 \ 1]$ et $f_2 = [-1; 1]$

- Mixture de gaussienne finie sur des fenêtres [5]

$$p(\mathbf{x}) = \sum_k^K \pi_k \mathcal{N}(\mathbf{x} | \mu_k, \Sigma_k)$$

π_k, μ_k, Σ_k appris sur une base de fenêtres d'images ou estimés pendant le traitement

$$\sum_k \pi_k = 1$$

→ Modèles souvent utilisés dans les approches bayésiennes d'inversion de problème inverse

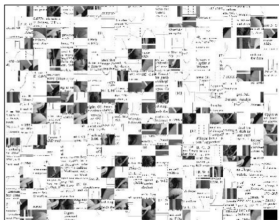
- Par apprentissage à l'aide d'une grande base de données (modèle non analytique)

Modélisation de la densité spectrale de puissance DSP_x de la scène x :

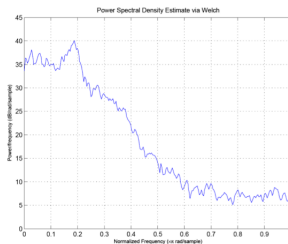
$$DSP_x = FT(x \otimes x) = |FT(x)|^2$$

- Modélisation analytique : $DSP_x(\mu, \nu) = \frac{\delta}{1+\beta(\mu^2+\nu^2)^{\alpha/2}}$
- Par apprentissage

Training Set



PSD Slice



Extrait de Stork et Robinson, (2008) [6]

Modélisation de la densité spectrale de puissance DSP_x de la scène x :

$$DSP_x = FT(x \otimes x) = |FT(x)|^2$$

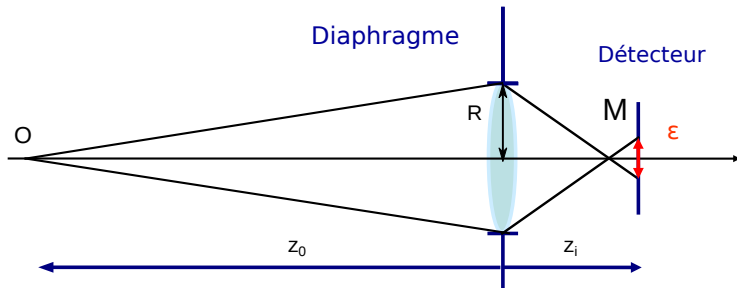
- Modélisation analytique : $DSP_x(\mu, \nu) = \frac{\delta}{1+\beta(\mu^2+\nu^2)^{\alpha/2}}$
- Par apprentissage

Domaine de validité

- Périodicité de l'image supposée par la transformée de Fourier
- Images de grande taille pour éviter les problèmes de bord

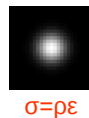
3 Quelques outils de modélisation

- De la scène
- De l'optique
- Du détecteur
- De la performance globale



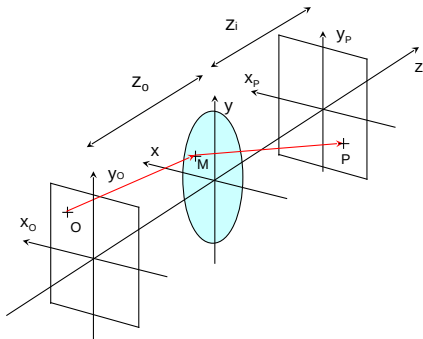
Modèles de PSF :

- Disque de diamètre $\epsilon = 2Rz_i \left| \frac{1}{f} - \frac{1}{z_0} - \frac{1}{z_i} \right|$
 - Gaussienne d'écart-type $\sigma = \rho\epsilon$
- $\Rightarrow$ Modèle simple mais peu réaliste



Modèle d'optique de Fourier (rappel)

En s'appuyant sur le livre de J.W Goodman - [7]



Champ incident émis par un point source $O (x_0, y_0, -z_0)$ en $M(x, y, 0)$

$$\underline{U}_{inc}(M) = \frac{\exp(ik\overline{OM})}{\overline{OM}}$$

Où $k = 2\pi/\lambda$ (ici $n=1$)

La lumière traverse ensuite un composant optique de transmittance $\underline{t}(M)$

Intégrale de Rayleigh et Sommerfeld (avec un facteur d'obliquité à 1)

$$\underline{U}(P) \simeq \frac{-i}{\lambda} \int_{\Sigma} \underline{t}(M) \underline{U}_{inc}(M) \frac{\exp(ik\overline{PM})}{\overline{PM}} dM \quad (1)$$

Approximation paraxiale :

$$\overline{OM} \approx z_0 + \frac{1}{2} \frac{(x - x_o)^2}{z_0} + \frac{1}{2} \frac{(y - y_o)^2}{z_0} \quad \overline{MP} \approx z_i + \frac{1}{2} \frac{(x_P - x)^2}{z_i} + \frac{1}{2} \frac{(y_P - y)^2}{z_i}$$

Composant optique : lentille (mince et dans l'approximation paraxiale)

$$\underline{t}(M) = A(x, y) \exp^{-i \frac{\pi}{\lambda f} (x^2 + y^2)}$$

En remplaçant dans l'expression de $U(P)$ et après quelques lignes de calculs :

$$\underline{U}(P) \propto TF \left(A(x, y) \exp^{i\psi \frac{(x^2 + y^2)}{R^2}} \right) \left(\frac{x'_P}{\lambda z_i}, \frac{y'_P}{\lambda z_i} \right) \quad \psi = \frac{\pi R^2}{\lambda} \left(\frac{1}{z_0} + \frac{1}{z_i} - \frac{1}{f} \right)$$

Avec $x'_P = x_P - \gamma x_O$, $y'_P = y_P - \gamma y_O$ et $\gamma = -z_i/z_O$

$$\text{Finalement : } FEP_{opt}(x_P, y_P) \propto \left| TF \left(A(x, y) \exp^{i\psi \frac{(x^2 + y^2)}{R^2}} \right) \right|^2 \left(\frac{x'_P}{\lambda z_i}, \frac{y'_P}{\lambda z_i} \right)$$

Pour une lentille avec des aberrations :

$$t(P) = A(x, y) \exp i \frac{\pi}{\lambda f} (x^2 + y^2) \exp i \phi_{ab}(x, y)$$

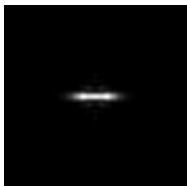
$$\text{FEP}_{opt}(x_P, y_P) \propto \left| TF \left(A(x, y) \exp i \psi \frac{(x^2 + y^2)}{R^2} \exp i \phi_{ab}(x, y) \right) \right|^2 \left(\frac{x'_P}{\lambda z'_i}, \frac{y'_P}{\lambda z'_i} \right)$$

Modélisation des aberrations - décomposition de Seidel

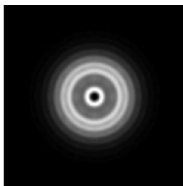
Passage en coordonnées polaires $\{x, y\} \longrightarrow \{\rho, \theta\}$ dans le plan de la pupille
et $y' = \sqrt{x_P^2 + y_P^2}$

- Aberration sphérique : $\phi_{ab} = \alpha \rho^4$
- Coma : $\phi_{ab} = \beta \rho^3 y' \cos(\theta)$
- Astigmatisme : $\phi_{ab} = \gamma \rho^2 y'^2 \cos(2\theta)$
- Courbure : $\phi_{ab} = \delta u^2 y'^2$

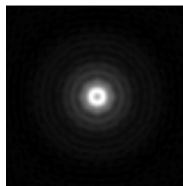
Exemples de FEP simulées avec le modèle d'optique de Fourier



Astigmatisme



Défocalisation

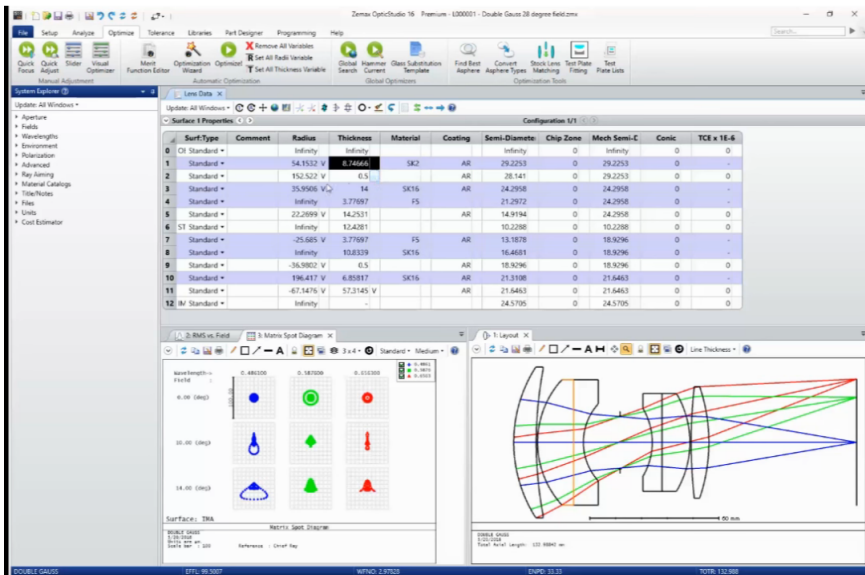


Aberration sphérique
et défocalisation

Bilan

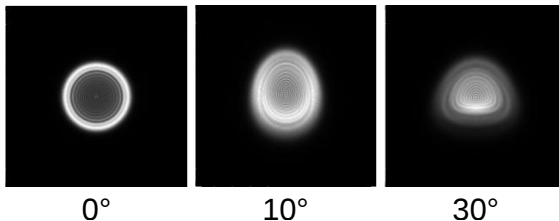
- Modèle tenant compte de la diffraction et des aberrations
- Repose sur plusieurs approximations

Logiciel de conception optique



Edit Design Tools View Help										
Oper #	Type	Op#1	Op#2				Target	Weight	Value	% Contrib
1: SPHA	SPHA	0	1				0.00000	1.00000	0.83006	77.49592
2: COMA	COMA	0	1				0.00000	1.00000	-0.44730	22.50408
3: ASTI	ASTI	0	1				0.00000	0.00000	0.45464	0.00000
4: FCUR	FCUR	0	1				0.00000	0.00000	0.13373	0.00000
5: BLNK	BLNK Calculate Shape Factor of Lens 1									
6: CVVA	CVVA	2					0.00000	0.00000	0.01941	0.00000
7: CVVA	CVVA	3					0.00000	0.00000	-0.01942	0.00000
8: SUMM	SUMM	6	7				0.00000	0.00000	-1.84447E-005	0.00000
9: DIFF	DIFF	6	7				0.00000	0.00000	0.03883	0.00000
10: DIVI	DIVI	8	9				0.00000	0.00000	-4.75029E-004	0.00000
11: BLNK	BLNK Calculate Shape Factor of Lens 1									
12: CVVA	CVVA	4					0.00000	0.00000	-1.00000E-002	0.00000
13: CVVA	CVVA	5					0.00000	0.00000	9.22259E-003	0.00000
14: SUMM	SUMM	12	13				0.00000	0.00000	-7.77413E-004	0.00000
15: DIFF	DIFF	12	13				0.00000	0.00000	-0.01922	0.00000
16: DIVI	DIVI	14	15				0.00000	0.00000	0.04044	0.00000
17: DMFS	DMFS									

Exemples de FEP simulées à l'aide d'un logiciel de conception optique



Bilan

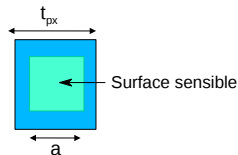
- Modèle très réaliste par tracé de rayon
- Interaction avec le traitement plus difficile (mais moins depuis quelques années)
- Coût de calcul potentiellement important
- Coût du logiciel

3 Quelques outils de modélisation

- De la scène
- De l'optique
- Du détecteur
- De la performance globale

Intégration du flux lumineux sur une grille de pixels

$$h(u) = (h_{opt} * \Pi_a)(u) \cdot \text{III}_{t_{px}}$$



Paramètres principaux

- Taille des pixels t_{px} et facteur de remplissage a
- RGB ou NB (présence ou non de filtres de type Bayer)
- Temps d'acquisition

Principales sources de bruit

- Bruit de photons
- Bruit thermique (courant d'obscurité)
- Bruit de lecture (de la photodiode à la sortie)
- Bruit de quantification

Modélisation simple du bruit couramment utilisée : $p(\mathbf{b}) = \mathcal{N}(0, \sigma_b^2)$

3 Quelques outils de modélisation

- De la scène
- De l'optique
- Du détecteur
- De la performance globale

Tout dépend de l'application, voici quelques exemples :

Critères de qualité image

- Rapport Signal à Bruit (RSB et *SNR* en anglais)
- Rapport Signal à Bruit de Crête (RSB-C ou *PSNR* en anglais)
- Ecart Quadratique Moyen (EQM ou *MSE* en anglais)

Critères d'estimation de paramètres

- Ecart Quadratique Moyen (EQM ou *MSE* en anglais)
- Distance de Kullback (DK ou *KD* en anglais)
- Borne de Cramér Rao (BCR ou *CRB* en anglais)

Ces critères de performances font intervenir les modèles précédents !

Soit $\hat{x}$ l'image en sortie du traitement - estimée de la scène x

- Ecart quadratique moyen :

$$E(|x - \hat{x}|^2)$$

- Rapport signal à bruit :

$$RSB = \frac{|E(\hat{x})|}{\sqrt{\text{VAR}(\hat{x})}}$$

- Rapport signal à bruit de crête (d dynamique du signal) :

$$PSNR = \frac{d^2}{E(|x - \hat{x}|^2)}$$

La borne de Cramér Rao est la borne inférieure sur la variance de l'estimation de θ pour un estimateur non biaisé (voir référence MacKay, 2003) [8].

Soit $p(\mathbf{x}; \theta)$ la densité de probabilité du vecteur aléatoire $\mathbf{x}$

$$\text{var}(\hat{\theta}) \succeq \text{BCR}(\theta) = \frac{1}{FI(\theta)} = \left(E \left[\left(\frac{\partial}{\partial \theta} \ln p(\mathbf{x}; \theta) \right)^2 \right] \right)^{-1}$$

- L'espérance E est calculée suivant la loi $p(\mathbf{x}; \theta)$
- La dérivée est prise à la vraie valeur de θ
- $p(\mathbf{x}; \theta)$ est aussi appelée fonction de vraisemblance de θ notée $L(\mathbf{x}; \theta)$

Sous hypothèse de régularité* on peut écrire :

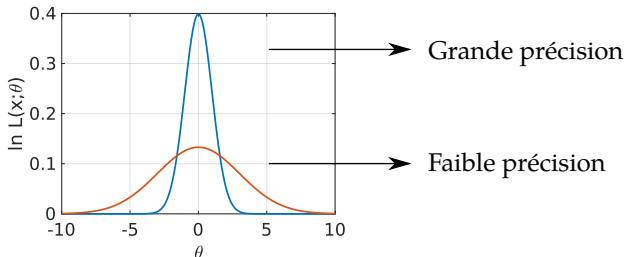
$$\text{var}(\hat{\theta}) \succeq \text{BCR}(\theta) = - \left(E \left[\frac{\partial^2}{\partial^2 \theta} \ln p(\mathbf{x}; \theta) \right] \right)^{-1}$$

* condition de régularité : $E \left[\frac{\partial \ln p(\mathbf{x}; \theta)}{\partial \theta} \right] = 0$ pour tout θ [8]

$$\text{var}(\hat{\theta}) \succeq \text{BCR}(\theta) = - \left(E \left[\frac{\partial^2}{\partial^2 \theta} \ln L(\mathbf{x}; \theta) \right] \right)^{-1}$$

Interprétation graphique

Plus la log-vraisemblance est piquée plus l'estimation du paramètre sera précise



Outil issu de la théorie de l'information qui mesure la dissimilarité entre deux distributions [9].

Définition

Soit P et Q deux distributions, de densité de probabilité p et q , la distance de Kullback-Leibler entre elles vaut :

$$D_{KL}(P||Q) = \int p(x) \log \left(\frac{p(x)}{q(x)} \right) dx \quad (2)$$

- Caractérise l'entropie relative entre les distributions
- N'est pas symétrique

- 1 Introduction
- 2 Modèle de formation d'images - notations
- 3 Quelques outils de modélisation
- 4 Conclusion et suite du cours

Présentation de quelques modèles pour :

- La scène
- L'optique
- Le détecteur
- La performance du traitement

Suite du cours :

Utilisation de ces modèles dans différents exemples de co-conception



**RÉPUBLIQUE
FRANÇAISE**

*Liberté
Égalité
Fraternité*

ONERA

THE FRENCH AEROSPACE LAB

Merci de votre attention !

Des questions ?

www.onera.fr

Bibliographie

- [1] N. Joshi, R. Szeliski et D. J. Kriegman,
PSF estimation using sharp edge prediction,
Dans *2008 IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition*, pp. 1–8. IEEE (2008).
- [2] S. Zhuo et T. Sim,
Defocus map estimation from a single image,
Pattern Recognition, 44 (9), pp. 1852–1858 (2011).
- [3] A. Levin, R. Fergus, F. Durand et W. T. Freeman,
Image and Depth from a Conventional Camera with a Coded Aperture,
Dans *ACM SIGGRAPH 2007 Papers*, SIGGRAPH '07, New York, NY, USA, ACM (2007),
<http://doi.acm.org/10.1145/1275808.1276464>.
- [4] D. Krishnan et R. Fergus,
Fast image deconvolution using hyper-Laplacian priors,
Advances in neural information processing systems, 22, pp. 1033–1041 (2009).

- [5] D. Zoran et Y. Weiss,
From learning models of natural image patches to whole image restoration,
Dans *2011 International Conference on Computer Vision*, pp. 479–486
(2011).
- [6] D. G. Stork et M. D. Robinson,
Theoretical foundations for joint digital-optical analysis of electro-optical imaging systems,
Appl. Opt., 47 (10), pp. B64–B75 (Apr 2008),
<http://ao.osa.org/abstract.cfm?URI=ao-47-10-B64>.
- [7] J. W. Goodman,
Introduction to Fourier optics,
Roberts and Company Publishers (2005).
- [8] D. J. MacKay et D. J. Mac Kay,
Information theory, inference and learning algorithms,
Cambridge university press (2003).
- [9] S. Kullback,
Information theory and statistics,
Courier Corporation (1997).