

Lorenzo Audibert



CHANGER L'ÉNERGIE ENSEMBLE



# R&D : CHIFFRES CLÉS



**2 100** salariés

dont

**370** docteurs

**150** doctorants

**200** chercheurs enseignants  
des universités et grandes écoles

**553 millions**

d'euros de budget en 2014

**70 %** de l'activité en appui à  
la performance des métiers du  
Groupe

**15 départements**

(compétences, partenariats  
et maîtrise d'œuvre)

**14 laboratoires communs  
de recherche**

**Partenaire de 6 fonds  
de capital-risque**

dans le domaine des technologies  
propres

**10 centres de  
recherche**

dont

**3 En France**

**7 A l'international**

(Allemagne,  
Royaume-Uni,  
Italie, Pologne,  
Chine , USA,  
Singapour)

**30 %** de l'activité pour  
anticiper et préparer l'avenir

# LES PARTENAIRES stratégiques DE LA R&D

Une logique de co-développement et de partage de compétences

## AMÉRIQUE

### CANADA



### ÉTATS-UNIS



### BRESIL



- Partenaires académiques internationaux
- Partenaires industriels
- Associations

## AUTRES FORMES DE RECHERCHE COLLABORATIVE

- Projets européens
- KIC (Communautés de la Connaissance et de l'Innovation) :  
Climat, Inno Energy
- Associations industrielles européennes :  
Nugénia, EASE, E2BA, SEDC, ETI
- Plates-formes technologiques & Initiatives Industrielles Européennes :  
CO2 émission, Réseaux Intelligents, Nucléaire, Sécurité Industrielle, Construction, Eolien
- Energy European Research Alliance

## EUROPE

	POLOGNE	FRANCE	ROYAUME-UNI
 <b>ALLEMAGNE</b>  	<b>Consortium d'Universités Polonaises</b> 		
<b>ITALIE</b> 	<b>SUISSE</b>  <b>NORVEGE</b> 		

## ASIE

### CHINE



### JAPON





Exploration des nouveaux usages de l'électricité et de développement de solutions innovantes liées aux Technologies de l'Information et de la Communication (TIC) :  
**La maison Multi énergies**

*EDF Lab les Renardières*



Élaborer et intégrer des innovations majeures dans la conception et la réalisation des systèmes de contrôle-commande des centrales nucléaires :  
**CLUSTER CONNEXION**

*EDF Lab Chatou*



Développer des algorithmes destinés à l'effacement des clients industriels : le laboratoire d' « agrégation de données pour l'effacement des clients industriels »,  
**AGILE**

*EDF Lab les Renardières*

# Détection, localisation et quantification de déplacements par capteurs à fibre optique

Edouard Buchoud, Valeriu Vrabie, Sylvain Blairon, Jérôme Mars



- ▶ Introduction
- ▶ Etude de cas
- ▶ Amélioration du pas de mesure d'un capteur
- ▶ Quantification de déplacement
- ▶ Conclusions et perspectives

## ▶ Introduction

- Contexte
- Les capteurs à fibre optique
- Objectifs de la thèse

## ▶ Etude de cas

## ▶ Amélioration du pas de mesure d'un capteur

## ▶ Quantification de déplacement

## ▶ Conclusions et perspectives

# Suivi de la santé des structures

## Parc d'ouvrages génie civil d'EDF en France



Bâtiments nucléaires



Digue / Canal



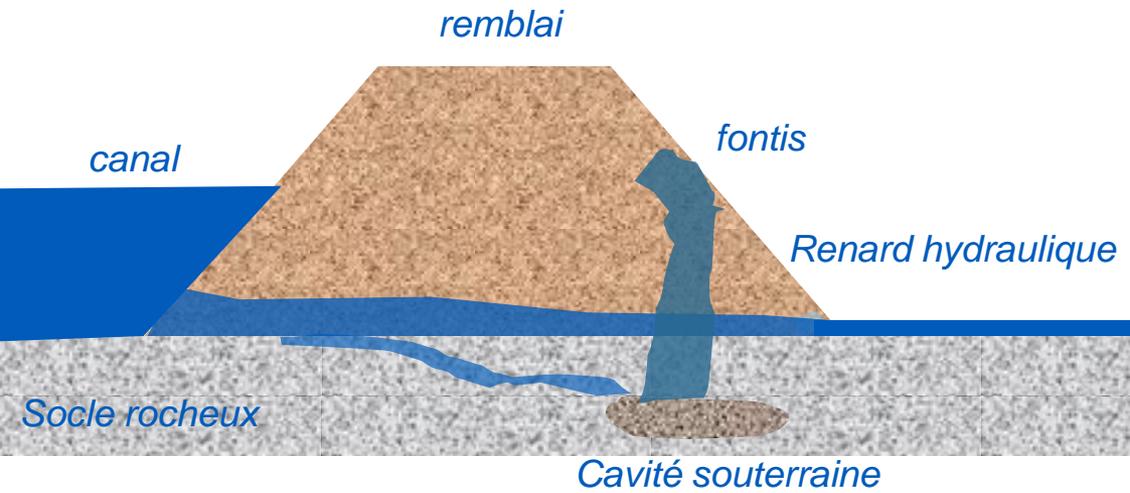
Barrage

## Objectifs

- Exploiter de manière sûre les ouvrages
- Optimiser la maintenance

# Suivi de la santé des structures

## Les défauts pathologiques à identifier



## Moyens d'auscultations

Inspections visuelles

Grandeurs physiques internes

∴  
Température, pression,  
déformation :  
 $\epsilon = \Delta L / L_0$  (µm/m)

## Besoin exprimé par les Maîtres d'Ouvrages

Défauts

Renard /  
fontis

Taille caractéristique

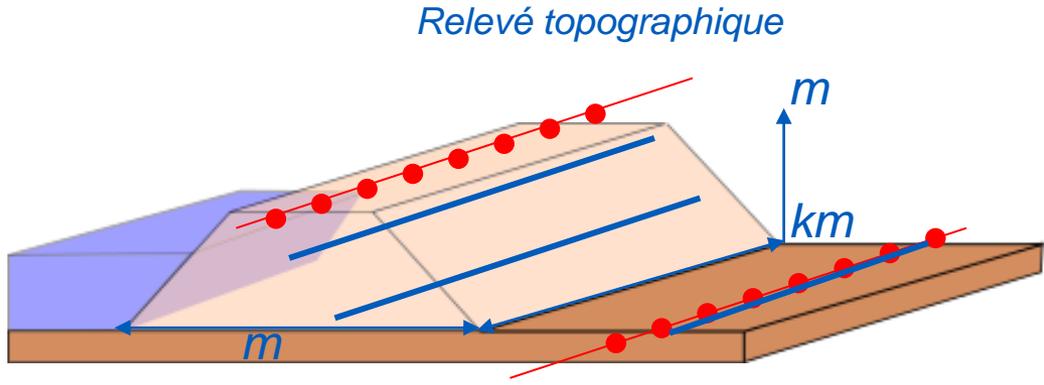
De 5 cm à 5 m

Déplacements

De 0,1 mm à  
10 cm

# Suivi de la santé des structures

## Les moyens de surveillance des ouvrages hydrauliques en terre



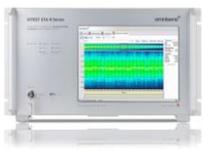
**Contrainte**

Ouvrages grands linéaires (km)

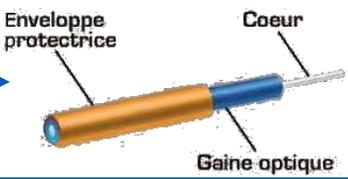
**Solution**

Réseau de capteurs

Unité d'interrogation



Fibre optique



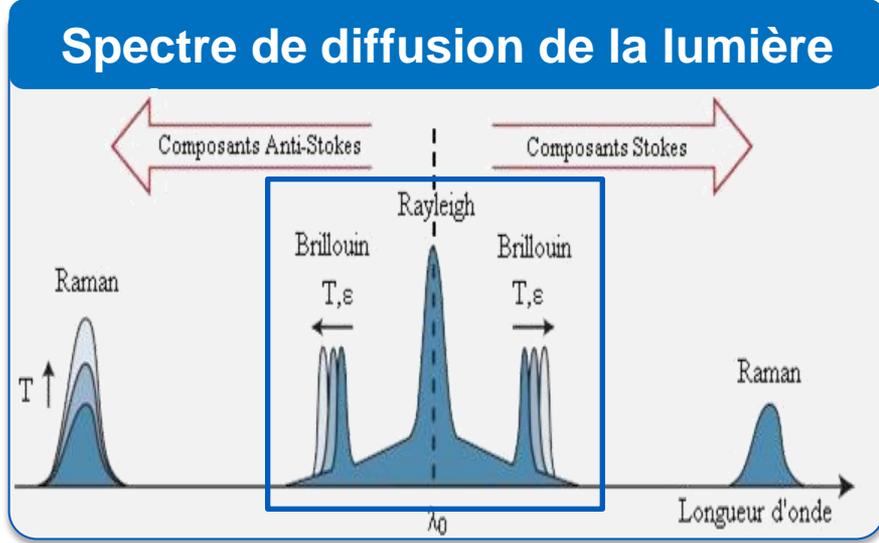
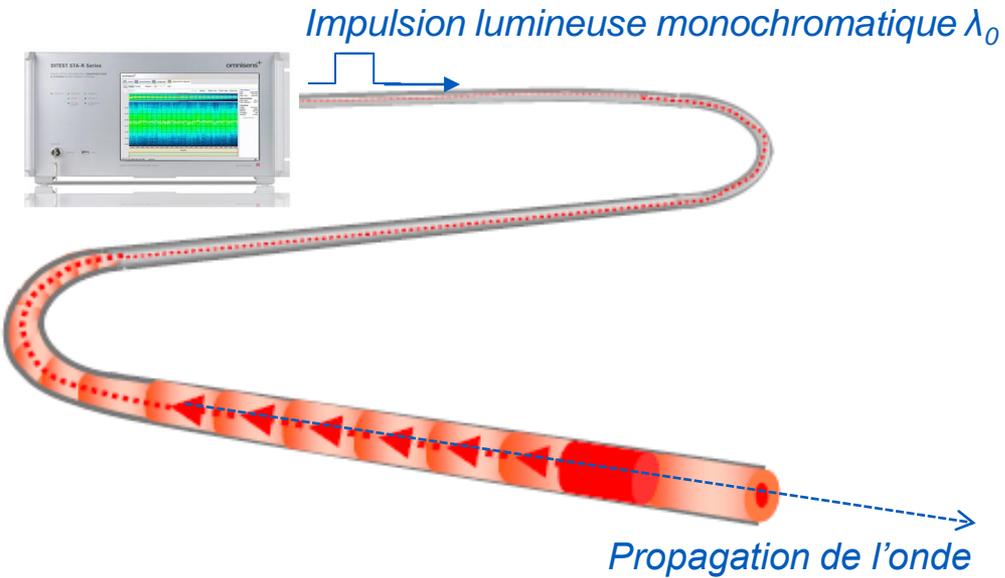
**Capteurs à fibres optiques**

- mesure la  $\varepsilon - T$
- 1 point de mesure tous les mètres sur plusieurs km

**Avantages liés à la fibre optique**

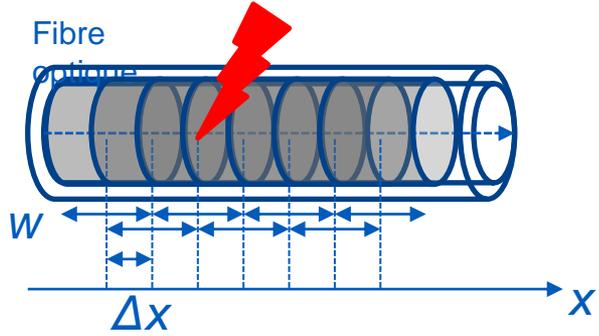
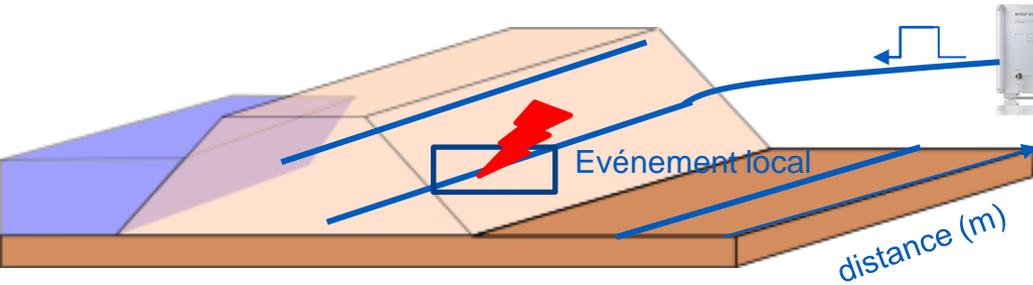
- Multiplexage
- Insensible EM, faible taille
- Faible coût par point de mesure

# Principe de mesure d'un capteur réparti

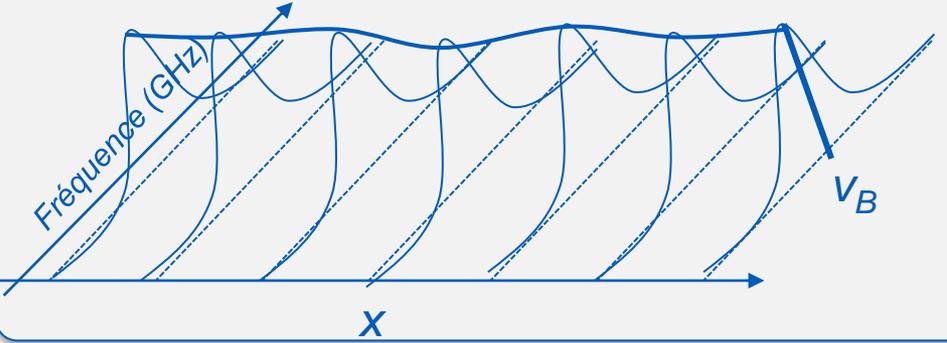


Phénomène de diffusion	Base de mesure (w)	Portée de l'appareil
Rayleigh	1 cm	< 70 m
Brillouin	1 m	> 25 km

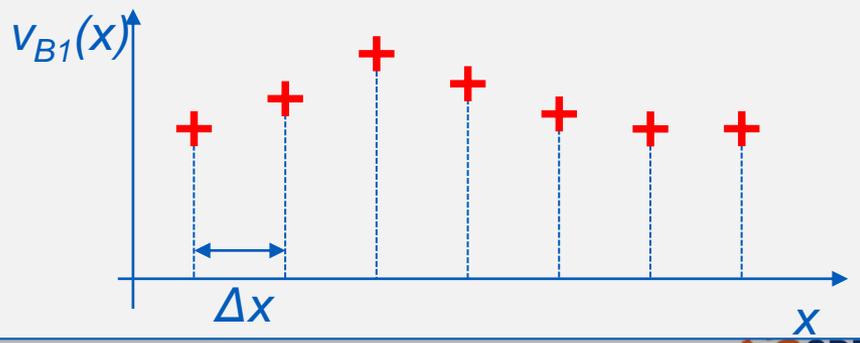
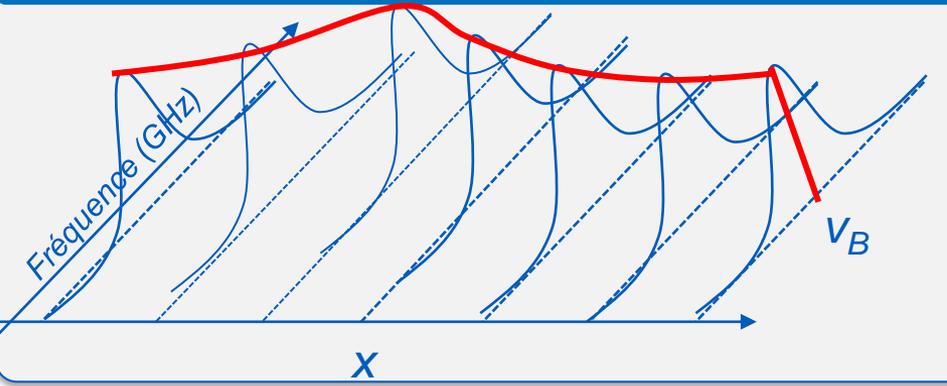
# Mesure d'un capteur réparti Brillouin



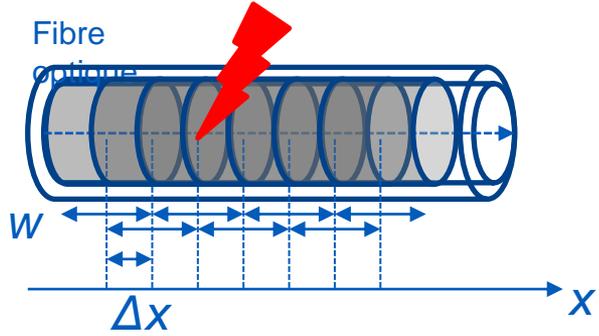
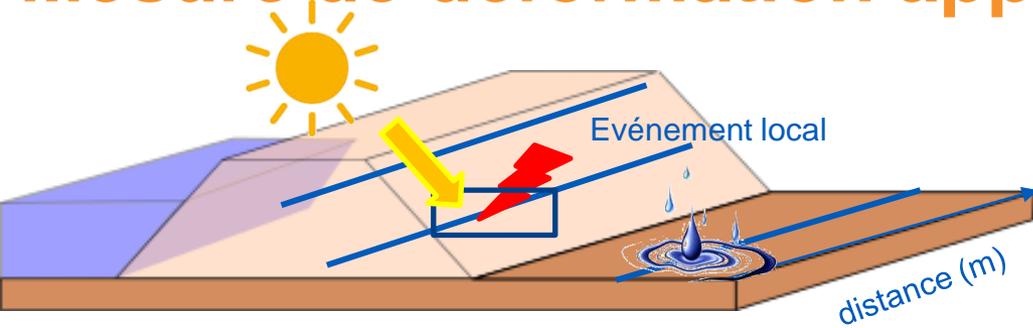
## Etat initial



## Etat déformé



# Mesure de déformation apparente



## Dépendance de la fréquence Brillouin

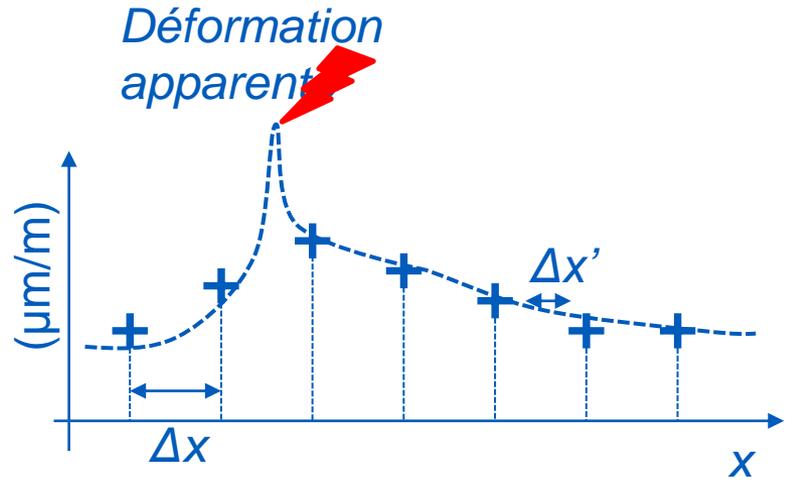
$$v_{B1}(x) = v_{B0}(x) + C_T \cdot \Delta T_{0 \rightarrow 1}(x) + C_\epsilon \cdot \epsilon_{0 \rightarrow 1}(x)$$

Coefficient de calibration  $C_\epsilon = 0.05 \text{ MHz}/\mu\epsilon$  et  $C_T = 1 \text{ MHz}/^\circ\text{C}$  (1550 nm, FO standard)

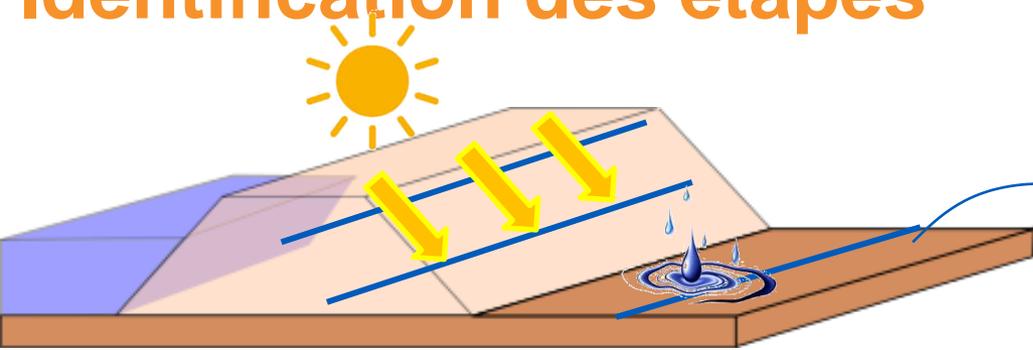
Déformation apparente ( $\mu\text{m}/\text{m}$ )

$$\epsilon'_{0 \rightarrow 1}(x) = \frac{v_{B1}(x) - v_{B0}(x)}{C_\epsilon}$$

Bao et al., 1995



# Identification des étapes



Données de l'interrogateur

Modélisation de la chaîne de mesure → Amélioration du pas de mesure → Séparation T / déformation

Profil de déformation avec  $\Delta x' = 5 \text{ cm}$

Identification / détection / localisation signatures de déformation → Relation déformation / déplacement → Quantification de déplacements

Quantifier un déplacement de 0,1 mm

▶ Introduction

▶ **Etude de cas : création de fontis**

- Apparition d'un tassement vertical
- Influence de la chaîne de mesure

▶ Amélioration du pas de mesure d'un capteur

▶ Quantification de déplacement

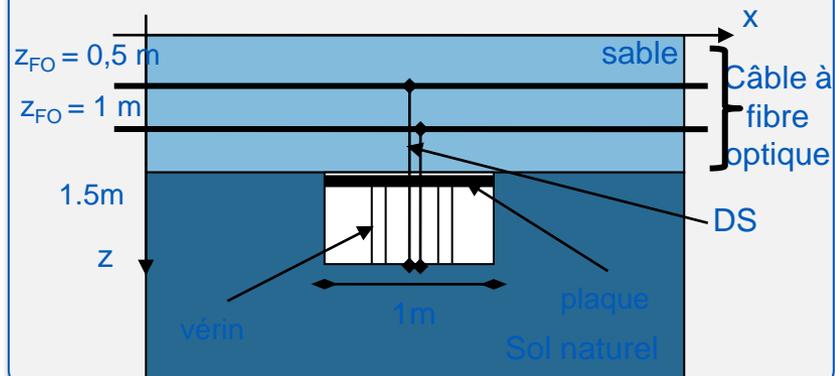
▶ Conclusions et perspectives

# Présentation de l'expérience

## Objectifs

- Créer de manière contrôlée une cavité souterraine
- Identifier une signature en déformation typique d'un tassement vertical
- Quantifier le tassement vertical

## Création de cavité souterraine



## Instrumentation

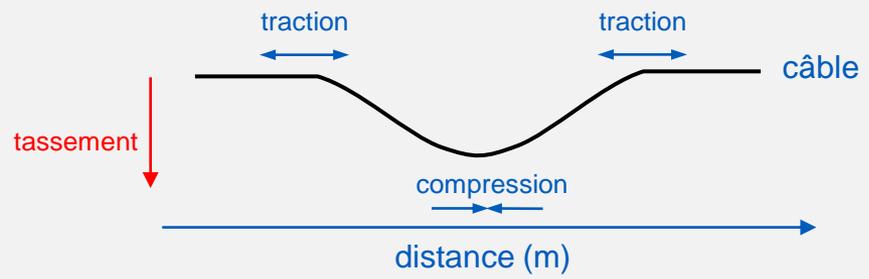
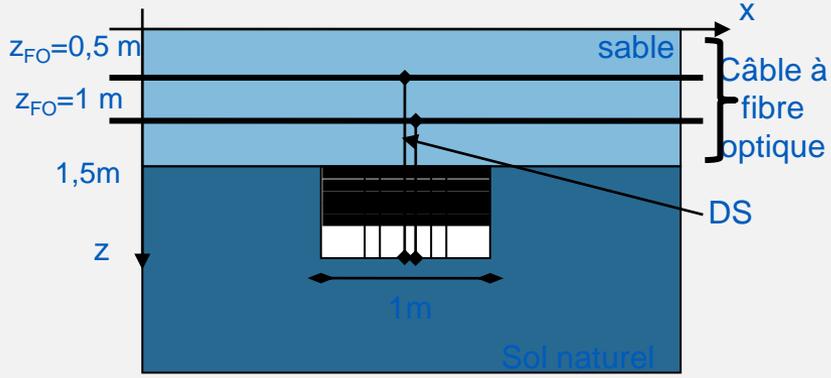
- 3 câbles industriels notés de A – C
- 2 interrogateurs : Rayleigh (cm) et Brillouin (m)
- 2 capteurs ponctuels de déplacements de références (DS)
- 7 abaissements de la plaque de 0,2 mm à 2,9 cm

Blairon *et al.*, 2011

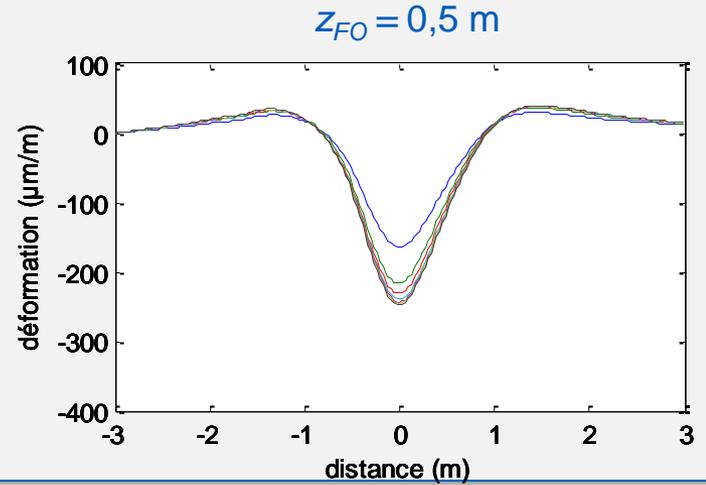
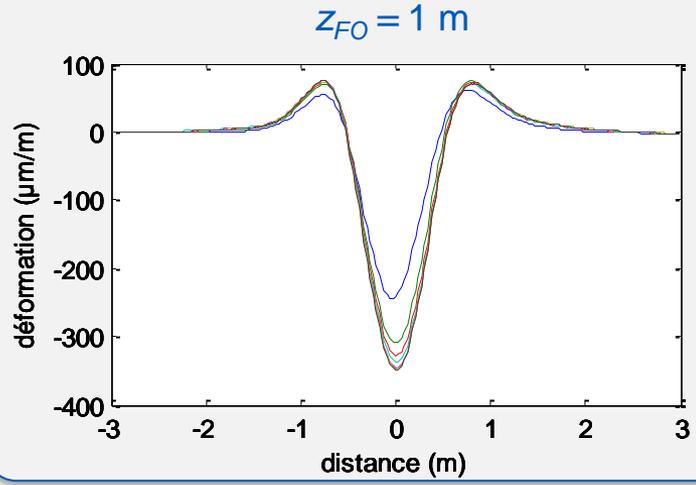


# Signature en déformation d'un tassement vertical

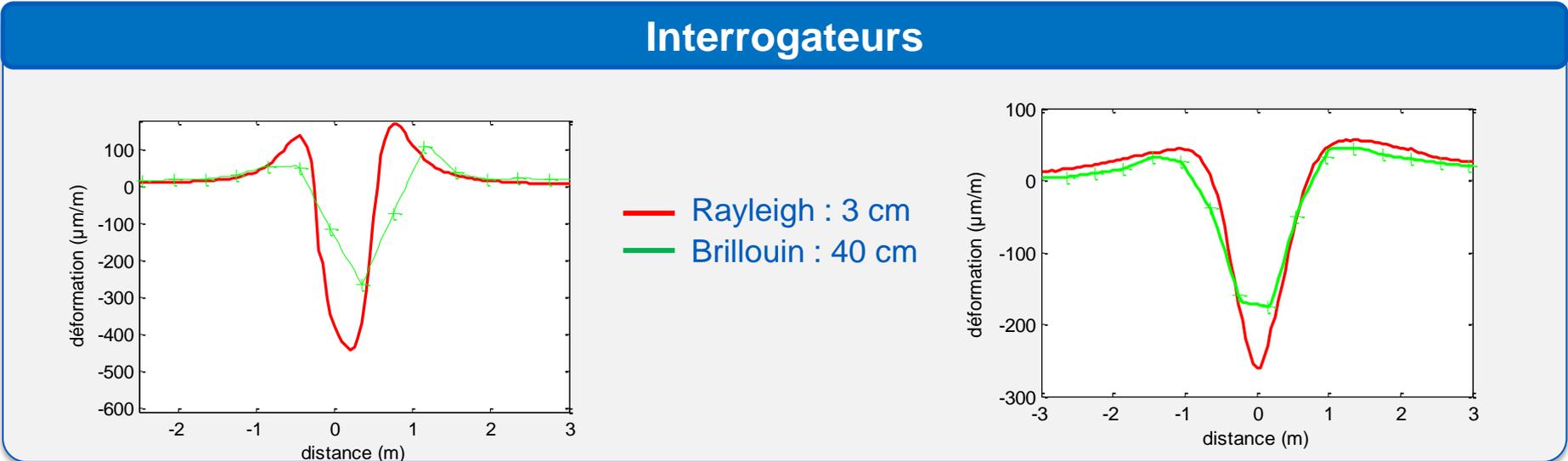
## Signature d'un tassement



## Mesure de déformation de référence : profil Rayleigh



# Influence de la chaîne de mesure



# Influence de la chaîne de mesure

## Explication - Formulation

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{FO}(\boldsymbol{x}) = \boldsymbol{\varepsilon}_{str}(\boldsymbol{x}) \otimes FTM_{cable}(\boldsymbol{x}) \otimes \Pi_{interrogateur}(\boldsymbol{x})$$

Déformation dans la fibre optique fournie par le capteur

Déformation subie par la structure

Fonction de transfert mécanique du câble

Influence de la base de mesure de l'interrogateur

Hénault *et al.*, 2012

## Problématiques

- Reconstruire le profil de fréquence Brillouin avec un pas de mesure centimétrique
- Définir une relation entre la déformation et les déplacements dans la structure

▶ Introduction

▶ Etude de cas : création de fontis

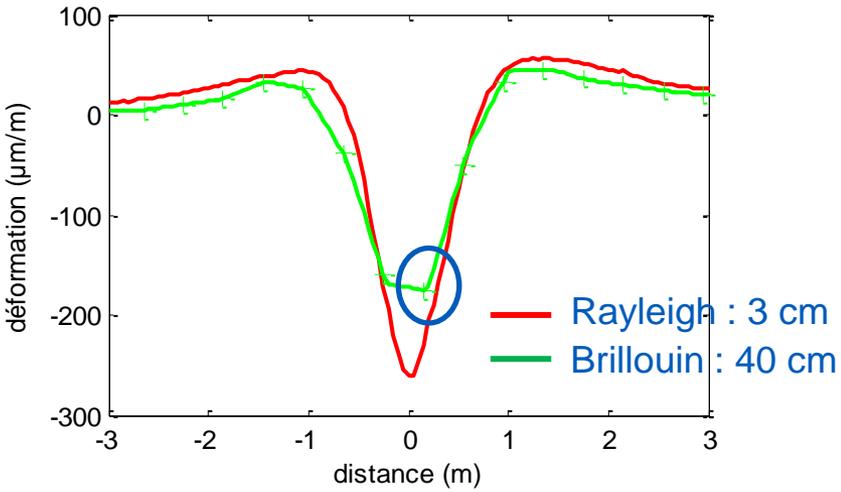
▶ **L'amélioration du pas de mesure d'un capteur**

- Modélisation de la chaîne de mesure
- Méthode de reconstruction du profil

▶ La quantification de déplacement

▶ Conclusions et perspectives

# Phénomène de distorsion

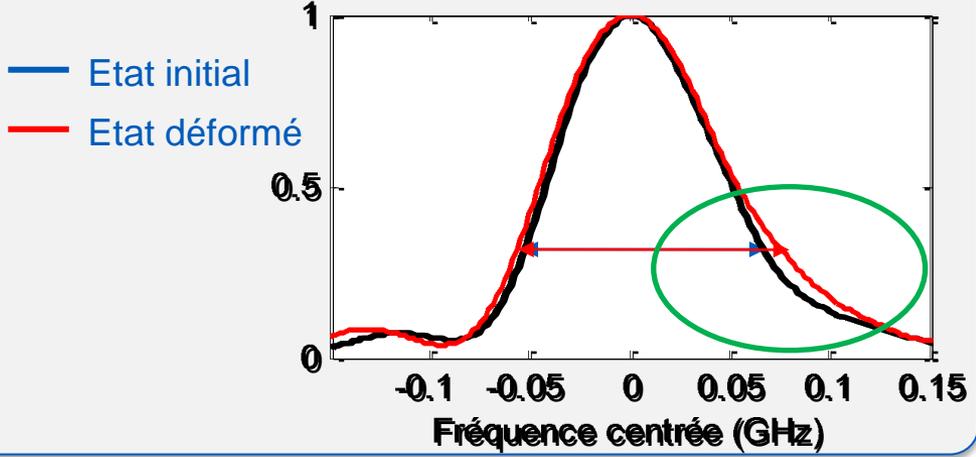


## Etat de l'art

Une déformation importante dans la base de mesure  $w$  implique une distorsion du spectre Brillouin

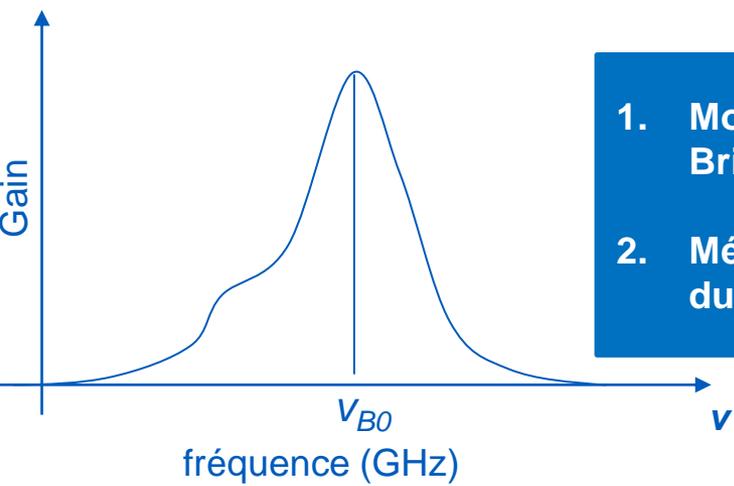
Ravet *et al.*, 2007

## Spectres Brillouin

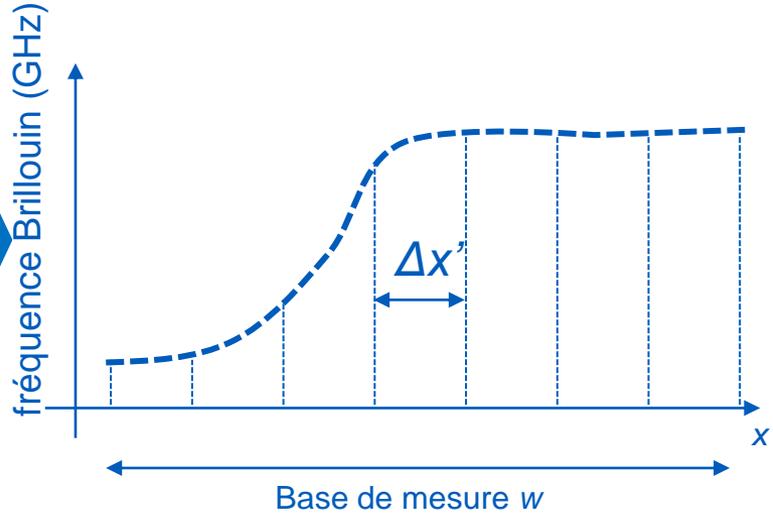


# Les solutions existantes

Solutions	Performances	Inconvénients
Principes de mesures différents	1 cm 25 km	€€€
Post-traitement	Amélioration de la résolution spatiale	Paramètres avancés non fournis



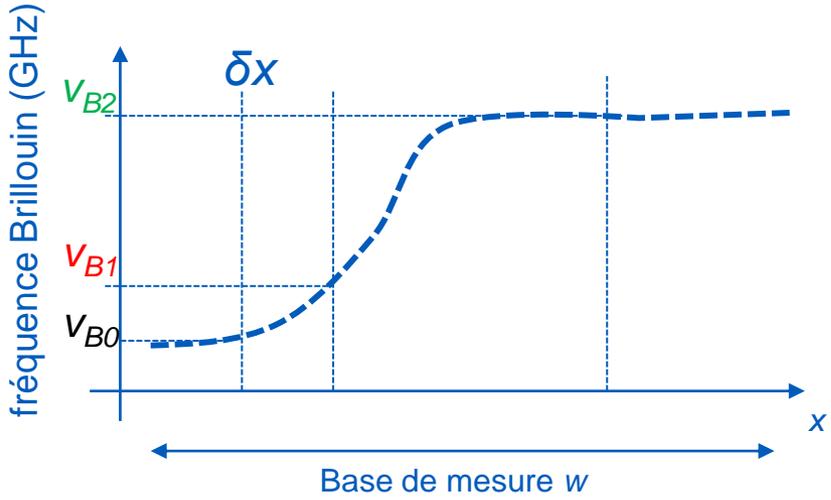
1. Modéliser le spectre Brillouin
2. Méthode d'estimation du profil



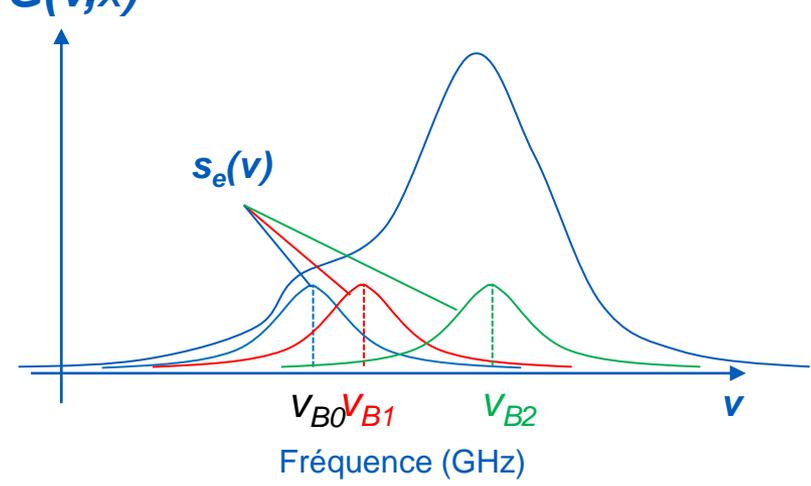
Ravet *et al.*, 2009  
Yamauchi *et al.*, 2013

# Modélisation de la chaîne de mesure

Profil de fréquence Brillouin  $v_B(x)$  au sein de  $w$



$G(v,x)$  Spectre Brillouin résultant



## Mesure du spectre Brillouin sur $w$

Moyenne des spectre elementaires sur chaque  $w$  :

$$G(v, x) \cong \int_{x-w/2}^{x+w/2} s_e(v - v_B(\zeta)) \cdot d\zeta$$

$$G(v, x) \cong W *_x (s_e *_v f(v_B, x)) = SW(v_B)$$

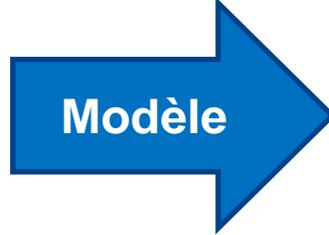
## Hypothèses

- Sur  $x$ ,  $v_B$  est continu
- La forme du spectre  $s_e(v)$  est connue

# Modèle de la chaîne de mesure

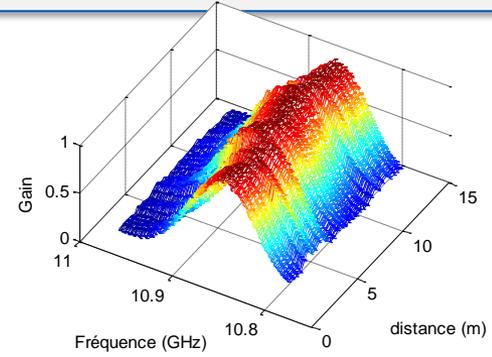
**Données d'entrée**

- Paramètres d'acquisition :  $w, \Delta x, L$
- Forme du spectre élémentaire :  $s_e(\nu)$
- Estimation du profil de fréquences Brillouin :  $\nu_B(x)$



**Données de sorties**

Spectres Brillouin  $G(\nu, x)$



Inversion modèle direct



# Inversion

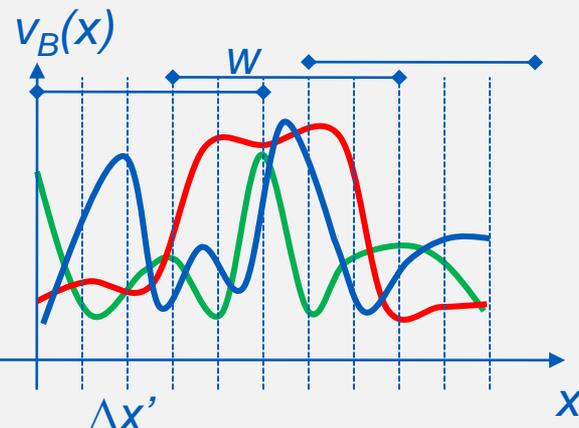
## Méthode

*Problème direct*       $G = SW(v_B) + \epsilon$

*Fonction de coût*       $J(v_B) = \|G - SW(v_B)\|^2$

- Paramétrisation de  $v_B$  avec  $\Delta x'$  choisi
- Problème mal posé car plusieurs solutions possibles

Tikhonov, 1963



## Régularisation

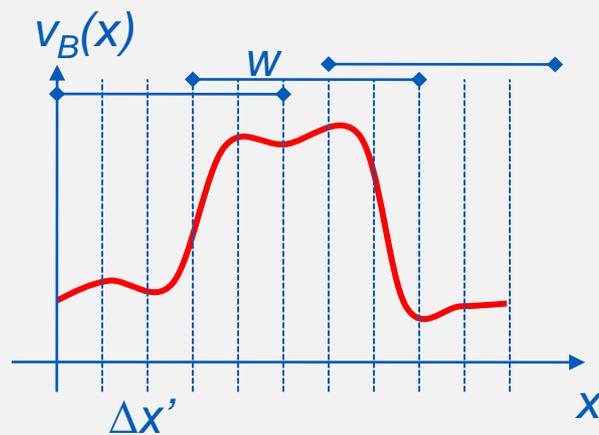
- Hypothèse : le profil  $v_B(x)$  est continu

*Fonction de coût*       $C(v_B) = J(v_B) + \lambda \cdot \phi(v_B)$

Avec  $\phi(v_B) = \left\| \frac{\partial v_B}{\partial x} \right\|_2^2$

- $\lambda$ , le coefficient de régularisation à déterminer

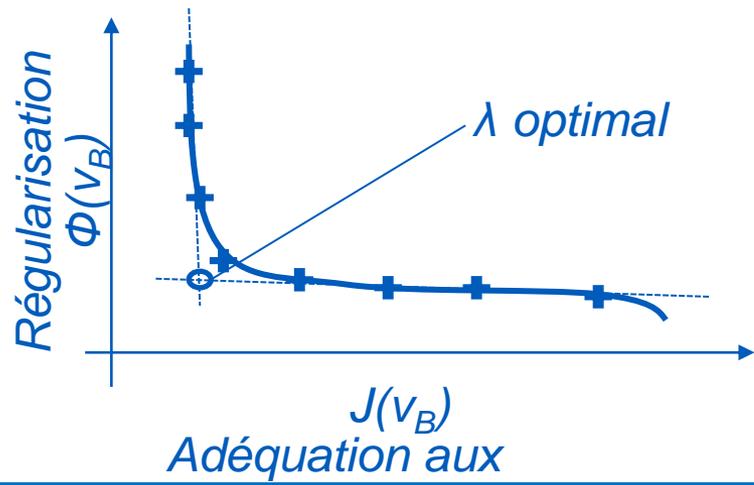
Lawson & Hanson, 1995



# Choix du coefficient de régularisation

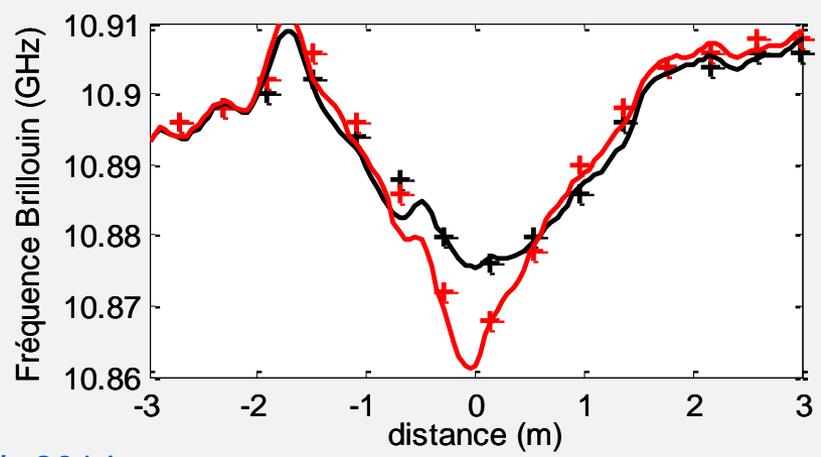
## Méthode empirique

- Définition de bornes
- Intervalle régulier
- Obtention du  $\lambda$  optimal pour  $\Delta x'$  donné



## Application sur les données

Nouveau pas de mesure  $\Delta x' = 5$  cm



Etat initial

- + Brillouin : 40 cm
- Estimation : 5 cm

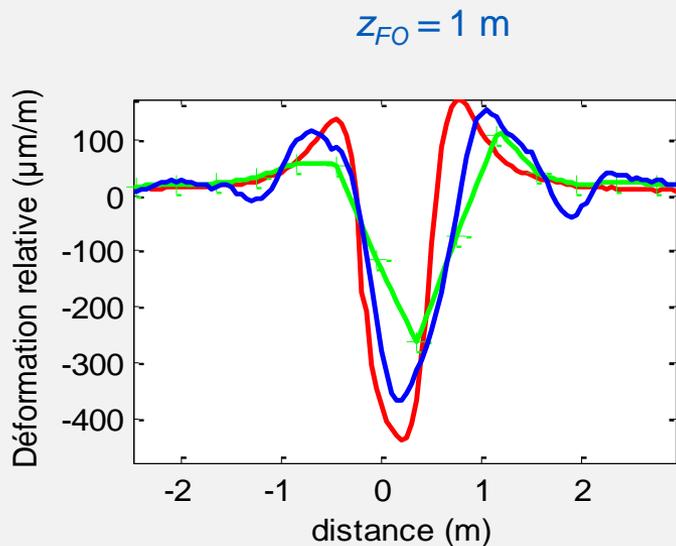
Etat déformé

- + Brillouin : 40 cm
- Estimation : 5 cm

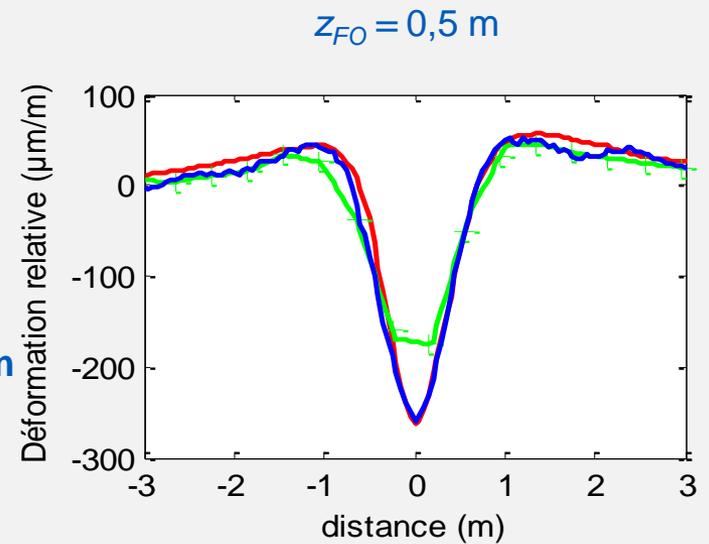
Buchoud et al., 2014

# Application sur le cas d'étude

## Estimation de la déformation aux différentes hauteurs



- Rayleigh : 3 cm
- Brillouin : 40 cm
- Estimation : 5 cm



Buchoud *et al.*, 2014

# Conclusion sur l'amélioration du pas de mesure

## Méthodes

- Proposition d'un modèle de la chaîne d'acquisition
- Adaptation des méthodes de séparation de sources
- Développement des algorithmes de reconstruction de profil

## Données simulées

- Comparaison des différentes méthodes
- Etude de l'influence des paramètres importants

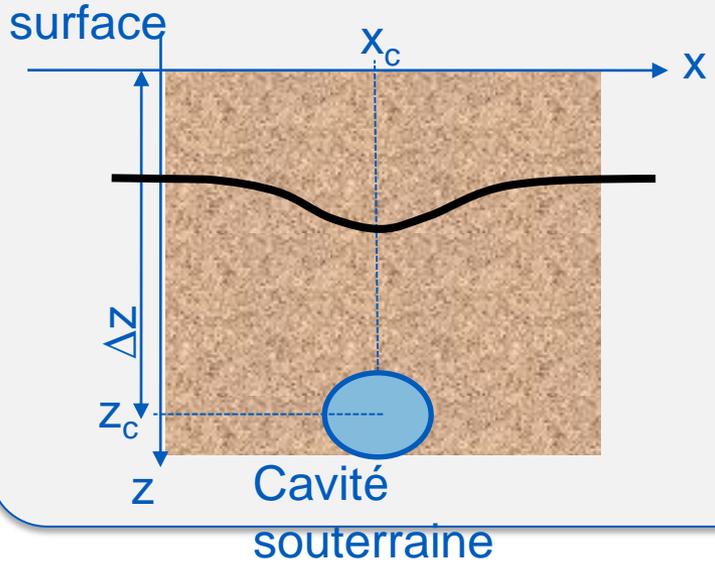
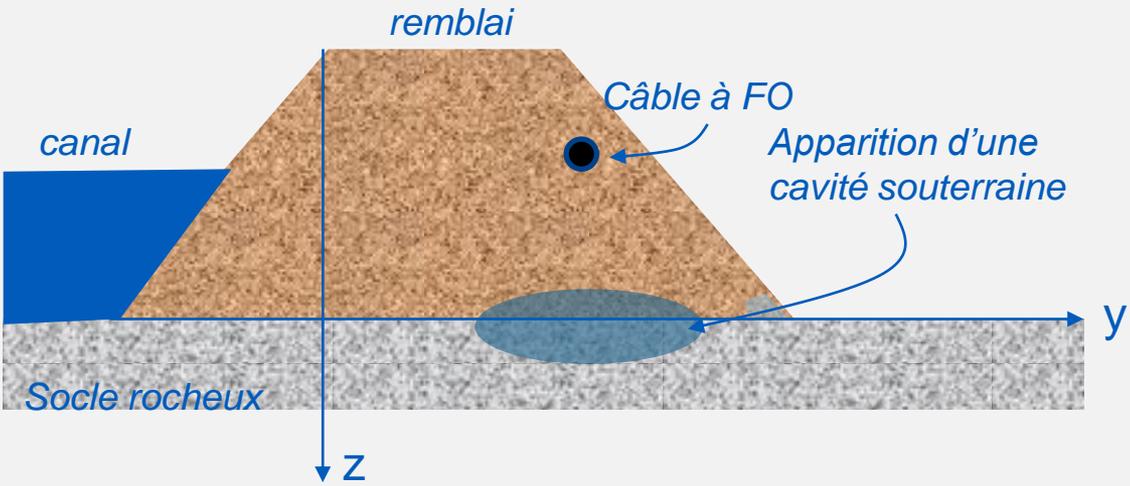
## Données réelles

- **Diminuer le pas de mesure d'un facteur 8 : de 40 cm à 5 cm**
- **Améliorer la résolution en déformation**

- ▶ Introduction
  
- ▶ Etude de cas
  
- ▶ Amélioration du pas de mesure d'un capteur
  
- ▶ **Quantification de tassements verticaux**
  - Problématique
  - Relation entre la déformation et le déplacement
  - Procédé de quantification de déplacements
  
- ▶ Conclusions et perspectives

# Objectifs

## Problématique



## Objectifs

- Relier la signature de la déformation avec le déplacement
- Estimer la profondeur de la cavité
- Quantifier un tassement vertical de l'ordre du mm

# Méthode

## Problématique

$$\varepsilon_{FO}(\mathbf{x}) = \varepsilon_{str}(\mathbf{x}) \otimes FTM_{cable}(\mathbf{x}) \otimes \Pi_{interrogateur}(\mathbf{x})$$

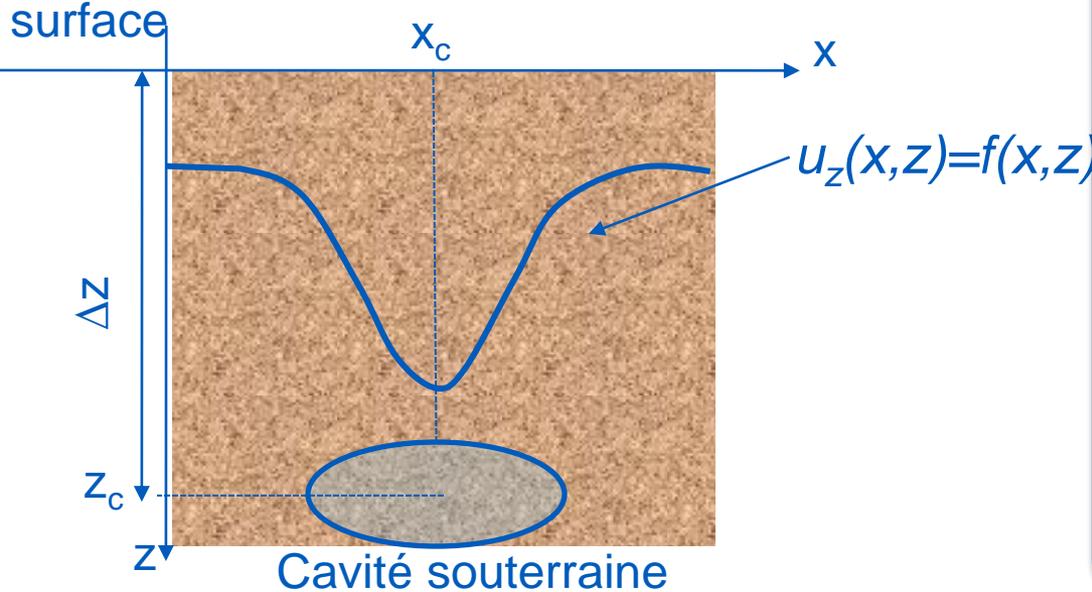
Hypothèse : définition d'un système équivalent câble / sol



## Solution



# Lien entre les composantes du déplacement



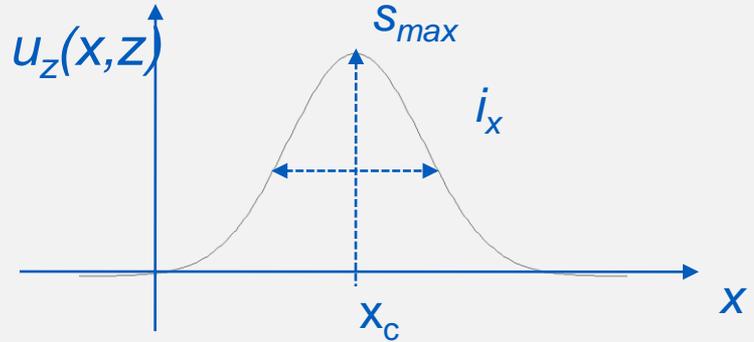
## Relation entre déplacement vertical et longitudinal

$$u_x(x, z) = -\frac{n \cdot x}{\Delta z} \cdot u_z(x, z)$$

$$u_z(x, z) = f(x, z)$$

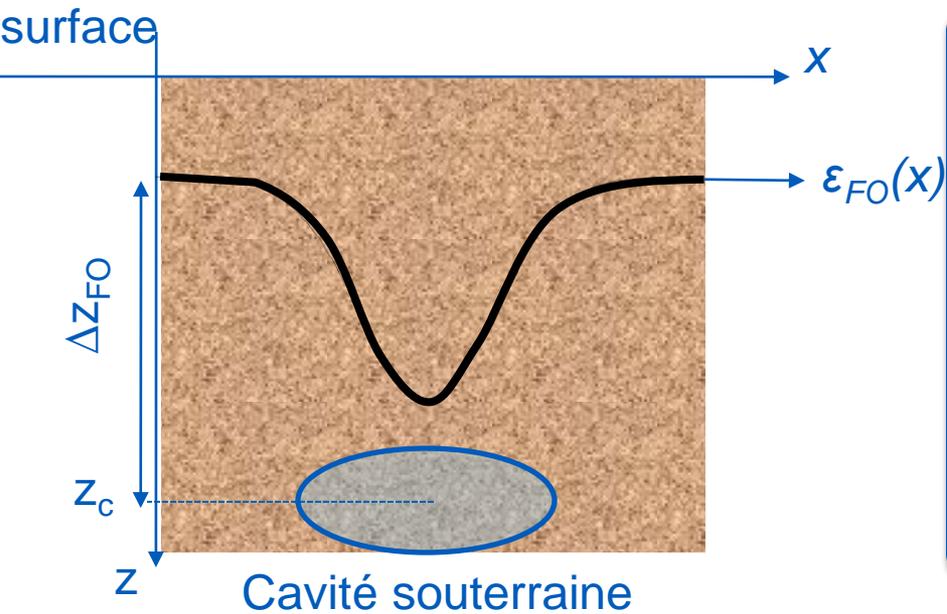
- f** : modèle mathématique
  - n** : lié aux propriétés du système câble / sol
  - Δz** : distance cavité / surface
- Mair et al., 1993

## Les paramètres importants des modèles empiriques



- f** : type gaussien
- S<sub>max</sub>** : tassement vertical maximal
- i<sub>x</sub>** : la largeur du profil au point d'inflexion

# Lien entre la déformation et le tassement vertical



### Relation entre déplacement vertical et longitudinal

$$\tilde{\varepsilon}_{FO}(x, z_{FO}) = -\frac{n \cdot s_{max}(z_{FO})}{\Delta z_{FO}} g(x, z_{FO})$$

$g$  : dérivée partielle de  $x \cdot u_z(x, z)$

$n$  : lié aux propriétés du sol / câble

$s_{max}$  : tassement vertical maximal

$\Delta z_{FO}$  : distance cavité / câble à FO

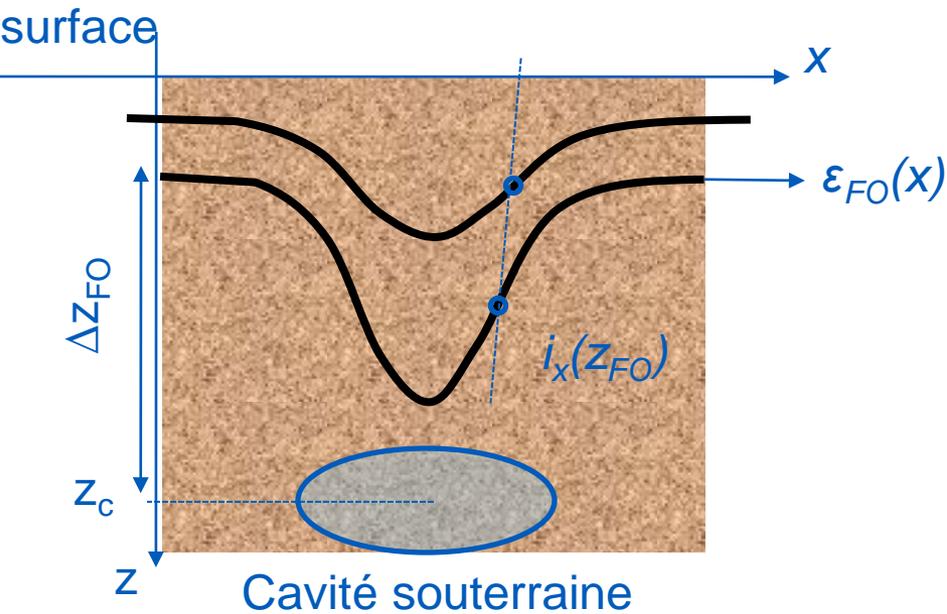
## Optimisation des paramètres

Quelque soit la fonction  $g$ ,

$$\{n, s_{max}, \Delta z_{FO}, i_x(z_{FO})\}^* = \mathbf{argmin}(\|\tilde{\varepsilon}_{FO}(x, z_{FO}) - \varepsilon_{FO}(x, z_{FO})\|^2)$$

Klar et al., 2014

# Lien entre la déformation et le tassement vertical



## Conditions d'application

**$N \geq 2$  profondeurs d'observations**

## Paramètre lié au sol / câble $n$

- Liée à la cohésion du sol et la FTM des câbles
- Estimable par optimisation globale

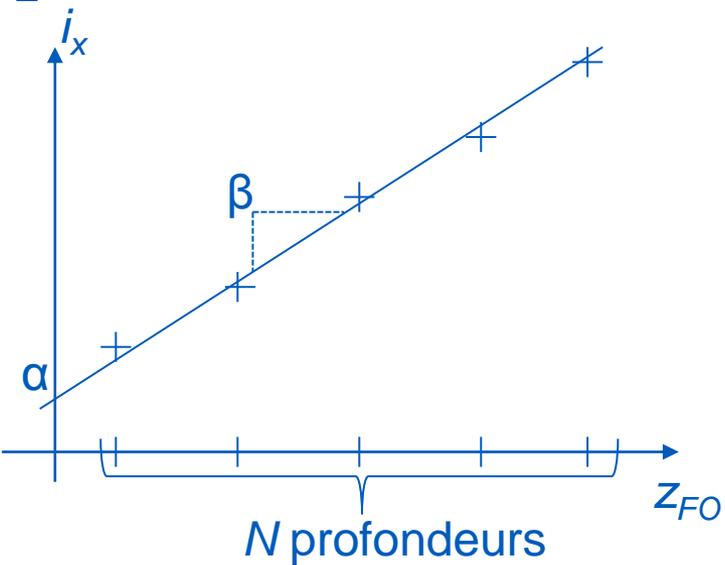
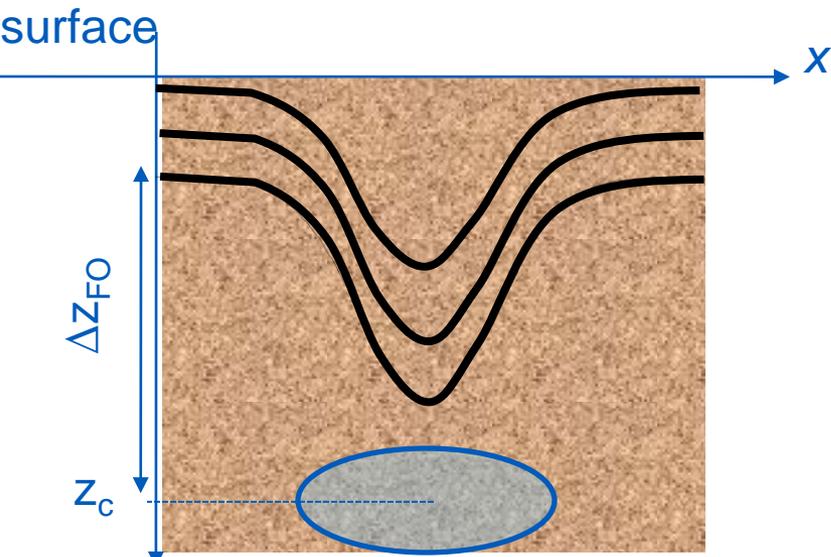
## Lien entre $i_x$ et $z_c$

$i_x$  dépend de la forme du tassement et de la profondeur de la cavité

$$i_x(z_{FO}) = \alpha \cdot z_c + \beta \cdot (z_c - z_{FO})$$

$$z_c = \frac{i_x(z_{FO}) + \beta \cdot z_{FO}}{\alpha + \beta}$$

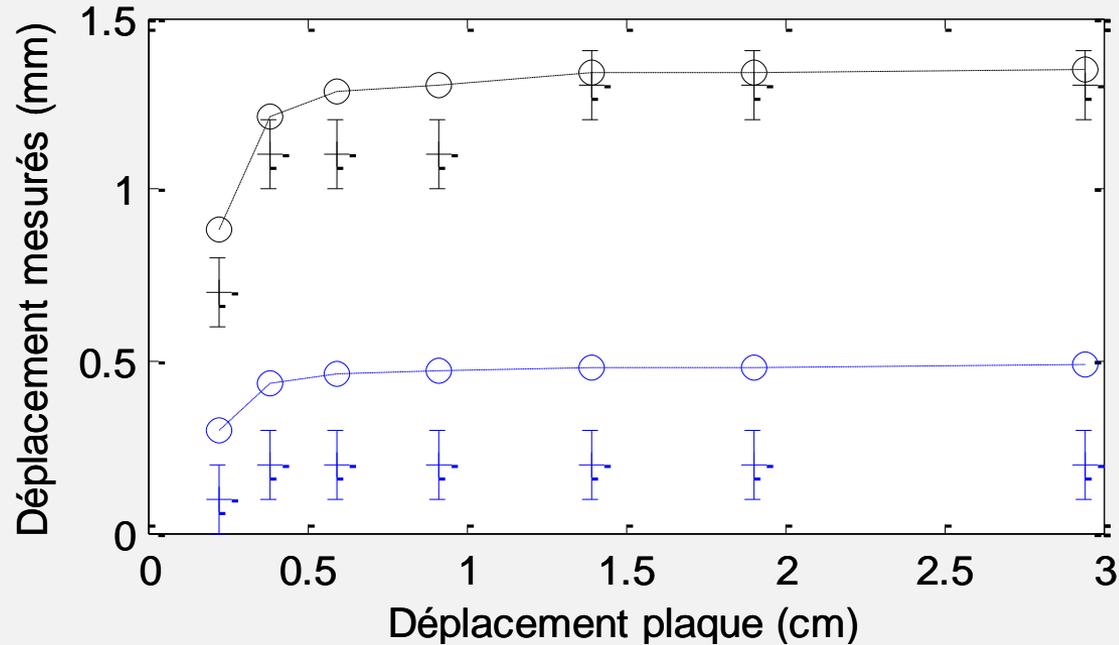
# Procédé d'estimation de la profondeur de la cavité



```
graph TD; A[N fibres optiques] --> B[N Mesures déformations]; B --> C[Optimisation de]; D[Modèle empirique] --> C; C --> E[Optimisation α et β]; E --> F[Estimation de z_c]; F --> G[Estimation de s_max];
```

# Application sur le cas d'étude

## Estimation déplacements



$z_{FO} = 0,5$  m

Capteur de déplacements DS

Estimation procédé câble A + Rayleigh

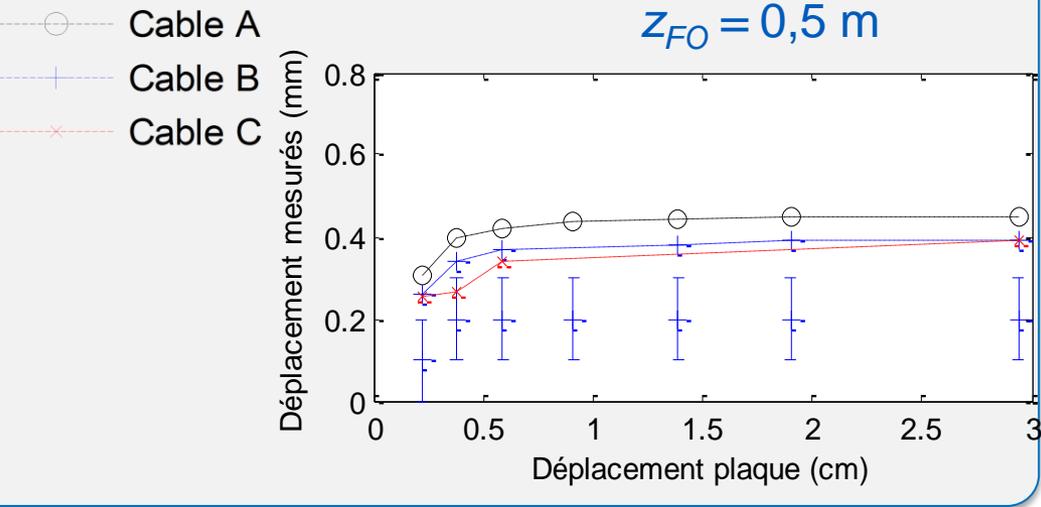
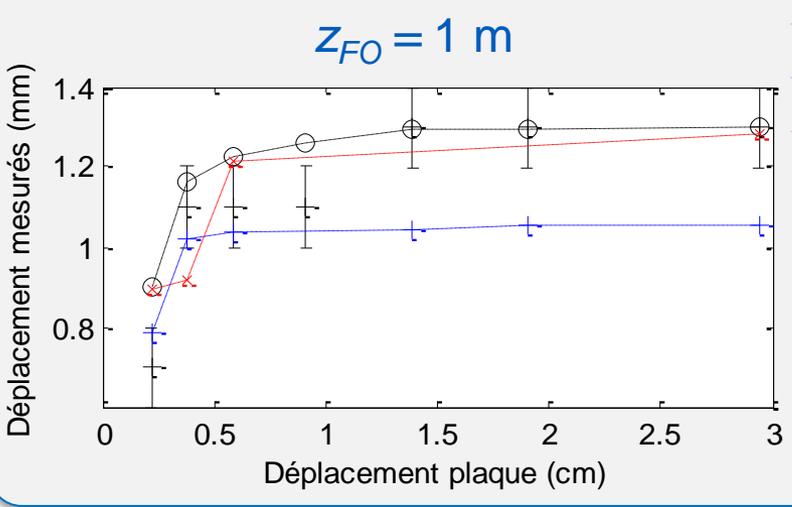
$z_{FO} = 1$  m

Capteur de déplacements DS

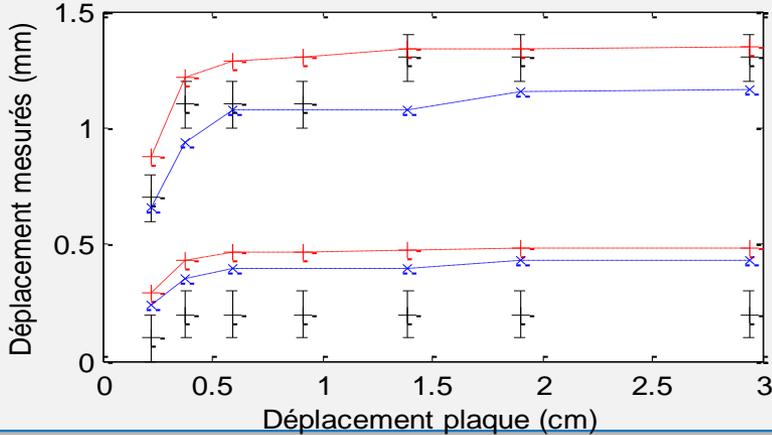
Estimation procédé câble A + Rayleigh

# Influence de la chaîne de mesure

## Câble à fibre optique



## Interrogateurs



- DS
- Câble A + Rayleigh
- Câble A + estimation

# Conclusion sur la quantification de déplacements

## Modèle géomécanique

- Proposition d'un nouveau modèle empirique
- Proposition d'une méthode pour la quantification
- Définition des conditions d'application de la méthode de quantification

## Données réelles

- Détection / localisation de tassements verticaux de l'ordre de 0,1 mm
- Estimation de déplacements verticaux

# Conclusion générale

- **Définition de la chaîne de traitements des données issues d'un capteur à fibre optique de déformation**
- **Développement / tests / validation des modules de cette chaîne**
- **Spécifications industrielles pour l'application des modules**
  - Bobine amorce adaptée pour la mesure du spectre de référence
  - Capteurs de température ponctuels et distribués sur site
  - Plusieurs profondeurs d'observation
- **Estimation d'une mesure de déplacement interprétable par le Maître d'ouvrage**

# Applications

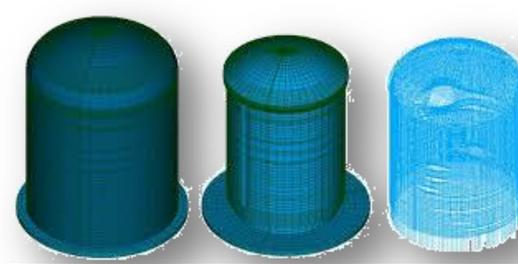
**Ouvrages hydrauliques en terre** : 3 km de câble à fibre optique pour la déformation



**Ouvrages en béton** : 3 km de câble à fibre optique pour la déformation

Appliquer les méthodes développées sur des ouvrages en béton :

- maquette 1/3 bâtiment réacteur
- EPR Flamanville



# CND par courant de Foucault

Zixian Jiang, Housseem Haddar (INRIA)

Alexandre Girard, Lorenzo Audibert (EDF)

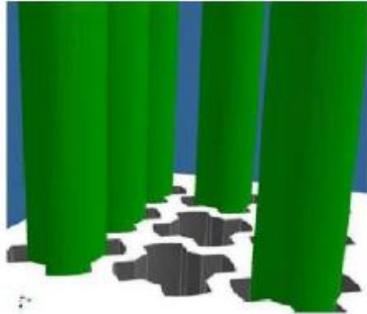
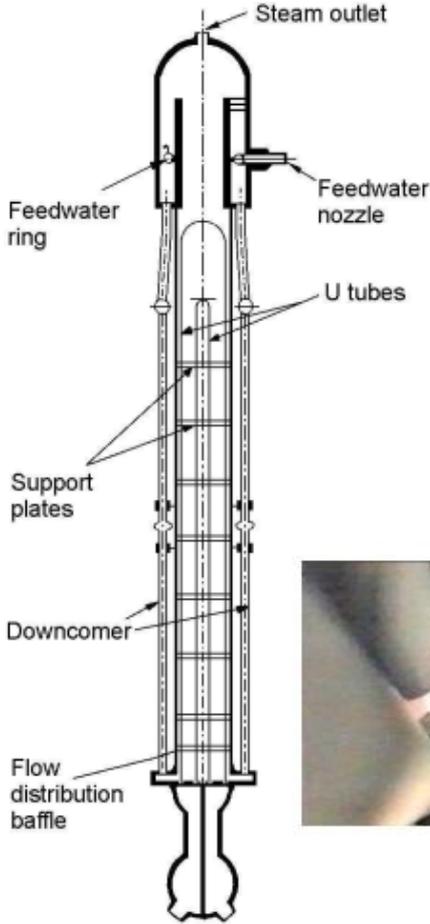
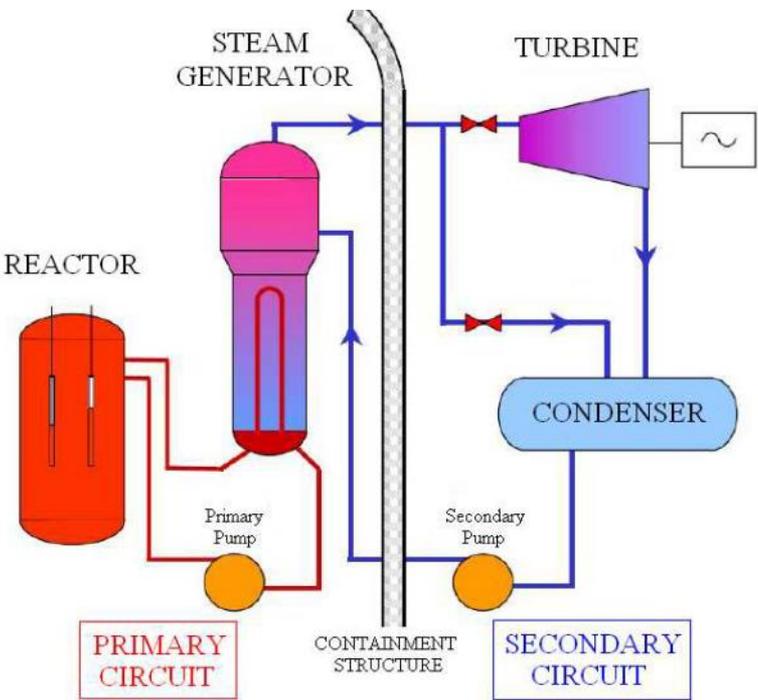


CHANGER L'ÉNERGIE ENSEMBLE



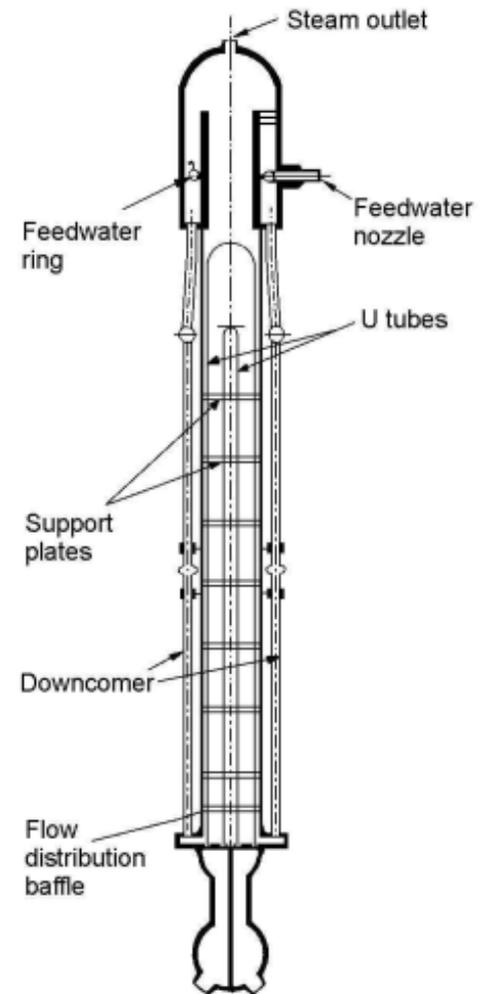
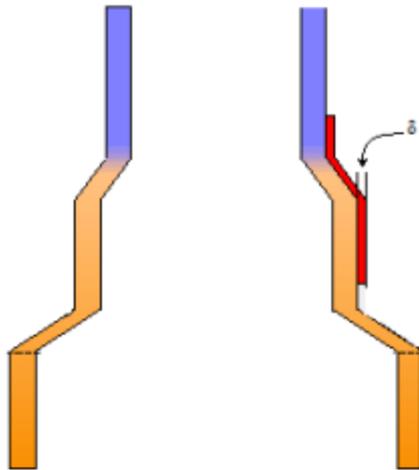
# Contexte

## ► Colmatage des plaques entretoises



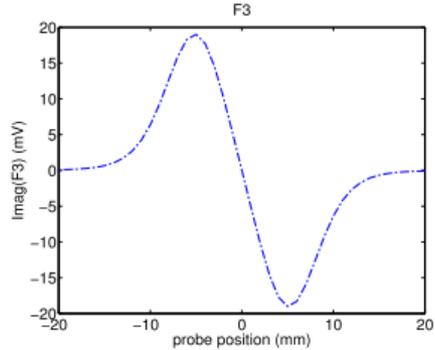
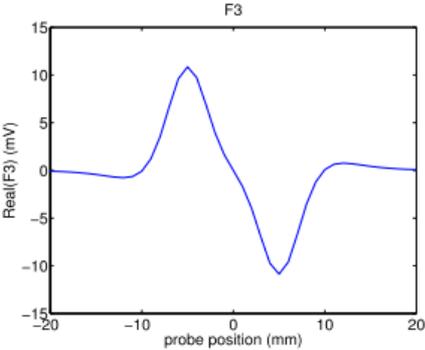
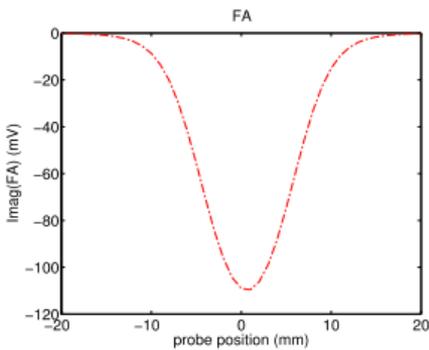
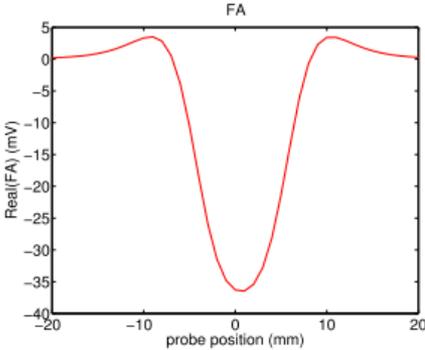
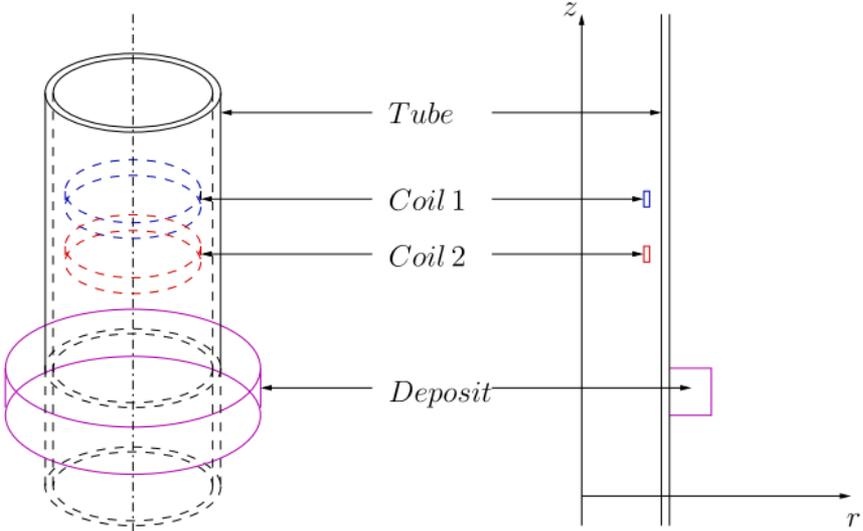
# Contexte

## ► Dépôt conducteur en pied de tube



# Contexte

## ► Sondes à Courant de Foucault



# Problématique

- ▶ Peut on reconstruire les défauts à partir de ces mesures?
- ▶ A priori non, si on veut connaitre la forme, les paramètres des matériaux...
- ▶ On souhaite reconstruire les volumes occupés par les dépôts.
  - Problématique de reconstruction de forme
  - Problème de modélisation pour le cuivre forte conductivité et faible épaisseur



# Modèle

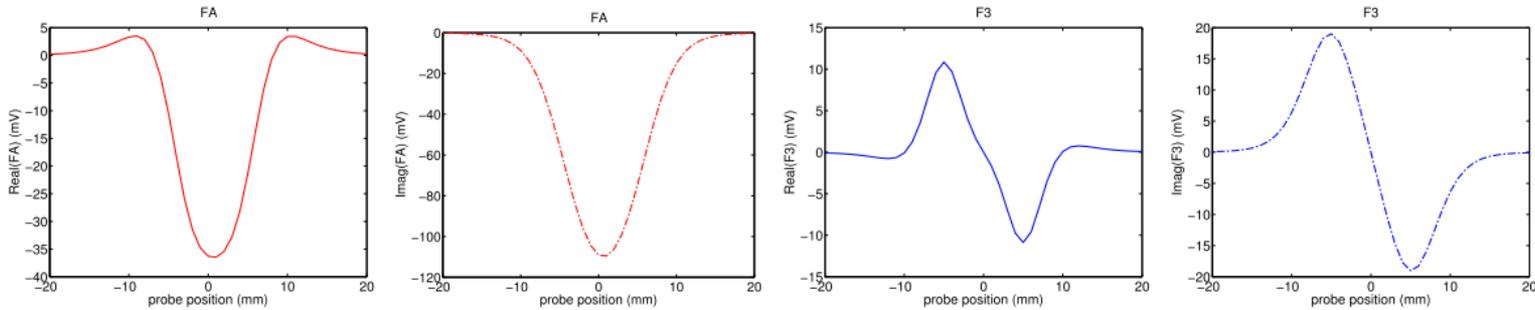
## ► Partie réelle



## ► Partie Imaginaire



# Problème inverse



▶ Avec les mesures:

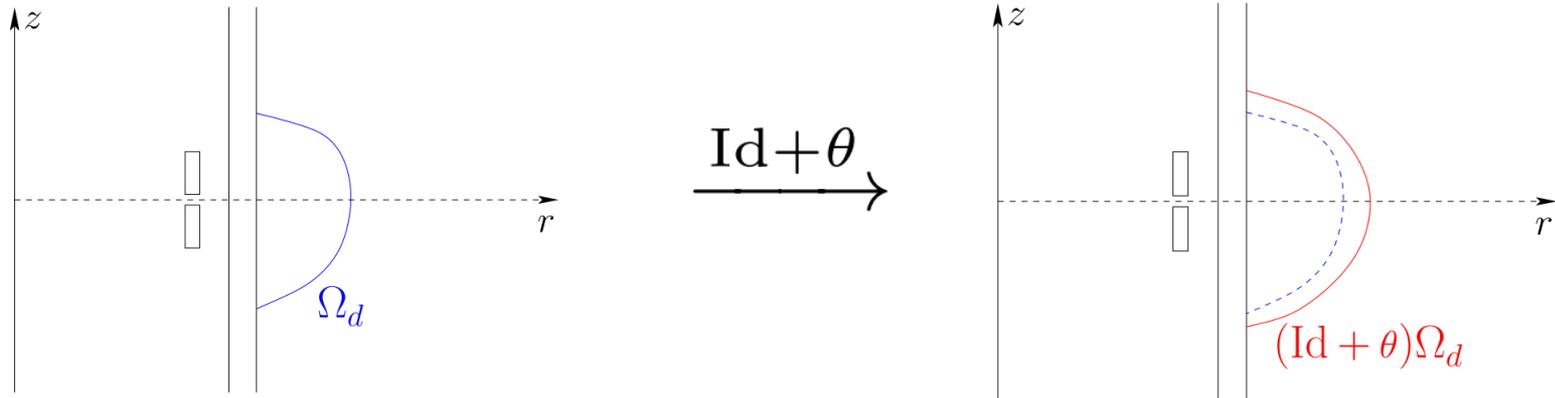
$$Z_{FA} = \frac{i}{2}(\Delta Z_{11} + \Delta Z_{21}), \quad Z_{F3} = \frac{i}{2}(\Delta Z_{11} - \Delta Z_{22}).$$

$$\Delta Z_{kl} = \frac{2\pi}{i\omega I^2} \int_{\Omega_d} \left\{ \left( \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu^0} \right) \frac{\nabla w_k \cdot \nabla w_l^0}{r} - i\omega(\sigma - \sigma^0) \frac{w_k w_l^0}{r} \right\} dr dz.$$

▶ Retrouver la forme  $\Omega_d$

$$\mathcal{J}(\Omega_d) = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} |Z(\Omega_d; \zeta) - Z_{meas}(\zeta)|^2 d\zeta.$$

# Optimisation de forme



## ► Critère:

$$\mathcal{J}(\Omega_d) = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} |Z(\Omega_d; \zeta) - Z_{meas}(\zeta)|^2 d\zeta.$$

$$\Delta Z_{kl} = \frac{2\pi}{i\omega I^2} \int_{\Omega_d} \left\{ \left( \frac{1}{\mu} - \frac{1}{\mu^0} \right) \frac{\nabla w_k \cdot \nabla w_l^0}{r} - i\omega(\sigma - \sigma^0) \frac{w_k w_l^0}{r} \right\} dr dz.$$

## ► Dérivation par rapport à la forme

$$w((\text{Id} + \theta)\Omega; r, z) = w(\Omega; r, z) + w'(\theta; r, z) + o(\theta)$$

## ... Dérivée de forme

$$g_{kl} = \int_{z_{\min}}^{z_{\max}} \Re \left\{ \overline{(Z(\Omega_d; \zeta) - Z_{meas}(\zeta))} \frac{1}{r} \left( \left[ \frac{1}{\mu} \right] \nabla_{\tau} w_k \cdot \nabla_{\tau} (\overline{p_l} - w_l^0) - [\mu] (\mu^{-1} \partial_n w_k) \left( \frac{1}{\mu^0} (\partial_n \overline{p_l})_+ - \frac{1}{\mu^0} \partial_n w_l^0 \right) - i\omega[\sigma] w_k (\overline{p_l} - w_l^0) \right) \Big|_{\zeta} \right\} d\zeta$$

### ► Formule :

$$\mathcal{J}'(\Omega_d)(\theta) = \frac{2\pi}{\omega I^2} \int_{\Gamma} (n \cdot \theta) g \, ds,$$

- Ne dépend que de la composante normale
- Linéaire en  $\theta$
- Après beaucoup de calcul ... ne dépend que d'un calcul de modèle direct (calcul de p)

### ► Direction de descente :

$$\theta|_{\Gamma} = -\gamma g n$$

$$\mathcal{J}'(\Omega_d)(\theta) = -\gamma \frac{2\pi}{\omega I^2} \int_{\Gamma} |g|^2 \, ds \leq 0$$

### ► Mise à jour :

$$\Omega_d \rightarrow (\text{Id} + \theta)\Omega_d$$

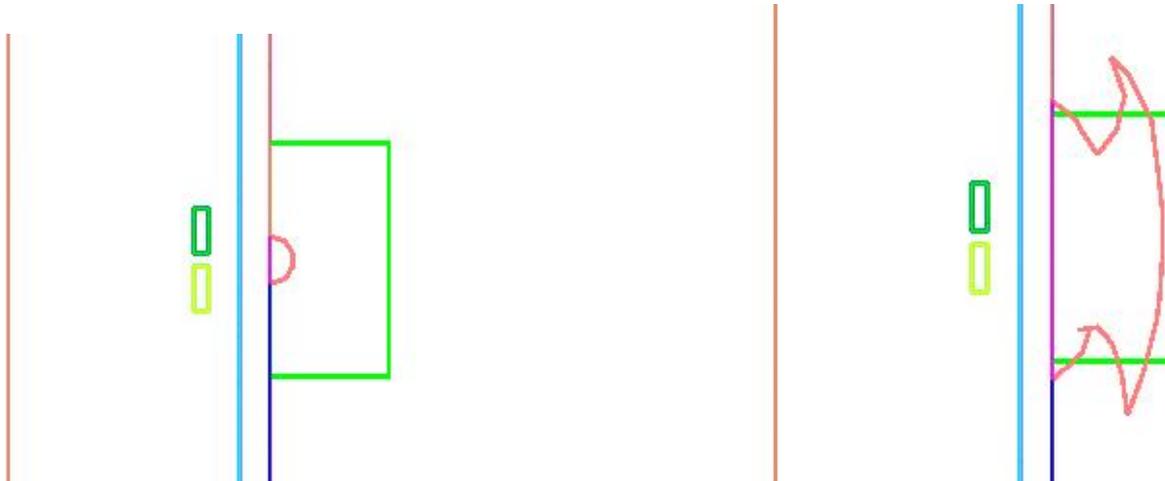
# Régularisation

- Pour des recherches de forme quelconque le problème est toujours mal posé :

$$\int_{\Gamma} (\lambda \cdot \psi + \alpha \nabla_{\tau} \lambda \cdot \nabla_{\tau} \psi) \, ds = - \int_{\Gamma} gn \cdot \psi \, ds$$

- Équivalent à un Tikhonov sur le gradient

- Finalement:  $\theta = \gamma \lambda \quad \mathcal{J}'(\Omega_d)(\theta) = -\gamma \frac{2\pi}{\omega I^2} \int_{\Gamma} (|\lambda|^2 + \alpha |\nabla_{\tau} \lambda|^2) \, ds \leq 0$



# Reconstruction

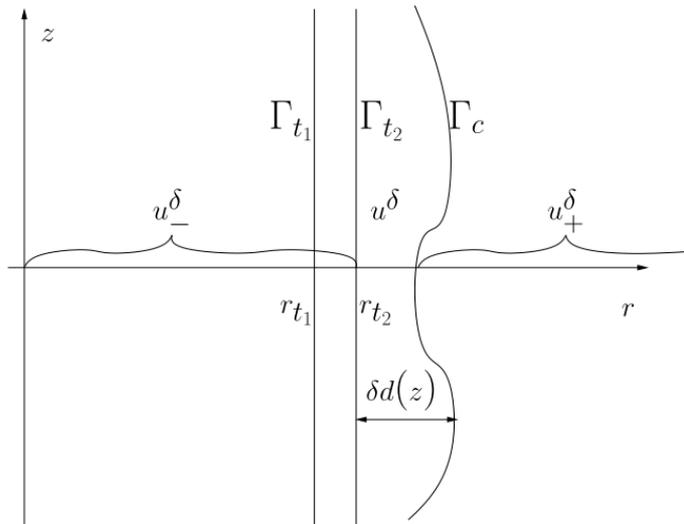
▶ Reconstruction (Vidéo)

# Problématique du cuivre

- Cuivre : dépôt très fin et très conducteur

$$\sigma_c = 5.8 \times 10^7 S \cdot m^{-1}$$

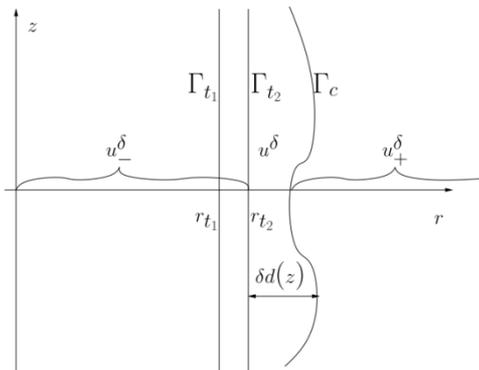
$$f_\delta(z) = 10^{-6} m$$



- Maillage trop gros

# Modèle asymptotique

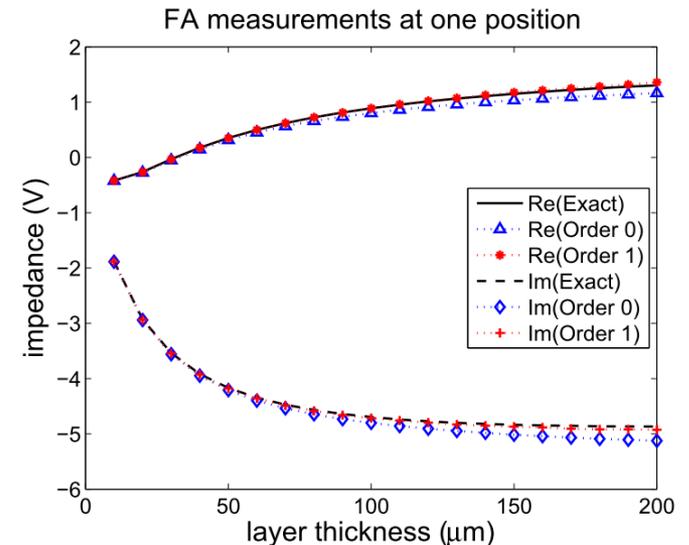
► On remplace la fine couche par un modèle de transmission sur la frontière



$$\begin{aligned} \Delta Z_{kl}(f_\delta) &= -\frac{2\pi}{I^2} \int_{\Gamma_{t_2}} \sigma_c f_\delta(s) u_k^\delta(r_{t_2}, s) u_l^0(r_{t_2}, s) r_{t_2} ds + \mathcal{O}(\delta) \\ &= -\frac{2\pi}{I^2} \int_{\Gamma_{t_2}} \sigma_c \left\{ \left( f_\delta(s) - \frac{f_\delta(s)^2}{2r_{t_2}} - \frac{i\omega\sigma_c\mu_c f_\delta(s)^3}{6} \right) \langle u_k^\delta \rangle u_l^0 r_{t_2} \right. \\ &\quad \left. + \frac{f_\delta(s)^2}{2} \mu_c \lambda_k u_l^0 + \left( \frac{f_\delta(s)^2}{2} - \frac{i\omega\sigma_c\mu_c f_\delta(s)^4}{8} \right) \mu_v \langle u_k^\delta \rangle \lambda_l^0 \right\} ds + \mathcal{O}(\delta^2). \end{aligned}$$

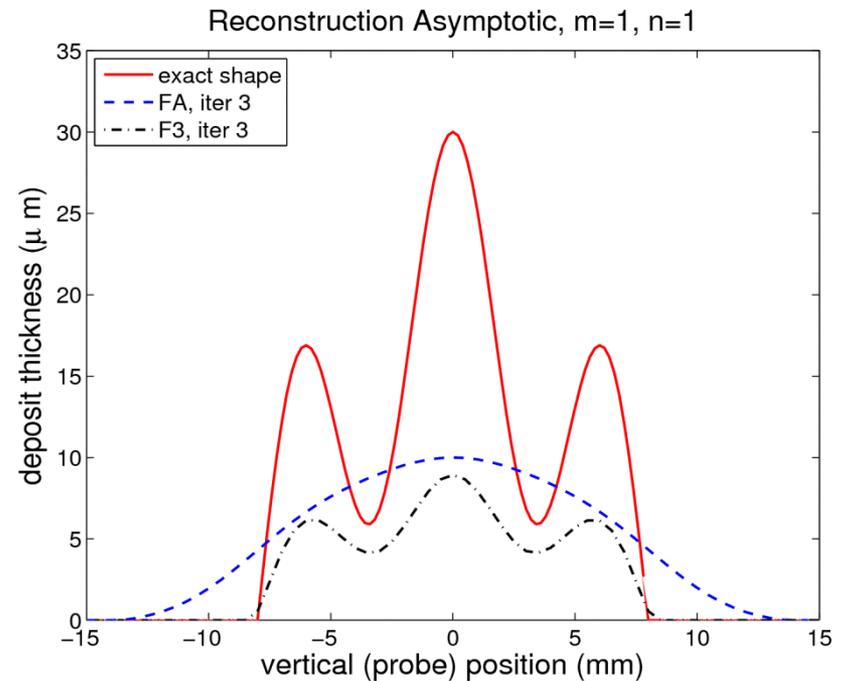
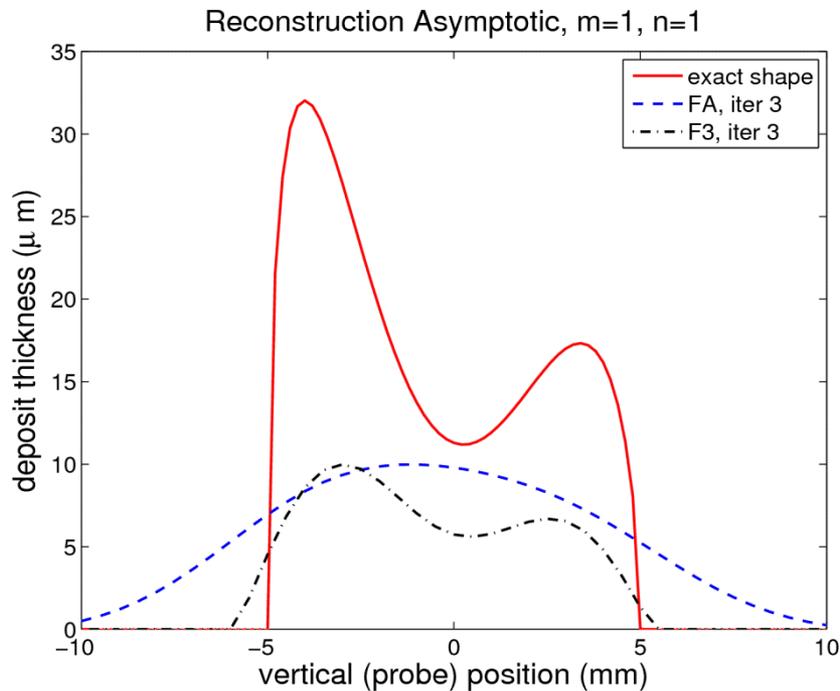
$$\mathcal{Z}_{1,0} \begin{cases} u_+^\delta = u_-^\delta \\ \frac{1}{\mu_v} \partial_r(r u_+^\delta) = \frac{1}{\mu_t} \partial_r(r u_-^\delta) - i\omega\sigma_1 d(z) r_{t_2} u_-^\delta. \end{cases}$$

$$\mathcal{Z}_{1,1} \begin{cases} [u^\delta] = \frac{i\omega\sigma_1\mu_c d(z)^2}{2} \delta\langle u^\delta \rangle + \alpha i\omega\sigma_1\mu_c^2 d(z)^3 \delta^2 \langle \mu^{-1} \partial_r(r u^\delta) \rangle, \\ [\mu^{-1} \partial_r(r u^\delta)] = -i\omega\sigma_1 r_{t_2} d(z) \langle u^\delta \rangle \\ + \left( \frac{i\omega\sigma_1 d(z)^2}{2} - \frac{\omega^2 \sigma_1^2 \mu_c r_{t_2} d(z)^3}{6} \right) \delta\langle u^\delta \rangle - \frac{i\omega\sigma_1\mu_c d(z)^2}{2} \delta\langle \mu^{-1} \partial_r(r u^\delta) \rangle. \end{cases}$$



# Reconstruction

## ► Reconstruction (dérivée de forme)

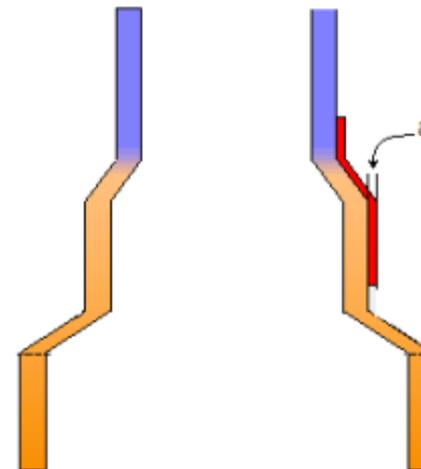


# Perspectives

► 3D pour le colmatage



► Interaction fissure / cuivre



► Validation sur Maquette

# Élément de bibliographie

- **Thèse de Zixian Jiang** :<https://tel.archives-ouvertes.fr/pastel-00943613/>
- **Slides sur la dérivée de forme** [http://www.cmap.polytechnique.fr/~allaire/course\\_map562.html](http://www.cmap.polytechnique.fr/~allaire/course_map562.html)

# Questions?