Théorie des Jeux

Rida Laraki

Ecole d'été Peyresq
Séance 1: Introduction

Contents

La théorie des jeux ?

Elle vise à analyser des situations d'interaction stratégique où plusieurs agents (entreprises, consomateurs, électeurs...) prennent des décisions (prix, quantité, location, vote) qui les affectent tous ; ou plusieurs entités (populations, automates) sont porteuses de caractéristiques (gènes, codes) qui les affectent mutuellement.

La théorie des jeux ?

Elle vise à analyser des situations d'interaction stratégique où plusieurs agents (entreprises, consomateurs, électeurs...) prennent des décisions (prix, quantité, location, vote) qui les affectent tous ; ou plusieurs entités (populations, automates) sont porteuses de caractéristiques (gènes, codes) qui les affectent mutuellement.
La théorie des jeux est un ensemble de

- **modèles** : jeux sous forme normale, sous forme extensive, répétés, différentiels, stochastiques, non-coopératifs, coopératifs, à information incomplète,...

La théorie des jeux ?

Elle vise à analyser des situations d'interaction stratégique où plusieurs agents (entreprises, consomateurs, électeurs...) prennent des décisions (prix, quantité, location, vote) qui les affectent tous ; ou plusieurs entités (populations, automates) sont porteuses de caractéristiques (gènes, codes) qui les affectent mutuellement.

La théorie des jeux est un ensemble de

- **modèles** : jeux sous forme normale, sous forme extensive, répétés, différentiels, stochastiques, non-coopératifs, coopératifs, à information incomplète,...
- et de **concepts de solution** : équilibre de Nash, valeur dominance, induction amont, induction avale, stabilité stratégique, connaissance commune...

La théorie des jeux ?

Elle vise à analyser des situations d'interaction stratégique où plusieurs agents (entreprises, consomateurs, électeurs...) prennent des décisions (prix, quantité, location, vote) qui les affectent tous ; ou plusieurs entités (populations, automates) sont porteuses de caractéristiques (gènes, codes) qui les affectent mutuellement.
La théorie des jeux est un ensemble de

- **modèles** : jeux sous forme normale, sous forme extensive, répétés, différentiels, stochastiques, non-coopératifs, coopératifs, à information incomplète,...
- et de **concepts de solution** : équilibre de Nash, valeur dominance, induction amont, induction avale, stabilité stratégique, connaissance commune...

Les modèles permettent de modéliser l'interaction. Les concepts aident à analyser ce qui a été obsérvé, prédire un résultat future ou proposer une solution.

Exemple : Mariages.

Exemple : Mariages.

- On considère deux familles finies I et J (hommes/femmes, employés/firmes ..) de même cardinal.

Exemple : Mariages.

- On considère deux familles finies I et J (hommes/femmes, employés/firmes ..) de même cardinal.
- Chaque élément $i \in I$ (resp. $j \in J$) possède une préférence stricte sur J (resp. I).

Exemple : Mariages.

- On considère deux familles finies I et J (hommes/femmes, employés/firmes ..) de même cardinal.
- Chaque élément $i \in I$ (resp. $j \in J$) possède une préférence stricte sur J (resp. I).
- Un mariage (affectation) est une bijection π de I dans J.

Exemple : Mariages.

- On considère deux familles finies I et J (hommes/femmes, employés/firmes ..) de même cardinal.
- Chaque élément $i \in I$ (resp. $j \in J$) possède une préférence stricte sur J (resp. I).
- Un mariage (affectation) est une bijection π de I dans J.
- Existe-t-il toujours un mariage stable ?, i.e. telle qu' il n'existe pas de couples $(i, \pi(i) = j)$, $(i', \pi(i') = j')$ avec j' préféré par i à j et simultanément i préféré à i' par j'.

Exemple : Enchères.

Exemple : Enchères.

- Un objet est mis aux enchères et n joueurs ont des évaluations $v_i, i = 1, ..., n$, à son sujet.

Exemple : Enchères.

- Un objet est mis aux enchères et n joueurs ont des évaluations $v_i, i = 1, ..., n$, à son sujet.
- On peut considérer des enchères descendantes où le prix d'offre p décroit jusqu'à une acceptation

Exemple : Enchères.

- Un objet est mis aux enchères et n joueurs ont des évaluations $v_i, i = 1, ..., n$, à son sujet.
- On peut considérer des enchères descendantes où le prix d'offre p décroit jusqu'à une acceptation
- Montantes où les joueurs font des offres croissantes successives.

Exemple : Enchères.

- Un objet est mis aux enchères et n joueurs ont des évaluations $v_i, i = 1, \dots, n$, à son sujet.
- On peut considérer des enchères descendantes où le prix d'offre p décroit jusqu'à une acceptation
- Montantes où les joueurs font des offres croissantes successives.
- Un autre modèle correspond au cas où les joueurs font des offres b_i par écrit et l'arbitre attribue l'objet au joueur ayant fait la plus grande offre. Celui-ci doit payer un prix.

Exemple : Enchères.

- Un objet est mis aux enchères et n joueurs ont des évaluations $v_i, i = 1, ..., n$, à son sujet.
- On peut considérer des enchères descendantes où le prix d'offre p décroit jusqu'à une acceptation
- Montantes où les joueurs font des offres croissantes successives.
- Un autre modèle correspond au cas où les joueurs font des offres b_i par écrit et l'arbitre attribue l'objet au joueur ayant fait la plus grande offre. Celui-ci doit payer un prix.
  - Si le prix à payer est la plus grande offre, les joueurs ont intérét à anticiper les stratégies des autres joueurs.

Exemple : Enchères.

- Un objet est mis aux enchères et n joueurs ont des évaluations $v_i, i = 1, ..., n$, à son sujet.
- On peut considérer des enchères descendantes où le prix d'offre p décroit jusqu'à une acceptation
- Montantes où les joueurs font des offres croissantes successives.
- Un autre modèle correspond au cas où les joueurs font des offres b_i par écrit et l'arbitre attribue l'objet au joueur ayant fait la plus grande offre. Celui-ci doit payer un prix.
  - Si le prix à payer est la plus grande offre, les joueurs ont intérét à anticiper les stratégies des autres joueurs.
  - Que se passe-t-il, si le prix à payer est la deuxième meilleure offre ?

Vote

Jean-Charles de Borda a imaginé en 1785 l'exemple suivant :

$1 : A \succ B \succ C \quad 7 : A \succ C \succ B \quad 7 : B \succ C \succ A \quad 6 : C \succ B \succ A$

Vote

Jean-Charles de Borda a imaginé en 1785 l'exemple suivant :

$1 : A \succ B \succ C \quad 7 : A \succ C \succ B \quad 7 : B \succ C \succ A \quad 6 : C \succ B \succ A$

- Avec le système à un tour (GB et USA), A est élu (il obtient 8 voix, B 7 voix et C seulement 6).

Vote

Jean-Charles de Borda a imaginé en 1785 l'exemple suivant :

$1 : A \succ B \succ C \quad 7 : A \succ C \succ B \quad 7 : B \succ C \succ A \quad 6 : C \succ B \succ A$

- Avec le système à un tour (GB et USA), A est élu (il obtient 8 voix, B 7 voix et C seulement 6).
- Avec le système à deux tours (France) C est éliminé au premier tour et B est élu au second (avec 13 voix contre 8 pour A).

Vote

Jean-Charles de Borda a imaginé en 1785 l'exemple suivant :

$1 : A \succ B \succ C \quad 7 : A \succ C \succ B \quad 7 : B \succ C \succ A \quad 6 : C \succ B \succ A$

- Avec le système à un tour (GB et USA), A est élu (il obtient 8 voix, B 7 voix et C seulement 6).
- Avec le système à deux tours (France) C est éliminé au premier tour et B est élu au second (avec 13 voix contre 8 pour A).
- Le gagnant de Condorcet est C ! (il gagnerait avec 13 voix contre A et aussi avec 13 voix contre B)

Vote

Jean-Charles de Borda a imaginé en 1785 l'exemple suivant :

$1 : A \succ B \succ C \quad 7 : A \succ C \succ B \quad 7 : B \succ C \succ A \quad 6 : C \succ B \succ A$

- Avec le système à un tour (GB et USA), A est élu (il obtient 8 voix, B 7 voix et C seulement 6).
- Avec le système à deux tours (France) C est éliminé au premier tour et B est élu au second (avec 13 voix contre 8 pour A).
- Le gagnant de Condorcet est C ! (il gagnerait avec 13 voix contre A et aussi avec 13 voix contre B)
- Borda conclut alors que pour qu'un sytstème soit bien, il faut que les électeurs s'expriment sur les mérites de chaque candidat, comparé aux mérites des autres candidats.

Manipulation du gagnant par les électeurs

$1 : A \succ B \succ C \quad 7 : A \succ C \succ B \quad 7 : B \succ C \succ A \quad 6 : C \succ B \succ A$

Manipulation du gagnant par les électeurs

$1 : A \succ B \succ C \quad 7 : A \succ C \succ B \quad 7 : B \succ C \succ A \quad 6 : C \succ B \succ A$

Dans le système à un tour, A gagne. Si les six votants qui n'aiment pas A classent B en premier, B gagne.

Manipulation du gagnant par les électeurs

$1 : A \succ B \succ C \quad 7 : A \succ C \succ B \quad 7 : B \succ C \succ A \quad 6 : C \succ B \succ A$

Dans le système à un tour, A gagne. Si les six votants qui n'aiment pas A classent B en premier, B gagne.

Dans le système à deux tour, B gagne. Mais si les 7 votants qui n'aiment pas B classe C en premier, C, le Condorcet, gagne.

Manipulation du gagnant par les électeurs

$1 : A \succ B \succ C \quad 7 : A \succ C \succ B \quad 7 : B \succ C \succ A \quad 6 : C \succ B \succ A$

Dans le système à un tour, A gagne. Si les six votants qui n'aiment pas A classent B en premier, B gagne.

Dans le système à deux tour, B gagne. Mais si les 7 votants qui n'aiment pas B classe C en premier, C, le Condorcet, gagne.

En 2002, si certains électeurs de gauche avaient votés utiles au premier tour, Jospin n'aurait pas été éliminé...

Manipulation du gagnant par les électeurs

$1 : A \succ B \succ C \quad 7 : A \succ C \succ B \quad 7 : B \succ C \succ A \quad 6 : C \succ B \succ A$

Dans le système à un tour, A gagne. Si les six votants qui n'aiment pas A classent B en premier, B gagne.

Dans le système à deux tour, B gagne. Mais si les 7 votants qui n'aiment pas B classe C en premier, C, le Condorcet, gagne.

En 2002, si certains électeurs de gauche avaient votés utiles au premier tour, Jospin n'aurait pas été éliminé...

Question : existe-t-il un systéme où :

Manipulation du gagnant par les électeurs

$1 : A \succ B \succ C \quad 7 : A \succ C \succ B \quad 7 : B \succ C \succ A \quad 6 : C \succ B \succ A$

Dans le système à un tour, A gagne. Si les six votants qui n'aiment pas A classent B en premier, B gagne.

Dans le système à deux tour, B gagne. Mais si les 7 votants qui n'aiment pas B classe C en premier, C, le Condorcet, gagne.

En 2002, si certains électeurs de gauche avaient votés utiles au premier tour, Jospin n'aurait pas été éliminé...

Question : existe-t-il un systéme où : (1) rajouter ou retirer un candidat mineur ne change pas le gagnant et

Manipulation du gagnant par les électeurs

$1 : A \succ B \succ C \quad 7 : A \succ C \succ B \quad 7 : B \succ C \succ A \quad 6 : C \succ B \succ A$

Dans le système à un tour, A gagne. Si les six votants qui n'aiment pas A classent B en premier, B gagne.

Dans le système à deux tour, B gagne. Mais si les 7 votants qui n'aiment pas B classe C en premier, C, le Condorcet, gagne.

En 2002, si certains électeurs de gauche avaient votés utiles au premier tour, Jospin n'aurait pas été éliminé...

Question : existe-t-il un systéme où : (1) rajouter ou retirer un candidat mineur ne change pas le gagnant et (2) il est difficilement manipulable ? Réponse : le jugement majoritaire...

Ingrédients basic d'une interaction stratégique

Ingrédients basic d'une interaction stratégique

- **L'ensemble des joueurs** I : consommateurs, dirigeants, partis politiques, votants, étudiants, universités, travailleurs, entreprises, animaux, gênes.

Ingrédients basic d'une interaction stratégique

- **L'ensemble des joueurs** I : consommateurs, dirigeants, partis politiques, votants, étudiants, universités, travailleurs, entreprises, animaux, gênes.
- **Les règles** : qui peut faire quoi et quand. Par exemple : le code de la route, une constitution d'un état, un traité, un mode de scrutin. Les rêgles déterminent l'ensemble des stratégies possibles des joueurs

Ingrédients basic d'une interaction stratégique

- **L'ensemble des joueurs** I : consommateurs, dirigeants, partis politiques, votants, étudiants, universités, travailleurs, entreprises, animaux, gênes.
- **Les règles** : qui peut faire quoi et quand. Par exemple : le code de la route, une constitution d'un état, un traité, un mode de scrutin. Les rêgles déterminent l'ensemble des stratégies possibles des joueurs
- **Les conséquences** : une fonction de gain qui détermise l'"utilité" du joueur pour chaque profile de stratégies.

Autres ingrédients

- **Hypothèse de rationalité :** On suppose que chaque joueur essaye de maximiser sa fonction d'utilité :

Autres ingrédients

- **Hypothèse de rationalité :** On suppose que chaque joueur essaye de maximiser sa fonction d'utilité :
  - une entreprise veut maximise son profit,

Autres ingrédients

- **Hypothèse de rationalité :** On suppose que chaque joueur essaye de maximiser sa fonction d'utilité :
  - une entreprise veut maximise son profit,
  - un consommateur veut consommer au mieux étant donné son budget,

Autres ingrédients

- **Hypothèse de rationalité :** On suppose que chaque joueur essaye de maximiser sa fonction d'utilité :
  - une entreprise veut maximise son profit,
  - un consommateur veut consommer au mieux étant donné son budget,
  - un homme politique veut être élu ou maximiser son score,
  - un votant cherche à exprimer ses opinions ou à faire élir le meilleur candidat possible selon lui,

Autres ingrédients

- **Hypothèse de rationalité :** On suppose que chaque joueur essaye de maximiser sa fonction d'utilité :
  - une entreprise veut maximise son profit,
  - un consommateur veut consommer au mieux étant donné son budget,
  - un homme politique veut être élu ou maximiser son score,
  - un votant cherche à exprimer ses opinions ou à faire élir le meilleur candidat possible selon lui,
  - un enchérisseur veut gagner l'objet au moindre coût,

Autres ingrédients

- **Hypothèse de rationalité :** On suppose que chaque joueur essaye de maximiser sa fonction d'utilité :
  - une entreprise veut maximise son profit,
  - un consommateur veut consommer au mieux étant donné son budget,
  - un homme politique veut être élu ou maximiser son score,
  - un votant cherche à exprimer ses opinions ou à faire élir le meilleur candidat possible selon lui,
  - un enchérisseur veut gagner l'objet au moindre coût,
  - un animal veut s'alimenter, conquérir un téritoire, protéger ou maximiser sa progéniture...

Autres ingrédients

- **Hypothèse de rationalité :** On suppose que chaque joueur essaye de maximiser sa fonction d'utilité :
    - une entreprise veut maximise son profit,
    - un consommateur veut consommer au mieux étant donné son budget,
    - un homme politique veut être élu ou maximiser son score,
    - un votant cherche à exprimer ses opinions ou à faire élir le meilleur candidat possible selon lui,
    - un enchérisseur veut gagner l'objet au moindre coût,
    - un animal veut s'alimenter, conquérir un téritoire, protéger ou maximiser sa progéniture...
- **Informations d'un joueur ?** : a t-il une information privée avant de jouer ? sait-il si les autres savent ce qu'il sait ? observe t-il des choses durant le jeu ? les autres joueurs observent-ils des choses sur lui ou savent-ils ce qu'il sait ?.

Définition

On appelle un jeu sous forme stratégique ou normale la donnée d'un ensemble de joueurs $I = \{1, ..., n\}$,

Définition

On appelle un jeu sous forme stratégique ou normale la donnée d'un ensemble de joueurs $I = \{1, ..., n\}$, d'une famille d'ensembles de stratégies (ou d'actions) $(S^i)_{i \in I}$ et

Définition

On appelle un jeu sous forme stratégique ou normale la donnée d'un ensemble de joueurs $I = \{1, ..., n\}$, d'une famille d'ensembles de stratégies (ou d'actions) $(S^i)_{i \in I}$ et d'une famille de fonctions de paiements (ou d'utilités) $(g^i)_{i \in I}$ avec $g^i : \prod_{j \in I} S^j \to \mathbb{R}$.

Définition

On appelle un jeu sous forme stratégique ou normale la donnée d'un ensemble de joueurs $I = \{1, ..., n\}$, d'une famille d'ensembles de stratégies (ou d'actions) $(S^i)_{i \in I}$ et d'une famille de fonctions de paiements (ou d'utilités) $(g^i)_{i \in I}$ avec $g^i : \prod_{j \in I} S^j \to \mathbb{R}$.

- chaque joueur $i \in I$ choisit une stratégie $s^i \in S^i$, les choix étant simultanés.

Définition

On appelle un jeu sous forme stratégique ou normale la donnée d'un ensemble de joueurs $I = \{1, \ldots, n\}$, d'une famille d'ensembles de stratégies (ou d'actions) $(S^i)_{i \in I}$ et d'une famille de fonctions de paiements (ou d'utilités) $(g^i)_{i \in I}$ avec $g^i : \prod_{j \in I} S^j \to \mathbb{R}$.

- chaque joueur $i \in I$ choisit une stratégie $s^i \in S^i$, les choix étant simultanés.
- si $s = (s_1, \ldots, s_n) = (s^i)_{i \in I}$ est le *profil* d'actions jouées, le joueur i obtient le gain $g^i(s)$.

Définition

On appelle un jeu sous forme stratégique ou normale la donnée d'un ensemble de joueurs $I = \{1, ..., n\}$, d'une famille d'ensembles de stratégies (ou d'actions) $(S^i)_{i \in I}$ et d'une famille de fonctions de paiements (ou d'utilités) $(g^i)_{i \in I}$ avec $g^i : \prod_{j \in I} S^j \to \mathbb{R}$.

- chaque joueur $i \in I$ choisit une stratégie $s^i \in S^i$, les choix étant simultanés.
- si $s = (s_1, ..., s_n) = (s^i)_{i \in I}$ est le *profil* d'actions jouées, le joueur i obtient le gain $g^i(s)$.
- le but de chaque joueur est d'obtenir un gain le plus grand possible.

Définition

On appelle un jeu sous forme stratégique ou normale la donnée d'un ensemble de joueurs $I = \{1, ..., n\}$, d'une famille d'ensembles de stratégies (ou d'actions) $(S^i)_{i \in I}$ et d'une famille de fonctions de paiements (ou d'utilités) $(g^i)_{i \in I}$ avec $g^i : \prod_{j \in I} S^j \to \mathbb{R}$.

- chaque joueur $i \in I$ choisit une stratégie $s^i \in S^i$, les choix étant simultanés.
- si $s = (s_1, ..., s_n) = (s^i)_{i \in I}$ est le *profil* d'actions jouées, le joueur i obtient le gain $g^i(s)$.
- le but de chaque joueur est d'obtenir un gain le plus grand possible.
- Pour analyser le jeu, il est très important de préciser ce que savent les joueurs : par exemple, connaissent-ils les fonctions de paiements des autres joueurs ?

Exemples

Coordination : deux amis veulent se rencontrer au lieu (A) ou au lieu (B). Leurs paiements sont égaux et valent 1 s'ils se rencontrent effectivement et 0 sinon.

	A	B
A	1,1	0,0
B	0,0	1,1

Exemples

Coordination : deux amis veulent se rencontrer au lieu (A) ou au lieu (B). Leurs paiements sont égaux et valent 1 s'ils se rencontrent effectivement et 0 sinon.

	A	B
A	1,1	0,0
B	0,0	1,1

Bataille des sexes : Deux époux veulent se rencontrer au lieu (A) ou au lieu (B). Ils préfèrent tj être ensemble que séparés. Le mari préfère le lieu A au lieu B et la femme le lieu B au lieu A.

	A	B
A	2,1	0,0
B	0,0	1,3

Exemples

Coordination : deux amis veulent se rencontrer au lieu (A) ou au lieu (B). Leurs paiements sont égaux et valent 1 s'ils se rencontrent effectivement et 0 sinon.

	A	B
A	1,1	0,0
B	0,0	1,1

Bataille des sexes : Deux époux veulent se rencontrer au lieu (A) ou au lieu (B). Ils préfèrent tj être ensemble que séparés. Le mari préfère le lieu A au lieu B et la femme le lieu B au lieu A.

	A	B
A	2,1	0,0
B	0,0	1,3

Lien économique : négociation

"Matching Pennies" : Chaque joueur possède une pièce de monnaie et choisit secrètement de la mettre sur Pile (P) ou sur Face (F). Le joueur 1 gagne si son choix est le même que celui du joueur 2, et dans ce cas le joueur 2 perd. Dans le cas contraire c'est 2 qui gagne et 1 qui perd. Ceci se représente par le jeu :

"Matching Pennies" : Chaque joueur possède une pièce de monnaie et choisit secrètement de la mettre sur Pile (P) ou sur Face (F). Le joueur 1 gagne si son choix est le même que celui du joueur 2, et dans ce cas le joueur 2 perd. Dans le cas contraire c'est 2 qui gagne et 1 qui perd. Ceci se représente par le jeu :

	P	F
P	1,-1	-1,1
F	-1,1	1,-1

- Un joueur ne contrôle que partiellement l'issue du jeu.

- Un joueur ne contrôle que partiellement l'issue du jeu.
- La notion de bonne stratégie pour un joueur n'est plus absolue comme avec un seul joueur.

- Un joueur ne contrôle que partiellement l'issue du jeu.
- La notion de bonne stratégie pour un joueur n'est plus absolue comme avec un seul joueur.
- Cette notion est relative car elle dépend de ce que font les autres joueurs.

Contents

Notations

- Pour tout joueur i, $-i$ désigne l'ensemble des autres joueurs $I \setminus \{i\}$.

Notations

- Pour tout joueur i, $-i$ désigne l'ensemble des autres joueurs $I \setminus \{i\}$.
- Nous notons $S = \prod_{i \in I} S^i$, $S^{-i} = \prod_{j \neq i} S^j$.

Notations

- Pour tout joueur i, $-i$ désigne l'ensemble des autres joueurs $I \setminus \{i\}$.
- Nous notons $S = \prod_{i \in I} S^i$, $S^{-i} = \prod_{j \neq i} S^j$.
- Un élément s de S pourra se noter $s = (s^1, \ldots, s^n) = (s^i)_{i \in I} = (s^i, s^{-i})$.

Mauvaises stratégies

- Une stratégie $s^i \in S^i$ du joueur i est *faiblement dominée* s'il existe une autre stratégie $t^i \in S^i$ qui toujours au moins autant et parfois strictement plus :
  $\forall s^{-i} \in S^{-i}$, $g^i(s^i, s^{-i}) \leq g^i(t^i, t^{-i})$ et,
  $\exists t^{-i} \in S^{-i}$, $g^i(s^i, t^{-i}) < g^i(t^i, t^{-i})$

Mauvaises stratégies

- Une stratégie $s^i \in S^i$ du joueur i est *faiblement dominée* s'il existe une autre stratégie $t^i \in S^i$ qui toujours au moins autant et parfois strictement plus :
  $\forall s^{-i} \in S^{-i}, \; g^i(s^i, s^{-i}) \leq g^i(t^i, t^{-i})$ et,
  $\exists t^{-i} \in S^{-i}, \; g^i(s^i, t^{-i}) < g^i(t^i, t^{-i})$
- Une stratégie $s^i \in S^i$ du joueur i est *strictement dominée* s'il existe $t^i \in S^i$ qui fait toujours strictement mieux :
  $\forall t^{-i} \in S^{-i}, \; g^i(s^i, s^{-i}) < g^i(t^i, s^{-i})$

Bonnes stratégies

- Une stratégie $s^i \in S^i$ du joueur i est *faiblement dominante* si elle domine faiblement toute autre stratégie t_i.

Bonnes stratégies

- Une stratégie $s^i \in S^i$ du joueur i est *faiblement dominante* si elle domine faiblement toute autre stratégie t_i.
- Une stratégie $s^i \in S^i$ du joueur i est *strictement dominante* si elle domine strictement toute autre stratégie t_i.

Conséquences

Un joueur rationnel

Conséquences

Un joueur rationnel

- ne jouera jamais de stratégie strictement dominée.
- jouera à coup sur une stratégie strictement dominante.
- ne perd rien à jouer une stratégie faiblement dominante.

Conséquences

Un joueur rationnel

- ne jouera jamais de stratégie strictement dominée.
- jouera à coup sur une stratégie strictement dominante.
- ne perd rien à jouer une stratégie faiblement dominante.

Lorsque tous les joueurs sont rationnels et savent que leurs adversaires le sont, etc, chacun peut supprimer ses stratégies strictement dominées et s'attendre à ce que les autres fassent de même,...

Conséquences

Un joueur rationnel

- ne jouera jamais de stratégie strictement dominée.
- jouera à coup sur une stratégie strictement dominante.
- ne perd rien à jouer une stratégie faiblement dominante.

Lorsque tous les joueurs sont rationnels et savent que leurs adversaires le sont, etc, chacun peut supprimer ses stratégies strictement dominées et s'attendre à ce que les autres fassent de même,...

De nouvelles stratégies strictement dominées peuvent alors apparaître. On est conduit à itérer l'opération...

Élimination itérée des stratégies strictement dominées

Élimination itérée des stratégies strictement dominées

Une procédure d'élimination supprime à chaque étape une ou plusieurs stratégies strictement dominées et recommence jusqu'à ce qu'aucune stratégie d'aucun joueur ne soit strictement dominée.

Élimination itérée des stratégies strictement dominées

Une procédure d'élimination supprime à chaque étape une ou plusieurs stratégies strictement dominées et recommence jusqu'à ce qu'aucune stratégie d'aucun joueur ne soit strictement dominée.

Résultat : une telle procédure ne dépend pas de l'ordre des éliminations car si une stratégie est strictement dominée à une étape, elle le restera pour toujours. Donc, si deux procédures convergent, les jeux limites sont les mêmes.

Élimination itérée des stratégies strictement dominées

Une procédure d'élimination supprime à chaque étape une ou plusieurs stratégies strictement dominées et recommence jusqu'à ce qu'aucune stratégie d'aucun joueur ne soit strictement dominée.

Résultat : une telle procédure ne dépend pas de l'ordre des éliminations car si une stratégie est strictement dominée à une étape, elle le restera pour toujours. Donc, si deux procédures convergent, les jeux limites sont les mêmes.

Le jeu est *résoluble* si l'*élimination itérée* des stratégies strictement dominées converge vers un ensemble réduit à un point.

Élimination itérée des stratégies strictement dominées

Une procédure d'élimination supprime à chaque étape une ou plusieurs stratégies strictement dominées et recommence jusqu'à ce qu'aucune stratégie d'aucun joueur ne soit strictement dominée.

Résultat : une telle procédure ne dépend pas de l'ordre des éliminations car si une stratégie est strictement dominée à une étape, elle le restera pour toujours. Donc, si deux procédures convergent, les jeux limites sont les mêmes.

Le jeu est *résoluble* si l'*élimination itérée* des stratégies strictement dominées converge vers un ensemble réduit à un point.

Application : n joueurs choisissent simultanément chacun un nombre entier entre 0 à 100. Le ou les joueurs les plus proches de la moitié de la moyenne gagnent.