Invariance d'échelle, fractal et ondelettes. Plan de l'exposé

Patrice Abry
patrice.abry@ens-lyon.fr
perso.ens-lyon.fr/patrice.abry
ens-lyon.fr/PHYSIQUE/Signal

1 Invariance d'échelle

- Intuitions, motivations, définition conceptuelle
- Modèle intuitif : processus en $1/f$ et estimation spectrale.
- Analyses multirésolution : accroissements, agrégation, ondelettes, multiréolution (Note : une brèe introdution à l'analyse en ondelette sera faite à ce moment là)
- Définition opérationelle
- Implications et objectifs du cours : modélisation et estimation

2 Processus auto-similaire à accroissements stationnaires (H-sssi)

- H-sssi
- H-sssi et invariance d'échelle
- Mémoire longue
- H-sssi et marches aléatoires
- Mouvement Brownien fractionnaire
- H-sssi et ondelettes
- Estimation de H

- Rôle du nombre de moments nuls
- Auto-similarité contre non-stationarité ?
- Questions ouvertes: H-sssi non Gaussien ?
- Au delà H-sssi: plusieurs exposants d'échelles ?

3 Processus (ou cascades) multiplicatifs(ves)

- Au delà H-sssi: plusieurs exposants d'échelles ?
- Cascades de Mandelbrot,
- Cascades de Poisson composé,
- Mouvement Brownien fractionnaire en temps multifractal,
- Estimation des exposants des lois d'échelles ? (gamme d'ordre statistiques, autour de 0, ordres négatifs)

4 Analyse multifractale

- Définitions (régularité de trajectoire, exposant de Hölder, dimension fractale (de Haussdorf), spectre de singularité (ou multifractal),
- processus mono fractals, multiractals
- Formalisme multifractal,
- Coefficients dominants,
- Log-cumulants
- Procédure d'estimations
- Illustration en dimension supérieure,
- Coefficients d'ondelettes ou coefficients dominants ? (auto-similarité ou structure multiplicative)
- Intervalles de confiance et tests d'hypothèse : le bootstrap non paramétrique

5 Outil et bibliographie

Une boîte à outils Matlab permettant la synthèse de processus invariants d'échelle et leurs analyses (estimations des paramètres d'invariance d'échelle) a été réalisé t sera mise à disposition.

Une sélection d'articles est proposée ci-dessous (tous sont disponibles sur les pages WEB indiquées ci-dessus ou sur requête).

References

[1] P. Abry, P. Flandrin, M. Taqqu, and D. Veitch. Wavelets for the analysis, estimation and synthesis of scaling data. In *Self-similar Network Traffic and Performance Evaluation*, New York, 2000. Wiley.

[2] P. Abry, P. Gonçalvès, and P. Flandrin. Wavelets, spectrum analysis and $1/f$ processes. In A. Antoniadis and G. Oppenheim, editors, *Lecture Notes in Statistics: Wavelets and Statistics*, volume 103, pages 15–29, 1995.

[3] P. Flandrin. Wavelet analysis and synthesis of fractional Brownian motion. *IEEE Trans. on Info. Theory*, IT-38(2):910–917, 1992.

[4] S. Jaffard. Wavelet techniques in multifractal analysis. In *Fractal Geometry and Applications: A Jubilee of Benoît Mandelbrot, M. Lapidus et M. van Frankenhuijsen Eds., Proceedings of Symposia in Pure Mathematics*, volume 72(2), pages 91–152. AMS, 2004.

[5] S. Jaffard, B. Lashermes, and P. Abry. Wavelet leaders in multifractal analysis. In *Wavelet Analysis and Applications, T. Qian, M.I. Vai, X. Yuesheng, Eds.*, pages 219–264, Basel, Switzerland, 2006. Birkhäuser Verlag.

[6] B. Lashermes, P. Abry, and P. Chainais. New insight in the estimation of scaling exponents. *Int. J. on Wavelets, Multiresolution and Information Processing*, 2(4), 2004.

[7] S. Mallat. *A Wavelet Tour of Signal Processing.* Academic Press, San Diego, CA, 1998.

[8] H. O. Peitgen and D. Saupe, editors. *The Science of Fractal Images.* Springer Verlag, New York, 1987.

[9] G. Samorodnitsky and M. Taqqu. *Stable non-Gaussian random processes*. Chapman and Hall, New York, 1994.

[10] D. Veitch and P. Abry. A wavelet-based joint estimator of the parameters of long-range dependence. *IEEE Transactions on Information Theory*, 45:878–897, 1999.

[11] H. Wendt, P. Abry, and S.Jaffard. Bootstrap for empirical multifractal analysis. *IEEE Signal Processing Mag.*, 24(4):38–48, 2007.