

# Commutations de sous-réseaux par apprentissage pour une imagerie radio interférométrique efficiente

Jianhua WANG<sup>1</sup> Mohammed Nabil EL KORSO<sup>2</sup> Lucien BACHARACH<sup>1</sup> Pascal LARZABAL<sup>1</sup>

<sup>1</sup>SATIE, 4, avenue des Sciences, 91190 Gif-sur-Yvette, France

<sup>2</sup>L2S, 3, rue Joliot Curie, 91190 Gif-sur-Yvette, France

**Résumé** – L’abaissement du coût computationnel constitue un défi majeur pour les systèmes d’imagerie interférométrique de nouvelle génération. Dans les nouveaux systèmes, le grand nombre d’antennes rend impraticable le traitement simultané de toutes les mesures en raison des contraintes de capacité de calcul. Afin de réduire la charge computationnelle tout en maintenant la qualité de reconstruction des images, nous proposons une stratégie de commutation de sous-réseaux qui utilise un nombre réduit d’antennes et différentes configurations d’antennes. Pour exploiter pleinement la flexibilité de cette stratégie de commutation, cet article propose une méthode probabiliste basée sur l’apprentissage profond pour concevoir des schémas de sélection d’antennes en tenant compte de l’algorithme de reconstruction d’image.

**Abstract** – Computational cost poses a significant challenge in next-generation interferometric imaging systems. In these systems, the large number of antennas makes it impractical to process all measurements simultaneously due to computational capacity constraints. To reduce the computational burden while preserving image reconstruction quality, we propose a sub-array switching strategy that utilizes fewer antennas and different antenna configurations. To fully exploit the flexibility of the switching strategy, this paper proposes a probabilistic deep-learning-based method for designing antenna selection patterns, taking into account the image reconstruction algorithm.

## 1 Introduction

L’émergence des grands interféromètres radio [1, 2] va permettre des avancées substantielles en termes de sensibilité et de résolution grâce à l’inclusion d’un nombre croissant d’antennes. Cependant, cette expansion des capacités d’observation s’accompagne de défis, surtout le défi computationnel [3, 4] engendré par l’augmentation du nombre d’antennes et la dimensionnalité des données qui en résulte.

Pour relever ce défi de la complexité computationnelle, une approche intéressante consiste à sélectionner des sous-réseaux d’antennes, réduisant ainsi la complexité de calcul en partitionnant l’ensemble du réseau en sous-ensembles plus petits et en n’utilisant qu’une fraction des antennes pour chaque mesure [5, 6]. Cette méthode réduit non seulement la taille des données, mais diminue également les exigences computationnelles, rendant l’interférométrie à grande échelle plus facile à exploiter. Malgré ses avantages, la sélection optimale de telles sous-réseaux reste un problème ouvert. Les méthodes existantes, telles que les approches déterministes basées sur des bornes de performance, y compris la borne de Cramér-Rao (CRB) [7, 8] et la borne de type Barankin (BTB) [9, 10], fournissent des configurations d’antennes structurées.

Nous avons récemment proposé une stratégie de commutation [11] alternant entre différents sous-réseaux pour réduire la charge de calcul en conservant la qualité d’image reconstruite. Sous l’hypothèse d’utilisation de deux schémas de sous-réseaux, nous avons implémenté cette stratégie de commutation en alternant entre le sous-réseaux basé sur la CRB et celui basé sur la BTB, exploitant ainsi les avantages des deux méthodes. Les résultats démontrent clairement l’efficacité de

cette stratégie de commutation par rapport à l’utilisation d’un unique sous-réseaux.

Cependant, cette stratégie est optimale uniquement si l’algorithme d’imagerie utilisé atteint les bornes CRB ou BTB, ce qui n’est pas toujours le cas. En pratique, la performance de la commutation entre différents sous-réseaux est impactée par l’algorithme d’imagerie choisi. Afin de maximiser le potentiel et exploiter la flexibilité de cette approche, nous proposons une méthode probabiliste basée sur l’apprentissage profond pour concevoir une suite de schémas de sélection d’antennes adaptée à l’algorithme d’imagerie employé.

## 2 Modèle et formulation du problème

L’interférométrie consiste à mesurer la cohérence spatiale du champ électrique entre des paires d’antennes au sein du réseau d’antennes. Ces mesures, appelées visibilité, fournissent des informations sur le rayonnement électromagnétique émis par les sources célestes sous observation. Sans perte de généralité et pour simplifier la notation, nous supposons que chaque mesure contient le même nombre de visibilité. Le problème d’imagerie interférométrique pour chaque mesure  $k$  est formulé comme suit

$$\mathbf{r}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x} + \mathbf{n}_k, \quad k = 1, \dots, K \quad (1)$$

où  $\mathbf{r}_k \in \mathbb{C}^N$  désigne le vecteur de visibilité observé,  $\mathbf{H}_k \in \mathbb{C}^{N \times m}$  est l’opérateur direct correspondant à la transformation de Fourier spatiale,  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^m$  représente le vecteur image avec  $m$  pixels à restaurer, et  $K$  est le nombre total de blocs d’observations. Le bruit additionnel est supposé suivre une distribution gaussienne  $\mathbf{n}_k \sim \mathcal{CN}(\mathbf{0}, \sigma^2 \mathbf{I}_N)$ .

Ce travail a été soutenu en partie par l’Agence Nationale de la Recherche à travers le projet PerDRIX ANR-24-CE48-5182-01.

L'idée principale de cet article est de sélectionner les  $\ell$  "meilleures" antennes (parmi un réseau de  $L$  éléments) pour chaque mesure  $k$ , formant ainsi un schéma de commutation de sous-réseau d'antennes. Nous utilisons ensuite les visibilitées correspondant aux antennes sélectionnées pour obtenir la meilleure qualité possible de reconstruction d'image tout en réduisant la complexité computationnelle.

Soit  $\mathbf{m}_k \in \{0, 1\}^L$  un vecteur binaire de sélection des antennes avec  $\ell$  éléments égaux à 1 pour les antennes sélectionnées, et les autres égaux à 0 pour les antennes non-sélectionnées (vecteur " $\ell$ -hot"), ce qui implique  $\|\mathbf{m}_k\|_1 = \ell$ . Sur cette base, nous définissons une matrice de commutation  $\mathbf{M}_k \in \{0, 1\}^{n \times N}$ , qui sélectionne les visibilitées correspondant aux antennes choisies avec  $N = \frac{L(L-1)}{2}$  et  $n = \frac{\ell(\ell-1)}{2}$  où  $N$  est le nombre total de visibilitées et  $n$  est le nombre de visibilitées sélectionnées. Nous supposons que le nombre d'antennes sélectionnées (et donc le nombre de visibilitées sélectionnées) reste le même pour chaque mesure. Sous cette hypothèse, le vecteur des visibilitées sélectionnés  $\mathbf{y}_k \in \mathbb{C}^n$  peut s'exprimer comme suit :

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{M}_k \mathbf{r}_k, \quad k = 1, \dots, K \quad (2)$$

L'objectif principal du problème d'imagerie radio interférométrique est de reconstruire l'image du ciel avec la meilleure précision possible tout en minimisant la charge computationnelle. Dans ce travail, nous visons à atteindre cet objectif en optimisant la matrice de commutation  $\mathbf{M}_k$  et tout en prenant en compte le processus de reconstruction d'image. Le problème d'optimisation combiné peut être formulé comme suit :

$$\mathbf{m}_k^* = \arg \min_{\mathbf{m}_k, \boldsymbol{\theta}} d(\hat{\mathbf{x}}, \mathbf{x}), \quad k = 1, \dots, K \quad (3a)$$

$$\text{subject to} \quad \hat{\mathbf{x}} = f_{\boldsymbol{\theta}}(\mathbf{m}_k, \mathbf{r}_k), \quad (3b)$$

$$\mathbf{m}_k \in \{0, 1\}^L, \|\mathbf{m}_k\|_1 = \ell, \quad (3c)$$

où la fonction  $d(\cdot, \cdot)$  définit une distance entre l'image reconstruite  $\hat{\mathbf{x}}$  et la vraie image  $\mathbf{x}$ . La fonction de reconstruction d'image  $f_{\boldsymbol{\theta}}(\cdot)$  est paramétrée par  $\boldsymbol{\theta}$ , avec ses détails fournis dans les sections suivantes.

### 3 Commutateur probabiliste d'antennes

L'optimisation directe du vecteur de sélection d'antennes  $\mathbf{m}_k$  est irréalisable en raison de sa nature discrète et de la contrainte (3c) dans le cadre d'apprentissage de bout en bout. Pour résoudre ce problème, nous proposons d'utiliser une distribution d'échantillonnage discrète [12, 13].

Plus précisément, chaque vecteur de sélection d'antennes  $\mathbf{m}_k$  est modélisé comme un encodage à  $\ell$  actifs d'une variable aléatoire catégorielle indépendante  $\mathbf{c}_k \sim \text{Cat}(L, \boldsymbol{\pi}_k)$ . Ici,  $\boldsymbol{\pi}_k \in \mathbb{R}^L$  est un vecteur de probabilités de  $L$  classes correspondant aux  $L$  antennes, où  $\pi_{k,i}$  représente la probabilité de sélectionner la  $i$ -ème antenne. Nous paramétrons  $\boldsymbol{\pi}_k$  en utilisant des logits non normalisés  $\boldsymbol{\psi}_k$ , de sorte que

$$\pi_{k,i} = \frac{e^{\boldsymbol{\psi}_{k,i}}}{\sum_{j=1}^L e^{\boldsymbol{\psi}_{k,j}}}, \quad i \in \{1, 2, \dots, L\} \quad (4)$$

Ainsi, plutôt que d'optimiser  $\mathbf{m}_k$ , nous allons optimiser le paramètre de distribution  $\boldsymbol{\psi}_k$  de  $\mathbf{m}_k$ . Maintenant, le problème est de savoir comment échantillonner à partir de la distribution catégorielle  $\text{Cat}(n, \boldsymbol{\pi}_k)$ . Pour la passe avant, nous avons besoin d'une réalisation  $\ell$ -hot de  $\text{Cat}(n, \boldsymbol{\pi}_k)$  pour refléter la sélection de  $\ell$  antennes, correspondant à la contrainte (3c). Pour résoudre ce problème, nous utilisons l'approche Gumbel top-K [14, 15]. Une réalisation de  $\mathbf{c}_k$  peut être obtenue par

$$\mathbf{m}_k = \ell\_hot_L(\tilde{\mathbf{c}}_k) = \ell\_hot_L(\text{top}_\ell(\boldsymbol{\psi}_k + \mathbf{e}_k)) \quad (5)$$

où l'opération  $\ell\_hot_L(\cdot)$  renvoie un vecteur  $\ell$ -hot de longueur  $L$ ,  $\text{top}_\ell(\cdot)$  renvoie les indices des  $\ell$  éléments les plus grands, et  $\mathbf{e}_k \sim \text{Gumbel}(0, 1)$  suit une distribution de Gumbel standard, qui est équivalente à  $e_{k,i} \triangleq -\log(-\log(\mathbf{u}_k))$ , avec  $\mathbf{u}_k \sim \mathcal{U}(0, 1)$ . La distribution de Gumbel est couramment utilisée pour modéliser le maximum d'un ensemble d'échantillons indépendants.

Lors de la rétropropagation, comme l'opération  $\ell\_hot_L(\text{top}_\ell(\cdot))$  est non différentiable, nous la relaxons en la convertissant en  $\ell$  opérations  $\arg \max$  qui, ensemble, créent un vecteur  $\ell$ -hot par échantillonnage sans remplacement. Chaque opération  $\arg \max(\cdot)$  est relaxée en appliquant l'approximation Gumbel-softmax [16]. La représentation Gumbel-softmax de  $\mathbf{m}_k$  est définie comme suit

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_k^{\text{Gum}} &= \text{softmax}_{\tau}(\boldsymbol{\psi}_k + \mathbf{e}_k) \\ &= \frac{\exp((\boldsymbol{\psi}_k + \mathbf{e}_k)/\tau)}{\sum_{j=1}^L \exp((\boldsymbol{\psi}_{k,j} + e_{k,j})/\tau)}, \end{aligned} \quad (6)$$

où  $\tau$  est le paramètre de température contrôlant le degré d'approximation. Lorsque  $\tau > 0$ , le Gumbel-Softmax effectue un échantillonnage doux, c'est-à-dire qu'il génère une version continue de  $\mathbf{m}_k$ , permettant ainsi la rétropropagation pendant l'entraînement. En revanche, pour la passe avant,  $\mathbf{m}_k$  doit être discret. Théoriquement, cela est atteint lorsque  $\tau$  tend vers 0. En pratique, nous appliquons la méthode Straight-Through Gumbel-Softmax [17], qui permet de fixer  $\tau = 0$  afin de réaliser un échantillonnage dur, c'est-à-dire obtenir  $\mathbf{m}_k$  sous forme discrète pour la passe avant. La structure détaillée du Commutateur Probabiliste d'Antennes (CoPA) est illustrée dans la Fig. 1(b).

Diverses techniques existent pour imposer la parcimonie dans l'image. L'une des méthodes les plus largement utilisées en radioastronomie [18] est la régularisation par la norme  $\ell_1$ , définie comme  $\mathcal{R}(\mathbf{x}) = \alpha \|\mathbf{x}\|_1 = \alpha \sum_{i=1}^m |x_i|$  où  $x_i$  est le  $i$ -ème élément de  $\mathbf{x}$ , et  $\alpha$  est un paramètre de réglage positif. Une valeur élevée de  $\alpha$  favorise un vecteur d'image  $\mathbf{x}$  parcimonieux, entraînant davantage d'éléments de  $\mathbf{x}$  à être nuls.

L'algorithme de reconstruction d'image utilisé dans ce travail est l'algorithme d'itération à seuillage progressif (ISTA) [19]. En notant  $\mathbf{M}$  la concaténation de tous les  $\mathbf{M}_k, k = 1, 2, \dots, K$ , la même définition s'applique à  $\mathbf{y}$  et  $\mathbf{H}$ . La mise à jour de l'image reconstruite  $\mathbf{x}$  est donnée par

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} &= \mathbf{y} - \mathbf{M}\mathbf{H}\mathbf{x}^{(m)} \\ \mathbf{x}^{(m+1)} &= \text{prox}_{\alpha \|\cdot\|_1} \left( \mathbf{x}^{(m)} + \gamma \left( \mathbf{H}^H \mathbf{M}^H \boldsymbol{\varepsilon}^{(m)} \right) \right) \end{aligned} \quad (7)$$

où  $\gamma \in (0, \frac{2}{\sigma})$ , et  $\sigma$  est le rayon spectral de  $\mathbf{H}^H \mathbf{M}^H \mathbf{M} \mathbf{H}$ . L'opérateur proximal est défini comme  $\text{prox}_{\alpha \|\cdot\|_1}(\mathbf{v})_i =$

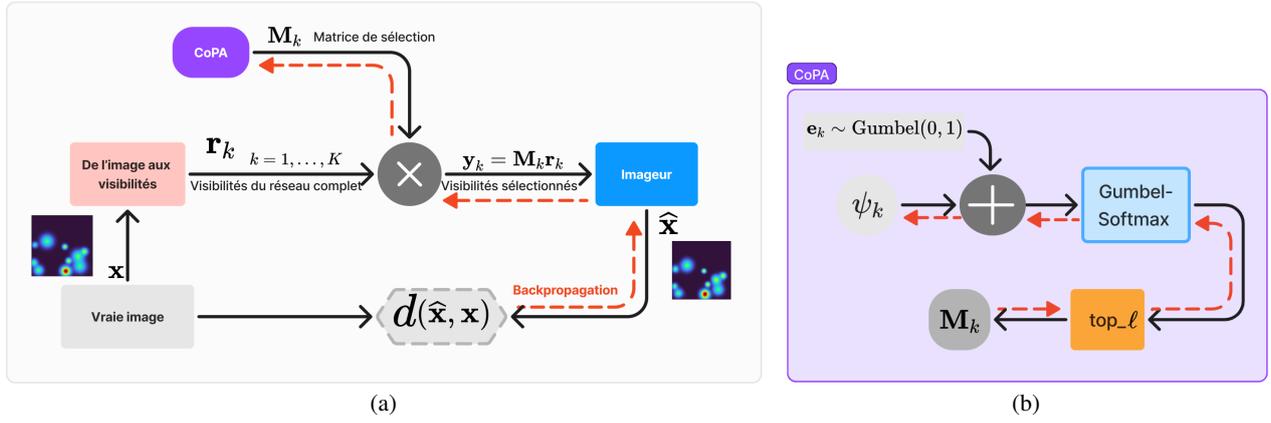


FIGURE 1 : (a) Vue d'ensemble de la méthode proposée, comprenant un Commutateur Probabiliste d'Antennes (CoPA) et un bloc de reconstruction d'image (Imageur). Les visibilitées sélectionnées sont transformées par l'imageur pour produire une image reconstruite correspondant au schéma de commutation actuel. En minimisant la distance entre l'image reconstruite et la vraie image, le CoPA est optimisé. (b) L'illustration du CoPA proposé.

$\text{sgn}(\mathbf{v}_i) (|\mathbf{v}_i| - \alpha)_+$  où  $(|\mathbf{v}_i| - \alpha)_+ = \max(0, |\mathbf{v}_i| - \alpha)$ . Cette procédure met à jour efficacement  $\mathbf{x}$  de manière itérative, en intégrant une régularisation favorisant la parcimonie avec le paramètre  $\alpha$ .

Concernant la complexité de la méthode proposée, nous évaluons la complexité en temps en mesurant le nombre d'opérations en virgule flottante (FLOPS). Pour l'algorithme ISTA, la règle de mise à jour à chaque itération est donnée par (7). En additionnant les coûts computationnels des deux étapes de calcul de  $\mathbf{e}^{(m)}$  et  $\mathbf{x}^{(m)}$ , le nombre total d'opérations requises est donné par

$$n_{\text{ite}}(K^2 Nmn + KNm + K^2 Nmn + K^2 Nn)$$

où  $n_{\text{ite}}$  représente le nombre d'itérations de l'algorithme ISTA. Étant donné que  $n \gg 1$  et  $m \gg 1$ , cette expression peut être approximée par  $2n_{\text{ite}}K^2 Nmn$ .

## 4 Évaluation numérique

Les simulations sont basées sur le Very Large Array (VLA), un radiotélescope composé de 27 antennes disposées en trois branches contenant chacune 9 antennes. Nous utilisons la configuration A et simulons des observations en bande étroite à une fréquence de 300 MHz sur une période d'observation de 4 h.

Les jeux de données d'entraînement sont constitués d'images discrétisées en  $64 \times 64$  pixels, correspondant à un champ de vision (FOV) de  $3.16''$  (arc-secondes). Ces images sont vectorisées, donnant  $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^{4096}$ . Pour chaque image discrétisée  $\mathbf{x}$ , les visibilitées correspondantes  $\mathbf{r}_k$ , où  $k = 1, \dots, 4$ , sont générées pour représenter quatre blocs d'observation ( $K = 4$ ). Notre but est de sélectionner  $l = 15$  antennes parmi  $L = 27$  antennes. Nous allons chercher deux types de sous-réseaux  $\mathbf{M}_{1,2}$  et  $\mathbf{M}_{2,2}$  pour  $K = 4$  observations. La suite des configurations de commutation correspondant  $\mathbf{M}_1 \rightarrow \mathbf{M}_2 \rightarrow \mathbf{M}_3 \rightarrow \mathbf{M}_4$  est

$$\underbrace{\mathbf{M}_{1,2}}_{k=1} \rightarrow \underbrace{\mathbf{M}_{2,2}}_{k=2} \rightarrow \underbrace{\mathbf{M}_{1,2}}_{k=3} \rightarrow \underbrace{\mathbf{M}_{2,2}}_{k=4}$$

L'entraînement du CoPA est effectué sur des images du ciel synthétiques. Le nombre de sources dans chaque image est

échantillonné à partir d'une distribution de Poisson avec une moyenne de 11 sources par image. Les flux des sources sont tirés d'une distribution uniforme entre 0 et 10 Jansky. Le jeu de données avec 5000 images est mélangé à chaque époque pour garantir un apprentissage robuste. Il est divisé en 80 % pour l'entraînement et 20 % pour la validation croisée. L'optimisation est réalisée via Adam avec un taux d'apprentissage de  $1 \times 10^{-3}$ , et la convergence est atteinte en environ 50 epochs.

**Résultats de simulation :** Cette simulation évalue la performance du CoPA proposé sous un bruit blanc gaussien, qui simule le bruit thermique ajouté aux visibilitées. La performance de reconstruction est comparée entre les méthodes suivantes : (1) **Réseau complet** : utilisation de toutes les antennes sans sélection. (2) **Commutation CRB-BTB** : techniques récentes de sélection de sous-réseaux [11]. (3) **Commutation CoPA** : méthode proposée.

La performance quantitative de reconstruction sur des images synthétiques est évaluée à l'aide de l'erreur quadratique moyenne normalisée (NMSE) définie comme  $\|\hat{\mathbf{x}} - \mathbf{x}\|^2 / \|\mathbf{x}\|^2$ , où  $\hat{\mathbf{x}}$  désigne l'image reconstruite et  $\mathbf{x}$  représente l'image de référence, et  $d$  l'indice de similarité structurelle (SSIM) [20]. Les résultats pour les images synthétiques sont résumés dans le tableau 1. Nous avons également exécuté le CoPA sur une image réaliste, issue d'une région  $\text{H}_2$  de la galaxie M31. Les images reconstruites de M31 pour les différentes méthodes sont présentées dans la Fig. 2. Le CoPA proposé surpasse systématiquement les modèles de commutation basés sur CRB-BTB, en obtenant des valeurs de NMSE significativement plus faibles et des valeurs de SSIM plus élevées. Ces résultats mettent en évidence la capacité de reconstruction supérieure de l'approche CoPA.

Concernant la réduction de la charge de calcul, celle-ci peut être analysée à deux niveaux. Au niveau des antennes, le ratio de la charge de calcul est donné par  $\frac{\ell}{L} = \frac{15}{27} = 55.5\%$  de la consommation initiale, ce qui correspond à une économie de 44.4% d'énergie. Au niveau du calcul scientifique, qui concerne les algorithmes d'imagerie, et en supposant que le nombre d'itérations de l'algorithme ISTA ne dépende pas du nombre d'antennes utilisées, le ratio de la charge de calcul est  $\frac{n}{N} = \frac{\ell(\ell-1)}{L(L-1)} = 29.9\%$ , impliquant une économie de 70%

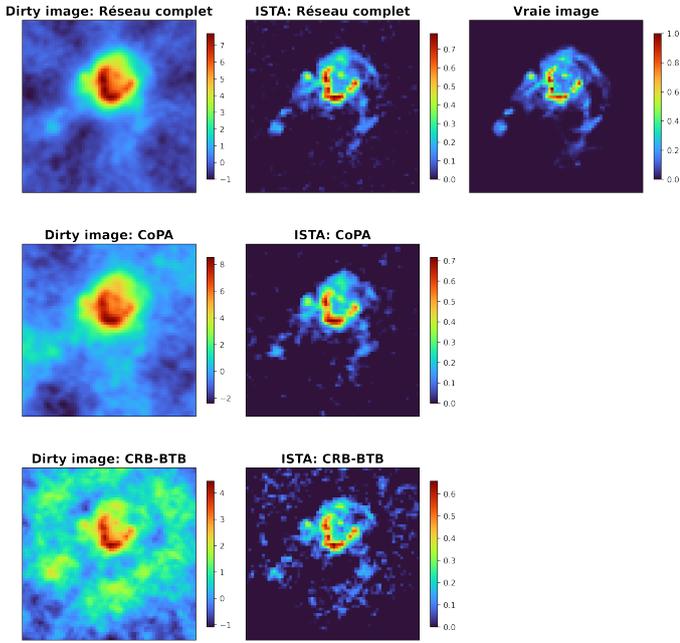


FIGURE 2 : Les images du galaxie M31 reconstruites à l’aide de l’algorithme d’imagerie ISTA après 10 itérations en utilisant différentes méthodes : **Réseau complet (sans commutation)**, **Commutation CoPA (Proposée)**, **Commutation basée sur CRB-BTB**.

TABLE 1 : Performance de reconstruction des images synthétiques à l’aide de l’algorithme d’imagerie ISTA après 10 itérations. Les résultats sont moyennés sur 500 simulations de Monte Carlo.

| Méthode                              | NMSE          | SSIM          |
|--------------------------------------|---------------|---------------|
| Réseau complet (sans commutation)    | 0.0002        | 0.9649        |
| Commutation CoPA ( <b>Proposée</b> ) | <b>0.0007</b> | <b>0.9029</b> |
| Commutation basée sur CRB-BTB        | 0.0018        | 0.7626        |

d’énergie. En outre, cette réduction de la charge de calcul s’accompagne d’une diminution des besoins en matériel grâce à la réduction des flux de données, proportionnelle au ratio des visibilitées, soit  $\frac{n}{N} = 29.9\%$ , ce qui représente une économie de 70% des flux de données.

## 5 Conclusions

Cet article propose une méthode d’apprentissage profond pour optimiser les schémas de commutation des sous-réseaux d’antennes, en tenant compte de la reconstruction d’images en imagerie radio-astronomique. Dans ce cadre, nous avons proposé une méthode de commutation probabiliste d’antennes (CoPA). En prenant comme cas d’étude un schéma de commutation alternant entre deux sous-réseaux, nous avons démontré que la méthode CoPA proposée permet une meilleure qualité de reconstruction qu’un schéma basé sur les CRB et BTB. Ces résultats attestent également de l’efficacité des méthodes de commutation en termes de ressources computationnelles par rapport à l’utilisation du réseau complet.

## Références

- [1] S Vijay Kartik, Rafael E Carrillo, Jean-Philippe Thiran, and Yves Wiaux. A Fourier dimensionality reduction model for big data interferometric imaging. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 468(2) :2382–2400, 2017.
- [2] Dinh Ho Tong Minh and Yen-Nhi Ngo. ComSAR : A new algorithm for processing Big Data SAR Interferometry. In *2021 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium IGARSS*, pages 820–823. IEEE, 2021.
- [3] Xianpeng Wang, Yuehao Guo, Fangqing Wen, Jin He, and Trieu-Kien Truong. EMVS-MIMO radar with sparse Rx geometry : Tensor modeling and 2D direction finding. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 2023.
- [4] Han Wang, Lingwei Xu, Zhengqiang Yan, and T Aaron Gulliver. Low-complexity MIMO-FBMC sparse channel parameter estimation for industrial big data communications. *IEEE Transactions on Industrial Informatics*, 17(5) :3422–3430, 2020.
- [5] Maria Juhlin and A Jakobsson. Optimal sensor placement for localizing structured signal sources. *Signal Processing*, page 108679, 2022.
- [6] Jianhua Wang, Lucien Bacharach, Pascal Larzabal, and Mohammed Nabil El Korso. A comparison of antenna placement criteria based on the cramer-rao and barankin bounds for radio interferometer arrays. *Signal Processing*, page 109404, 2024.
- [7] Houcem Gazzah and Jean Pierre Delmas. CRB-based design of linear antenna arrays for near-field source localization. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 62(4) :1965–1974, 2014.
- [8] Jean Pierre Delmas, Mohammed Nabil El Korso, Houcem Gazzah, and Marc Castella. CRB analysis of planar antenna arrays for optimizing near-field source localization. *Signal Processing*, 127 :117–134, 2016.
- [9] Joseph Tabrikian and Jeffrey L Krolik. Barankin bounds for source localization in an uncertain ocean environment. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 47(11) :2917–2927, 1999.
- [10] Ori Aharon and Joseph Tabrikian. A simple and tight bayesian lower bound for direction-of-arrival estimation. In *2023 IEEE Statistical Signal Processing Workshop (SSP)*, pages 26–30. IEEE, 2023.
- [11] Jianhua Wang, Lucien Bacharach, Mohammed Nabil El Korso, and Pascal Larzabal. Antenna sub-array switching strategy for low-cost & high-resolution radio-astronomical imaging. In *2023 IEEE International Conference on Signal Processing, Communications and Computing (ICSPCC)*, pages 1–6. IEEE, 2023.
- [12] Iris AM Huijben, Bastiaan S Veeling, Kees Janse, Massimo Mischi, and Ruud JG van Sloun. Learning sub-sampling and signal recovery with applications in ultrasound imaging. *IEEE Transactions on Medical Imaging*, 39(12) :3955–3966, 2020.
- [13] Jonathan Sauder, Martin Genzel, and Peter Jung. Gradient-based learning of discrete structured measurement operators for signal recovery. *IEEE Journal on Selected Areas in Information Theory*, 3(3) :481–492, 2022.
- [14] Sang Michael Xie and Stefano Ermon. Reparameterizable subset sampling via continuous relaxations. In *Proceedings of the 28th International Joint Conference on Artificial Intelligence*, pages 3919–3925, 2019.
- [15] Wouter Kool, Herke Van Hoof, and Max Welling. Stochastic beams and where to find them : The Gumbel-Top-K trick for sampling sequences without replacement. In *International Conference on Machine Learning*, pages 3499–3508. PMLR, 2019.
- [16] Eric Jang, Shixiang Gu, and Ben Poole. Categorical Reparametrization with Gumble-Softmax. In *International Conference on Learning Representations (ICLR 2017)*. OpenReview. net, 2017.
- [17] Yoshua Bengio, Nicholas Léonard, and Aaron Courville. Estimating or propagating gradients through stochastic neurons for conditional computation. *arXiv preprint arXiv :1308.3432*, 2013.
- [18] Xiaohao Cai, Marcelo Pereyra, and Jason D McEwen. Uncertainty quantification for radio interferometric imaging–I. Proximal MCMC methods. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, 480(3) :4154–4169, 2018.
- [19] Amir Beck and Marc Teboulle. A fast iterative shrinkage-thresholding algorithm for linear inverse problems. *SIAM journal on imaging sciences*, 2(1) :183–202, 2009.
- [20] Richard Dosselmann and Xue Dong Yang. A comprehensive assessment of the structural similarity index. *Signal, Image and Video Processing*, 5 :81–91, 2011.