

Réseaux de neurones informés par la physique pour la reconstruction de champs océaniques stratifiés

Vadim LIMOUSIN¹ Antoine VENAILLE¹ Bruno DEREMBLE² Nelly PUSTELNIK¹

¹Ens de Lyon, CNRS, Laboratoire de Physique, F-69342, Lyon, France.

²Université Grenoble Alpes, CNRS, INRAE, IRD, Grenoble-INP, Institut des Géosciences de l'Environnement, Grenoble, France

Résumé – La reconstruction des courants océaniques profonds est un défi majeur car, d’une part, si les données de surface sont relativement nombreuses, les données à l’intérieur de l’océan sont bien plus éparées, et d’autre part, le volume de données à assimiler est gigantesque. Nous proposons de résoudre ce problème à l’aide de réseaux de neurones informés par la physique (PINN) adaptés à une dynamique stratifiée. Dans cet article nous évaluons la robustesse de notre approche lorsque les données, en plus d’être éparées, sont également bruitées.

Abstract – Reconstructing deep ocean currents is a major challenge, because while surface data are relatively abundant, data inside the ocean are much more sparse, and the volume of data to be assimilated is huge. We propose to solve this problem using Physically Informed Neural Networks (PINN) adapted to stratified dynamics. In this paper, we evaluate the robustness of our approach when the data, in addition to being sparse, are also noisy.

1 Introduction

Les représentations neuronales implicites (INR) [13, 9, 3] sont une classe de modèles capables d’encoder des signaux complexes, tels que des images, dans une fonction continue représentée par un réseau de neurones. Ce dernier est généralement un perceptron multicouche (MLP) qui fait correspondre des coordonnées spatiales (par ex, (x, y) pour une image 2d) à une valeur d’intensité (par exemple, la couleur du pixel). Les INRs les plus connus sont SIREN [14] et NeRF [10] dans le contexte du traitement des images et de la vision, mais ils peuvent également prendre la forme de réseaux neuronaux informés par la physique (PINN) dans le domaine de la physique [6], pour lesquels une pénalisation incorporant une dynamique physique explicite est intégrée dans l’étape d’apprentissage.

Dans ce travail nous abordons la question de reconstruction de champs océaniques à partir de mesures parcimonieuses et bruitées. Nous proposons de résoudre ce problème à très grande dimension à l’aide d’une approche PINN adaptée à la dynamique de l’océan, à savoir une dynamique stratifiée. Cette approche nous permet d’éviter partiellement la discrétisation du domaine d’étude et d’obtenir ainsi une réduction drastique des paramètres à estimer.

Assimilation de données – L’objectif de l’assimilation de données est de récupérer la séquence temporelle d’un champ 3d, noté $u(t, x, y, z)$, à partir d’observations partielles en M points spatio-temporels distincts (représentées par le vecteur d de taille M). En océanographie, u peut par exemple représenter la pression, la vitesse, ou encore la température, et (t, x, y, z) indique un emplacement spatio-temporel auquel il est évalué. Le modèle direct est alors de la forme

$$d = Hu + \epsilon$$

où H représente l’opérateur d’observation, qui établit la relation entre la séquence temporelle complète et les points où des observations sont disponibles. ϵ modélise une perturbation aléatoire.

Pour reconstruire (i.e., assimiler) u à partir de d , l’approche usuelle vise à minimiser une fonction de coût de la forme

$$\mathcal{L}_{DA}(u) = \|Hu - d\|^2 + \lambda \|\mathcal{D}(u)\|^2 \quad (1)$$

où le premier terme est l’attache aux données et permet de s’assurer que le champ reconstruit soit le plus fidèle aux données observées d . Le second terme est un terme *d’a priori* qui permet d’imposer au champ spatio-temporel reconstruit de suivre les lois physiques. Généralement, $\mathcal{D}$ est une discrétisation de la dynamique explicite, formulée comme une équation différentielle partielle sur une grille de dimension $N = N_t \times N_x \times N_y \times N_z$. Enfin, $\lambda > 0$ est un paramètre de régularisation permettant un compromis entre attache aux données et *a priori* [2].

Limitations – Pour obtenir une résolution satisfaisante, le modèle physique peut être très complexe. Le filtrage de Kalman et ses versions étendues (EKF, EnKF) adoptent une approche probabiliste et séquentielle, mettant à jour l’estimation de l’état à chaque pas de temps tout en propageant les incertitudes, mais restent coûteux pour les systèmes non linéaires ou à grande échelle [2]. Il existe également des tentatives d’intégration de l’apprentissage automatique dans ces approches, comme 4DVarNet [4], qui combine des techniques d’assimilation standard avec des réseaux neuronaux pour améliorer la modélisation. Ces méthodes montrent des résultats prometteurs, comparables aux meilleures approches classiques, avec des améliorations significatives en termes d’erreur de reconstruction. Cependant, elles sont souvent limitées à des problèmes de reconstruction de surface et ne traitent pas de l’intérieur de l’océan par manque de données. De plus, elles sont liées à une grille fixe, et le coût d’entraînement du réseau peut augmenter avec la résolution. Les approches PINNs apparaissent alors comme une alternative séduisante pour se passer de la discrétisation et ainsi envisager de reconstruire des champs océaniques qui ne se limitent pas à des champs de surface.

Contributions et plan – Dans ce travail, nous développons une approche de type PINN adaptée à des champs océaniques stratifiés. La formulation PINN standard est présentée Section 2 puis la méthode proposée, reposant sur des hypothèses de stratification de la dynamique, est détaillée en Section 3. Les performances sont évaluées dans un contexte d’observations océaniques réalistes en Section 4.

2 PINNs

La formulation standard des PINNs peut être exprimée comme (1), avec une distinction essentielle : le champ u est modélisé par un réseau neuronal (c’est-à-dire $u = f_\theta(t, x)$ avec $x = (x, y, z)$) qui utilise les coordonnées spatio-temporelles comme entrées pour prédire les valeurs du champ. Dans ce travail, nous proposons de revisiter la procédure d’assimilation des données océaniques en utilisant les PINNs, qui offrent l’avantage d’éviter la discrétisation sur une grille, et ainsi faciliter la reconstruction de données volumineuses comme les champs 3d+t considérés en analyse océanique.

Nous désignons f_θ un réseau neuronal paramétré par θ , une fonction de (t, x) , dont la sortie est le champ souhaité pour un emplacement spatio-temporel spécifique. La formulation PINN consiste à trouver le réseau optimal f_θ avec les paramètres θ qui minimisent la fonction coût suivante :

$$\mathcal{L}_{\text{PINN}}(\theta) = \frac{1}{M} \sum_{(t,x) \in \mathcal{I}} (f_\theta(t, x) - d(t, x))^2 + \lambda \|\mathcal{D}(f_\theta, \partial_t f_\theta, \nabla f_\theta, \dots)\|^2. \quad (2)$$

où $\mathcal{I}$ désigne un ensemble de M points où les mesures d sont disponibles. Initialement, le formalisme des PINNs a été développé pour approcher les solutions d’un problème de Cauchy bien posé avec une condition initiale, des conditions aux limites et une dynamique choisies [6]. Il a ensuite été étendu à l’analyse d’autres problèmes en physique [11] mais encore très peu dans le contexte océanique [5, 1].

La fonction de coût se compose donc d’un terme d’attache aux données et d’un terme de régularisation mesurant l’écart par rapport à l’a priori dynamique. Elle sert de fonction objective qui encourage le minimiseur à résoudre l’EDP $\mathcal{D}(u, \partial_t u, \nabla u, \dots) = 0$ et à garantir la fidélité aux observations d . La norme présente dans la pénalisation est une norme L^2 sur le domaine spatio-temporel continu d’intérêt, qui doit être approchée (par exemple, à l’aide d’une méthode de Monte Carlo). Cela implique d’évaluer le résidu sur un ensemble discret de points de collocation qui ne coïncident pas nécessairement avec la position des données.

Le calcul de la fonction de coût suppose que le réseau f_θ puisse être différencié par rapport à ses coordonnées d’entrée une fois de plus que ce qui est requis dans l’EDP préalable afin de calculer $\nabla_\theta \|\mathcal{D}(f_\theta, \dots)\|$ durant l’apprentissage. La différenciation automatique rend simple le calcul de $\partial_t f_\theta$, $\partial_x f_\theta$, $\partial_y f_\theta$ en pratique, car elle permet de traiter une large gamme de fonctions différentiables. Il s’agit là d’un avantage majeur de la formulation PINNs. Cette approche est considérée sans grille car le champ u n’est pas discrétisé sur une grille, contrairement aux techniques d’assimilation standards.

3 StrassPINN

Dans l’objectif de reconstruire des champs océanique 3d+t deux possibilités s’offrent à nous : considérer un réseau unique

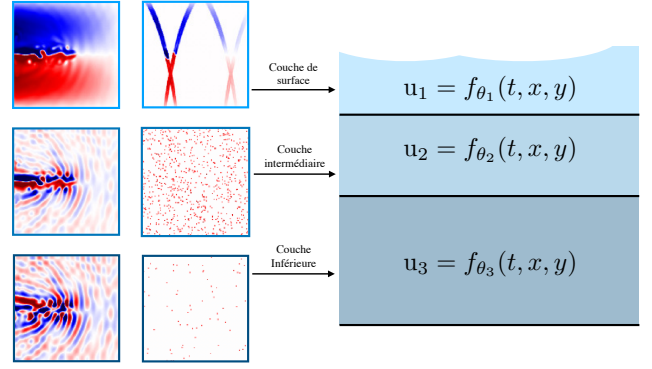


FIGURE 1 : Illustration du champ stratifié en 3 couches. (gauche) Instantané (i.e. $t=24h$) d’un champ simulé avec un modèle quasi-géostrophique à 3 couches. (milieu) Instantané (i.e. $t=24h$) des données d obtenues à partir du champ simulé présenté à gauche. (droite) Schéma de la stratification en 3 couches.

permettant d’estimer le champ complet (i.e. $f_\theta(t, x)$ avec $x = (x, y, z)$) ou considérer une dynamique à couches et ainsi apprendre un réseau de neurone par couche de stratification océanique (chaque couche étant associée à une gamme de profondeurs différentes). Pour cette seconde approche, $x = (x, y)$ car la 3ème dimension est modélisée via la notion de couche océanique. Dans cette étude nous optons pour la deuxième option, illustrée Figure 1, permettant de simplifier l’apprentissage du réseau sur chacune des couches océaniques. Nous allons par conséquent apprendre,

$$(\forall \ell \in \{1, \dots, L\}) \quad u_\ell(t, x, y) = f_{\theta_\ell}(t, x, y)$$

où L correspond au nombre de couches océaniques. L’ensemble des points de mesures $\mathcal{I}$ va également être réparti sur L couches via la définition d’ensembles $(\mathcal{I}_\ell)_{1 \leq \ell \leq L}$.

Dynamique stratifiée – Dans le modèle proposé, nous considérons L opérateurs différentiels $(\mathcal{D}_\ell)_{1, \dots, L}$ nous permettant de réécrire la dynamique comme :

$$\begin{cases} \mathcal{D}_1(u_1, \nabla u_2) = 0 \\ \mathcal{D}_\ell(u_\ell, \nabla u_{\ell-1}, \nabla u_{\ell+1}) = 0 \quad \forall \ell = 2, \dots, L-1 \\ \mathcal{D}_L(u_L, \nabla u_{L-1}) = 0. \end{cases} \quad (3)$$

Fonction de coût – Le problème d’optimisation associé consiste à estimer les paramètres $\theta = (\theta_1, \dots, \theta_L)$ qui minimisent la fonction de coût $\mathcal{L}_{\text{S-PINN}}$:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{S-PINN}}(\theta_1, \dots, \theta_L) = & \frac{1}{|\mathcal{I}|} \sum_{\ell=1}^L \sum_{i \in \mathcal{I}_\ell} |f_{\theta_\ell}(t_i, x_i, y_i) - d_i|^2 \\ & + \lambda \|\mathcal{D}_1(f_{\theta_1}, \nabla f_{\theta_2})\|^2 \\ & + \lambda \sum_{\ell=1}^{L-1} \|\mathcal{D}_\ell(f_{\theta_\ell}, \nabla f_{\theta_{\ell-1}}, \nabla f_{\theta_{\ell+1}})\|^2 \\ & + \lambda \|\mathcal{D}_L(f_{\theta_L}, \nabla f_{\theta_{L-1}})\|^2. \end{aligned}$$

Afin de rechercher un tel minimiseur, nous introduisons une stratégie guidée par la structure stratifiée du modèle et la hiérarchie naturelle entre les couches de stratification. Nous proposons d’apprendre chaque couche océanique successivement en commençant par la surface, comme nous l’expliquons ci-dessous. Une telle stratégie est une procédure de minimisa-

tion par blocs dont l'itération k est :

$$\begin{aligned}
\theta_1^{[k+1]} &\in \underset{\theta_1}{\text{Argmin}} \sum_{i \in \mathcal{I}_1} |f_{\theta_1}(t_i, x_i, y_i) - d_i|^2 + \lambda \|\mathcal{D}_1(f_{\theta_1}, \nabla f_{\theta_1^{[k]}})\|^2 \\
\theta_2^{[k+1]} &\in \underset{\theta_2}{\text{Argmin}} \sum_{i \in \mathcal{I}_2} |f_{\theta_2}(t_i, x_i, y_i) - d_i|^2 \\
&\quad + \lambda \|\mathcal{D}_2(f_{\theta_2}, \nabla f_{\theta_1^{[k+1]}}, \nabla f_{\theta_2^{[k]}})\|^2 \\
&\quad \vdots \\
\theta_{L-1}^{[k+1]} &\in \underset{\theta_{L-1}}{\text{Argmin}} \sum_{i \in \mathcal{I}_{L-1}} |f_{\theta_{L-1}}(t_i, x_i, y_i) - d_i|^2 \\
&\quad + \lambda \|\mathcal{D}_{L-1}(f_{\theta_{L-1}}, \nabla f_{\theta_{L-2}^{[k+1]}}, \nabla f_{\theta_{L-1}^{[k]}})\|^2 \\
\theta_L^{[k+1]} &\in \underset{\theta_L}{\text{Argmin}} \sum_{i \in \mathcal{I}_L} |u_{\theta}(t_i, x_i, y_i) - d_i|^2 + \lambda \|\mathcal{D}_L(f_{\theta_L}, \nabla f_{\theta_{L-1}^{[k+1]}})\|^2.
\end{aligned}$$

Représentation neuronale implicite SIREN – Le choix de f_{θ} a une importance cruciale dans l'efficacité des PINNs. Dans cette étude, nous nous concentrons sur le modèle SIREN, un réseau entièrement connecté qui utilise uniquement des activations sinusoïdales [14]. Par sa structure il est adapté à l'apprentissage d'une fonction et de ses gradients, d'où notre choix de l'utiliser dans notre étude. Cette architecture de réseau a été initialement introduite pour résoudre des problèmes liés à l'image mais elle s'est également avérée utile dans la reconstruction de divers signaux naturels, y compris dans le contexte de la convection de Rayleigh-Benard [12]. Les réseaux SIREN ont également été utilisés dans le contexte océanique, bien que sans contraintes physiques, pour représenter le courant de surface sous la forme d'un champ neuronal [5].

Formellement le réseau s'exprime :

$$\begin{aligned}
f_{\theta}(t, x, y) &= W_M \cdot \sin(\dots W_2 \cdot \sin(W_1 \cdot \sin(K_x x \\
&\quad + K_y y - \Omega_t t + \varphi) + b_1) + b_2) \dots + b_M
\end{aligned}$$

où les fonctions sinus sont prises coordonnée par coordonnée et les paramètres du réseau sont :

$$\theta = \{K_x, K_y, \Omega_t, \varphi, W_1, \dots, W_M, b_1, \dots, b_M\},$$

où $K_x, K_y, \Omega_t \in \mathbb{R}^{w \times 1}$, $\varphi, b_m \in \mathbb{R}^w$, $W_m \in \mathbb{R}^{w \times w}$, $W_M \in \mathbb{R}^{1 \times w}$ et $b_M \in \mathbb{R}$.

Les plus petites échelles spatiales et temporelles que le SIREN peut générer sont limitées par les valeurs les plus élevées de K_x, K_y et Ω_t . Ces valeurs doivent donc être initialisées avec soin pour que le réseau puisse capturer les petites échelles physiques du signal.

4 Résultats numériques

Nous considérons un cadre d'étude similaire à notre travail [8] (centré sur le cas 3 couches) avec un accent sur la robustesse au bruit afin de valider que l'approche reste valable dans un cadre non-idéalisé.

Cadre d'étude – Notre étude se place dans le cadre quasi-géostrophique à $L = 3$ couches qui vise à résoudre un problème d'assimilation océanique typique, où l'on dispose de données de surface abondantes - généralement issues de satellites tels que SWOT [7] - et de données de subsurface plus rares - issues de flotteurs ARGO [15]. Lors d'observations réelles, les flotteurs ARGO fournissent généralement des mesures à une profondeur de 1 km pendant 9 jours, puis descendent beaucoup plus profondément (2 000 ou 6 000 mètres suivant les flotteurs considérés), avant de revenir à la surface pour

transmettre des données, puis de reprendre leur descente. Dans notre cadre stratifié, ce processus est représenté par des données satellitaires telles que SWOT pour la première couche (i.e. $\mathcal{I}_1$), des mesures aléatoires éparées pour la deuxième couche (i.e. $\mathcal{I}_2$) et des observations encore plus parcimonieuses pour la troisième couche (i.e. $\mathcal{I}_3$).

Modèle d'écoulement et paramètres. Nous considérons trois couches de densité homogène (ρ_1, ρ_2, ρ_3) empilées verticalement, comme le montre la Fig. 1(droite). Dans chaque couche, l'écoulement est 2d, non divergent et peut être décrit par des fonctions de courant (u_1, u_2, u_3), qui caractérisent entièrement la dynamique en tant que fonctions scalaires de (t, x, y) . L'écoulement a lieu dans un bassin carré avec des conditions de Dirichlet-Neumann au bord. Un vent zonal $\tau_x(y)$ injecte de l'énergie à l'interface océan-atmosphère. Cette énergie est communiquée couche à couche puis dissipée au fond de l'océan dans la couche d'Ekman, $-r_E \Delta u_3$, et dans chaque couche via une dissipation visqueuse horizontale, Δq_ℓ . La dynamique qui en résulte repose sur un système d'équations aux dérivées partielles :

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dt} \Big|_1 \underbrace{\left[\Delta u_1 - f_0^2 \frac{u_1 - u_2}{H_1 g_1'} + \beta y \right]}_{=q_1} &= -\frac{1}{H_1} \partial_y \tau_x + \nu \Delta q_1 \\
\frac{d}{dt} \Big|_2 \underbrace{\left[\Delta u_2 - f_0^2 \frac{u_2 - u_1}{H_2 g_1'} - f_0^2 \frac{u_2 - u_3}{H_2 g_2'} + \beta y \right]}_{=q_2} &= \nu \Delta q_2 \\
\frac{d}{dt} \Big|_3 \underbrace{\left[\Delta u_3 - f_0^2 \frac{u_3 - u_2}{H_3 g_2'} + \beta y \right]}_{=q_3} &= -r_E \Delta u_3 + \nu \Delta q_3
\end{aligned} \quad (4)$$

avec $\frac{d}{dt} \Big|_\ell \equiv \partial_t + (\partial_x u_\ell) \partial_y - (\partial_y u_\ell) \partial_x$ la dérivée Lagrangienne. $g_\ell' = g \cdot (\rho_{\ell+1} - \rho_\ell) / \rho_\ell$ est la gravité réduite entre la ℓ -ième couche et la $(\ell + 1)$ -ième couche, et H_ℓ représente la hauteur de la ℓ -ième couche. Le paramètre $r_E = f_0 h_E / 2 H_3$ est le coefficient de frottement au fond, avec f_0 le paramètre de Coriolis et h_E la profondeur de la couche d'Ekman. Notre cadre à deux gyres revient à choisir $\tau_x = \tau_0 \cos(2\pi y / L_0)$, avec L_0 la taille du domaine et τ_0 l'amplitude maximale de la contrainte du vent. Les champs d'écoulement typiques obtenus avec ce modèle sont illustrés sur la Fig. 1(gauche). Les paramètres sont identiques à ceux de [8].

Apprentissage – Notre modèle est appris sur un GPU NVIDIA L4 de 23Go pendant 3h20.

Sensibilité au bruit – Afin de tester la stabilité de notre méthode face à des données bruitées, nous avons artificiellement ajouté à chaque pseudo-observation un bruit gaussien d'écart-type $\{0.01; 0.05; 0.1\}$. Dans nos simulations, plusieurs valeurs de λ ont été testées. La valeur $\lambda = 5e-4$ permet d'obtenir le meilleur compromis de reconstruction sur les 3 niveaux de bruit. Les résultats sont illustrés sur la Figure 2. Notre approche reconstruit les champs de surface avec précision quelque soit le niveau de bruit. On observe que les couches avec moins de mesures (couches 2 et 3) sont bien plus impactées par l'ajout de bruit de mesure.

Dans ce contexte expérimental, il est notable de remarquer que nous avons pu représenter un champ avec une résolution originale N d'environ 26 millions de paramètres (i.e. $100 \times 513 \times 513$ par couche) avec seulement $3 \times w + w + 2 \times (w \times w + w) + w + 1 = 32126$ paramètres par couche océanique grâce à l'approche PINN stratifiée.

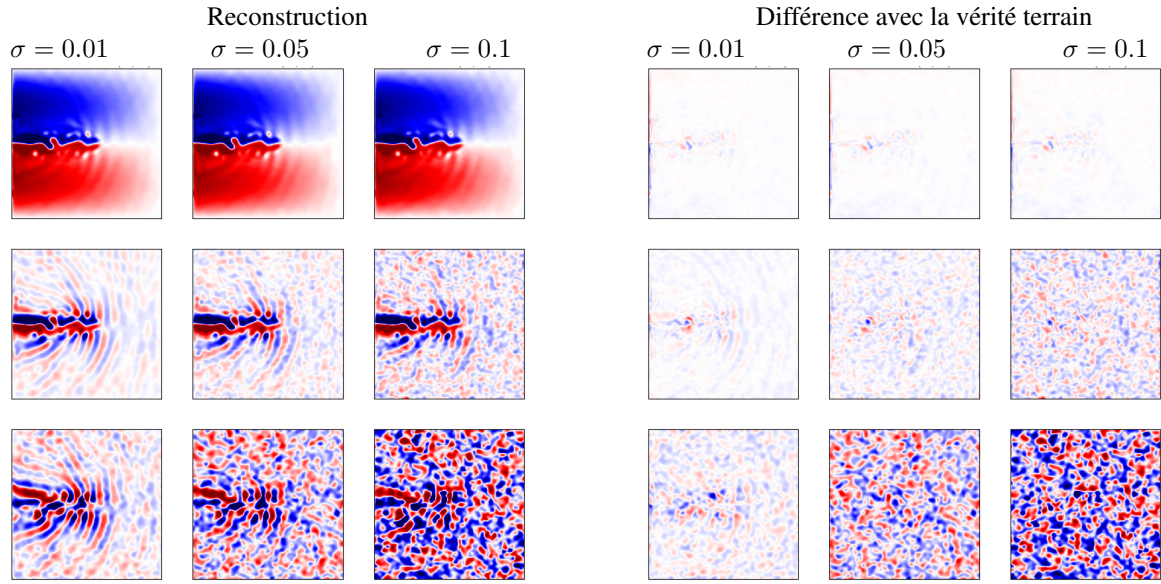


FIGURE 2 : Reconstructions des fonctions de courant partir d’observations partielles comme décrites dans la figure 1 pour différents niveau de bruit. La vitesse du fluide zonale (est/ouest) est $-\frac{du}{dy}$ et la vitesse méridionale (nord/sud) est $+\frac{dv}{dx}$. (gauche) et l’erreur de reconstruction associée (droite).

5 Conclusion et perspectives

Cette étude préliminaire montre le potentiel de l’approche PINN stratifiée pour l’assimilation de champs océaniques. Une étude approfondie de la stratégie d’optimisation par bloc et du choix des points de collocation sera néanmoins nécessaire afin d’envisager une réduction du temps d’apprentissage des réseaux sous-jacents.

Références

- [1] C. BANG, A. S. ALTAHER, H. ZHUANG, A. ALTAHER, A. SRINIVASAN et L. CHERUBIN : Physics-informed neural networks to reconstruct surface velocity field from drifter data. *Authorea Preprints*, 2024.
- [2] M. BOCQUET : Ensemble Kalman filtering without the intrinsic need for inflation. *Nonlinear Process. Geophys.*, 18(5):735–750, 2011.
- [3] E. DUPONT, H. KIM, S.M. ESLAMI, D. REZENDE et D. ROSENBAUM : From data to functa : Your data point is a function and you can treat it like one. *arXiv preprint arXiv :2201.12204*, 2022.
- [4] R. FABLET, Q. FEBVRE et B. CHAPRON : Multimodal 4DVar-Nets for the reconstruction of sea surface dynamics from SST-SSH synergies. *IEEE Trans. on Geoscience and Remote Sensing*, 61, 2003.
- [5] J Emmanuel JOHNSON, Redouane LGUENSAT, Ronan FABLET, Emmanuel COSME et Julien LE SOMMER : Neural fields for fast and scalable interpolation of geophysical ocean variables. *arXiv preprint arXiv :2211.10444*, 2022.
- [6] G. E. KARNIADAKIS, I. G. KEVREKIDIS, L. LU, P. PERDIKARIS, S. WANG et L. YANG : Physics-informed machine learning. *Nature Reviews Physics*, 3(6):422–440, 2021.
- [7] F. LE GUILLOU, S. METREF, E. COSME, C. UBELMANN, M. BALLAROTTA, J. LE SOMMER et J. VERRON : Mapping altimetry in the forthcoming SWOT era by back-and-forth nudging a one-layer quasigeostrophic model. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 38(4):697–710, 2021.
- [8] V. LIMOUSIN, N. PUSTELNIK, B. DEREMBLE et A. VENAILLE : Deep learning in the abyss : a stratified physics informed neural network for data assimilation. *arXiv preprint arXiv :2503.19160*, 2025.
- [9] L. MESCHEDER, M. OECHSLE, M. NIEMEYER et A. NOWOZIN, S. and Geiger : Occupancy networks : Learning 3d reconstruction in function space. In *Proc. IEEE/CVF Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit.*, Long Beach, CA, USA, Jun. 15-20 2019.
- [10] B. MILDENHALL, P. P. SRINIVASAN, M. TANCIK, J. T. BARRON, R. RAMAMOORTHY et R. NG : Nerf : Representing scenes as neural radiance fields for view synthesis. *Communications of the ACM*, 65(1):99–106, 2021.
- [11] Christophe MILLET, Thi Nguyen KHOA NGUYEN et Mathilde MOUGEOT : Physics-informed learning for modeling infrasound propagation in extreme weather conditions. *The Journal of the Acoustical Society of America*, 154(4_supplement):A269–A269, 2023.
- [12] M. MOMMERT, R. BARTA, C. BAUER, M.-C. VOLK et C. WAGNER : Periodically activated physics-informed neural networks for assimilation tasks for three-dimensional rayleigh-benard convection. *arXiv preprint arXiv :2403.02970*, 2024.
- [13] J. PARK, P. FLORENCE, J. STRAUB, R. NEWCOMBE et S. LOVEGROVE : Deep sdf : Learning continuous signed distance functions for shape representation. In *Proc. IEEE/CVF Conf. Comput. Vis. Pattern Recognit.*, Long Beach, CA, USA, Jun. 15-20 2019.
- [14] V. SITZMANN, J. MARTEL, A. BERGMAN, D. LINDELL et G. WETZSTEIN : Implicit neural representations with periodic activation functions. *Adv. Neural Inf. Process. Syst.*, 33:7462–7473, 2020.
- [15] A.P.S. WONG, S.E. WIJFFELS, S.C. RISER, S. POULIQUEN, S. HOSODA, D. ROEMMICH, J. GILSON, G.C. JOHNSON, K. MARTINI, D.J. MURPHY et al. : Argo data 1999–2019 : Two million temperature-salinity profiles and subsurface velocity observations from a global array of profiling floats. *Frontiers in Marine Science*, 7:700, 2020.