

Régression parcimonieuse par bloc et optimisation alternée pour la localisation de sources cérébrales à orientations inconnues

Steven LE CAM¹, Radu RANTA¹

¹Université de Lorraine, CNRS, CRAN, F-54000 Nancy, France
steven.le-cam@univ.lorraine.fr

Résumé – Cet article présente une méthode parcimonieuse par régression itérative sur dictionnaire blocs matriciels, où une contrainte de rang 1 est introduite sur les coefficients de la régression de chaque bloc. L’application visée est la localisation de sources cérébrales, où les orientations des sources dipolaires à estimer sont supposées fixes mais inconnues, conduisant à l’introduction d’une contrainte de rang. Cet article fait suite à nos précédents travaux, la nouveauté principale résidant dans la stratégie d’optimisation alternée que nous proposons, permettant de réévaluer les coefficients de régression à chaque itération tout en garantissant la décroissance de l’erreur de reconstruction des mesures. Les performances de la méthode sont illustrées en simulation et montrent l’intérêt de notre approche en particulier dans le cas de sources à support fréquentiel étroit.

Abstract – This article presents a sparse method based on iterative regression over a block matrix dictionary, where a rank-1 constraint is introduced on the regression coefficients of each block. The target application is brain source localization, where the orientations of the dipolar sources to be estimated are assumed to be fixed but unknown, leading to the introduction of this rank constraint. This work builds upon our previous research, with the main novelty lying in the alternating optimization strategy we propose, which allows the re-evaluation of the regression coefficients at each iteration while ensuring a decrease in the reconstruction error of the measurements. The performance of the method is illustrated through simulations, demonstrating the relevance of our approach, particularly in the case of sources with a narrow spectral support.

1 Introduction

Le problème de localisation de sources cérébrales que nous considérons consiste à estimer la localisation et l’activité des générateurs cérébraux à partir de mesures électrophysiologiques de surface (EEG) ou de profondeur (SEEG). Il s’agit d’un problème inverse mal posé, du fait du faible nombre M de mesures comparé à la dimension de l’espace source, de l’imprécision sur le modèle de propagation des sources vers les capteurs, ainsi que de la présence d’artefacts et de bruits de mesure. La littérature sur le sujet est vaste et plusieurs familles de méthodes ont été proposées pour résoudre ce problème [1]. Le modèle généralement considéré est le mélange linéaire instantané, et les méthodes proposées s’appuient dans leur grande majorité sur le modèle de sources distribuées, où la matrice de projection supposée connue encode la projection de $N \gg M$ sources dipolaires maillant la matière grise. Les méthodes par régression itérative parcimonieuse sur dictionnaire forment une famille d’approches bien connues pour la résolution de ce problème¹.

Ces méthodes dans leur formulation classique considèrent l’ajout d’une et une seule colonne du dictionnaire à chaque itération, ce qui correspond au cas où l’orientation des sources dipolaires est supposée fixe et connue [1]. En revanche, dans le

cas particulier où l’orientation des sources à estimer est supposée fixe mais inconnue, chaque position de source est associée à un bloc de plusieurs colonnes du dictionnaire². L’ajout d’une nouvelle source à l’ensemble solution implique ainsi l’ajout d’un bloc de trois colonnes à la matrice de projection de la solution courante. La contrainte d’orientation fixe revient à imposer une contrainte de rang unitaire sur la matrice des coefficients associée à chaque position, et il s’agit d’adapter les méthodes de régression citées ci-dessus à ce problème particulier.

Nous avons proposé des approches pour résoudre ce problème, basées sur les méthodes OLS et SBR, avec contrainte de rang 1 (OLS-R1 [3] et SBR-R1 [4]). Une approche en deux temps y est employée pour estimer les orientations à chaque itération : une ré-estimation en bloc de l’ensemble des orientations est opérée et conservée si elle permet de diminuer l’erreur de reconstruction (ce qui n’est pas garantie), dans le cas contraire seule l’orientation de la dernière source ajoutée est estimée. Dans le cas de SBR, la possibilité de retirer une source est également considérée [4, 2]. Nous proposons dans cet article une stratégie d’optimisation alternée par bloc (dipôle par dipôle) pour la ré-estimation des orientations de l’ensemble des sources à chaque itération, tout en garantissant de réduire l’erreur de reconstruction.

Nous comparons les performances avec les algorithmes de type MUSIC, offrant également la possibilité d’une estimation

1. On peut citer en particulier l’algorithme Matching Pursuit (MP), sa version orthogonale (OMP), le Orthogonal Least Squares (OLS) ou encore le Single Best Replacement (SBR [2])

2. trois colonnes dans le cas de l’EEG ou de la SEEG encodant la projection de la source selon les trois orientations cartésiennes

conjointe des positions et des orientations des sources (basés sur un critère de corrélation en sous-espace). Deux variantes parmi les plus récentes de cette famille de méthode sont ici testées : RAP-MUSIC [5] et TRAP-MUSIC [6]. Nous montrons que notre procédure améliore les performances en terme de minimisation du critère et de qualité de reconstruction des sources, que ce soit par rapport aux approches de type MUSIC ou aux méthodes OLS-R1/SBR-R1 précédemment proposées, en particulier dans le cas d'activités de sources à bande étroite telles que rencontrées dans le cadre de protocoles de stimulation périodique [7].

2 Modèle de mélange de sources

Soit le mélange de source linéaire instantané $\mathbf{X} = \mathbf{KJ}$, où M mesures $\mathbf{X}$ sont issues de la projection des activités de N sources $\mathbf{J}$ supposées dipolaires par le modèle de propagation $\mathbf{K}$. Le problème inverse consiste à estimer $\mathbf{J}$ à partir de la connaissance de $\mathbf{X}$ et $\mathbf{K}$. Dans le cas où les orientations des dipôles sont supposées fixes et connues, chaque position de source est associée à une colonne du dictionnaire $\mathbf{K}$, représentant ses coefficients de projection sur les M capteurs. Dans le cas où les orientations sont inconnues et en l'absence de contraintes, il est nécessaire de considérer pour chaque source un bloc de 3 colonnes $\mathbf{K}_i \in \mathbb{R}^{M \times 3}$, l'orientation du dipôle étant libre selon les trois dimensions (x, y, z) de l'espace. On note $\mathbf{J}_i \in \mathbb{R}^{3 \times T}$ la matrice qui représente l'amplitude de la source i selon chaque direction (x, y, z) pour différents instants de temps sur un horizon temporel T . Le modèle s'écrit comme une somme des projections des N sources :

$$\mathbf{X} = \sum_{i=1}^N \mathbf{K}_i \mathbf{J}_i \quad (1)$$

La matrice de projection $\mathbf{K}$ contient alors $3N$ colonnes issues de la concaténation des projections des N positions dipolaires discrétisant l'espace source, et $\mathbf{J}$ contient $3N$ lignes représentant les activités (ou amplitudes) de N sources, chacune une composition de 3 dipôles élémentaires.

Une hypothèse de dipôle à orientation fixe dans le temps est généralement formulée. Elle se justifie par des considérations anatomiques et physiologiques : les dipôles sont supposés orthogonaux à la matière grise et la localisation des sources actives est supposée stable sur l'horizon d'observation. Dans ce cas, les amplitudes de cette source $\mathbf{J}_i$ selon les trois directions de l'espace partagent la même dynamique $\mathbf{s}_i \in \mathbb{R}^{1 \times T}$, à des coefficients de proportionnalité près notés $\mathbf{o}_i \in \mathbb{R}^{3 \times 1}$: $\mathbf{J}_i = \mathbf{o}_i \mathbf{s}_i$. Cela revient à imposer une contrainte de rang unitaire sur chaque matrice bloc $\mathbf{J}_i$. Le mélange linéaire de l'équation (1) incluant explicitement cette contrainte a pour expression :

$$\mathbf{X} = \sum_i \mathbf{K}_i \mathbf{o}_i \mathbf{s}_i \quad (2)$$

Les vecteurs d'orientation $\mathbf{o}_i$ de norme unitaire sont à estimer conjointement avec les vecteurs $\mathbf{s}_i$ d'amplitude des sources. Ce problème peut également s'écrire sous forme matricielle : $\mathbf{X} = \mathbf{KOS}$, où $\mathbf{S} \in \mathbb{R}^{N \times T}$ contient les N amplitudes des sources sur l'horizon T , et $\mathbf{O} \in \mathbb{R}^{3N \times N}$ est une matrice bloc diagonale contenant les orientations de chaque source (voir [3] pour une version plus détaillée). Pour terminer, on notera $\mathbf{a}_i = \mathbf{K}_i \mathbf{o}_i$ la colonne de projection résultante du dipôle à la position i pour une orientation $\mathbf{o}_i$, et $\mathbf{A} = \mathbf{KO}$ la matrice de projection de l'ensemble des sources d'orientations $\mathbf{O}$.

3 Inversion par régression itérative

Afin de régulariser ce problème inverse, une contrainte de parcimonie sur la solution est introduite, où nous cherchons à expliquer les mesures avec un nombre minimal $\hat{N}$ de dipôles³. Les approches que nous adoptons font partie des méthodes de régression itérative. Le critère à optimiser est un compromis entre un terme de quadratique d'adéquation de la solution aux mesures $\varepsilon = \|\mathbf{X} - \mathbf{K}_{\hat{\mathcal{I}}} \mathbf{J}_{\hat{\mathcal{I}}}\|_2^2$ et un terme de pénalité sur le nombre de dipôles actifs $\hat{N} < \min(N, M)$:

$$\{\hat{\mathcal{I}}, \hat{\mathbf{J}}_{\hat{\mathcal{I}}}\} = \arg \min_{\hat{\mathcal{I}}, \mathbf{J}_{\hat{\mathcal{I}}}} \varepsilon + \lambda \hat{N} \quad (3)$$

où $\hat{\mathcal{I}}$ est l'ensemble des $\hat{N}$ positions de source sélectionnées à l'itération courante, $\mathbf{J}_{\hat{\mathcal{I}}}$ et $\mathbf{K}_{\hat{\mathcal{I}}}$ respectivement les matrices d'amplitude et de propagation restreintes aux positions dans $\hat{\mathcal{I}}$, et λ un paramètre permettant de contrôler la parcimonie de la solution. Dans le cas où les orientations sont connues ou laissées libres dans le temps, la solution optimale $\hat{\mathbf{J}}_{\hat{\mathcal{I}}}$ permettant de minimiser le terme quadratique pour un ensemble de $\hat{N}$ sources sélectionnées est obtenu par pseudo-inversion de la matrice de propagation de la solution courante $\mathbf{K}_{\hat{\mathcal{I}}}$:

$$\hat{\mathbf{J}}_{\hat{\mathcal{I}}} = \mathbf{K}_{\hat{\mathcal{I}}}^+ \mathbf{X} \quad (4)$$

Les approches itératives classiques (MP, OLS, SBR, *etc.*) s'appliquent alors directement à ce problème de régression matricielle [3, 4]. En revanche, lorsque la contrainte de sources à orientations fixes est introduite, le critère (3) doit être optimisé conjointement selon les positions $\hat{\mathcal{I}}$, les activités des sources $\hat{\mathbf{S}}_{\hat{\mathcal{I}}}$ et leurs orientations $\hat{\mathbf{O}}_{\hat{\mathcal{I}}}$:

$$\{\hat{\mathcal{I}}, \hat{\mathbf{S}}_{\hat{\mathcal{I}}}, \hat{\mathbf{O}}_{\hat{\mathcal{I}}}\} = \arg \min_{\{\mathcal{I}, \mathbf{S}_{\mathcal{I}}, \mathbf{O}_{\mathcal{I}}\}} \varepsilon + \lambda \hat{N} \quad (5)$$

avec $\varepsilon = \|\mathbf{X} - \mathbf{K}_{\hat{\mathcal{I}}} \hat{\mathbf{O}}_{\hat{\mathcal{I}}} \hat{\mathbf{S}}_{\hat{\mathcal{I}}}\|_2^2$. Cette optimisation conjointe ne permet plus l'utilisation de la solution de l'équation (4).

Nous avons proposés dans [3] un algorithme pour résoudre ce problème (OLS-R1) : à chaque itération, une nouvelle position de source i est ajouté à $\hat{\mathcal{I}}$. Dans une approche OLS, les orientations et activités de l'ensemble des sources dans $\hat{\mathcal{I}}$

3. Cette hypothèse se justifie dans le cadre des phénomènes électrophysiologiques que nous étudions dans le contexte de l'épilepsie ou de la reconnaissance des visages, où il peut être raisonnablement considéré qu'un nombre limité de structures cérébrales (ou sources) soit simultanément activé.

doivent être ré-estimées afin de déterminer la nouvelle position de source i à ajouter minimisant le critère (5). Une première solution (i) consiste à ré-estimer ces orientations en bloc pour l'ensemble des positions courantes sélectionnées, en ajoutant à la matrice de projection courante $\mathbf{K}_{\hat{\mathcal{I}}}$ le groupe de 3 colonnes $\mathbf{K}_i$ associés à la nouvelle position i à évaluer. La matrice des coefficients optimale $\hat{\mathbf{J}}$ est d'abord estimée par l'équation (4). Les blocs $\hat{\mathbf{J}}_i$ sont dans ce cas de rang 3 en toute généralité et ne satisfont pas à la contrainte de rang 1 (orientation fixe). Nous avons proposé de recalculer l'orientation $\mathbf{o}_i$ de chaque position i dans la solution courante par une SVD appliquée à chaque sous-matrice $\hat{\mathbf{J}}_i$ [3]. Une fois l'ensemble des orientations estimées, la matrice bloc diagonale $\hat{\mathbf{O}}$ est formée, ce qui permet le calcul des amplitudes des sources $\hat{\mathbf{S}}$ par pseudo-inversion de $\hat{\mathbf{A}} = \hat{\mathbf{K}}\hat{\mathbf{O}}$. Notons d'abord que l'erreur ε par la solution contrainte $\mathbf{K}_{\hat{\mathcal{I}}}\hat{\mathbf{O}}\hat{\mathbf{S}}$ est nécessairement plus élevée que celle obtenue par la solution non contrainte $\mathbf{K}_{\hat{\mathcal{I}}}\hat{\mathbf{J}}_{\hat{\mathcal{I}}}$. De plus, il n'est pas garanti que cette stratégie d'estimation des orientations aboutissent à une diminution de ε après l'ajout d'une nouvelle source.

Nous avons proposé une solution alternative (ii) afin d'assurer la diminution de ε à l'ajout d'une nouvelle position de sources, qui consiste à estimer uniquement l'orientation du dipôle nouvellement introduit tout en préservant celles des positions déjà incluses dans la solution. Cette estimation est obtenue en considérant la matrice des projections à orientations fixes $\mathbf{A}_{\hat{\mathcal{I}}}$ amputée de la position i , et en lui ajoutant le groupe de trois colonnes $\mathbf{K}_i$ pour la position i évaluée : $\tilde{\mathbf{K}}_{\hat{\mathcal{I}},i} = [\mathbf{A}_{\hat{\mathcal{I}}\setminus i} \mathbf{K}_i] \in \mathbb{R}^{M \times \hat{N}+2}$. Les amplitudes à orientation libre $\tilde{\mathbf{J}}_i \in \mathbb{R}^{3 \times T}$ pour cette position sont calculées en remplaçant $\mathbf{K}_{\hat{\mathcal{I}}}$ par $\tilde{\mathbf{K}}_{\hat{\mathcal{I}},i}$ dans l'équation (4), en considérant les trois dernières colonnes de la solution obtenue. L'orientation de ce nouveau dipôle est calculée par SVD de $\tilde{\mathbf{J}}_i$. La diminution de l'erreur est assurée par construction (ajout d'une nouvelle colonne à la matrice de propagation à orientation fixe $\mathbf{A}_{\hat{\mathcal{I}}} = \mathbf{K}_{\hat{\mathcal{I}}}\hat{\mathbf{O}}_{\hat{\mathcal{I}}}$). Dans les algorithmes OLS-R1 et SBR-R1 proposés [3, 4], les deux solutions (i) et (ii) sont évaluées, et celle minimisant ε est retenue, garantissant une diminution de cette erreur à chaque itération.

4 Optimisation alternée

Afin de permettre une ré-estimation de l'orientation de l'ensemble des dipôles $\hat{\mathcal{I}}$ à chaque itération tout en assurant une diminution de ε , nous proposons d'adopter une approche d'optimisation alternée par bloc [8] des orientations : les orientations pour chaque position i de la solution courante sont mises à jour alternativement en formant les matrices $\tilde{\mathbf{K}}_{\hat{\mathcal{I}},i}$, les orientations des autres sources étant laissées fixes par ailleurs. Cette procédure est initialisée avec l'estimation de l'orientation de la nouvelle source ajoutée à $\hat{\mathcal{I}}$ (ce qui revient à initialiser l'algorithme avec la solution (ii)), puis répétée tour à tour sur l'ensemble des sources de l'ensemble courant $\hat{\mathcal{I}}$. La procédure s'arrête lorsque ε ne diminue plus (voir l'algorithme 1). L'erreur de reconstruction est nécessairement plus faible que celle produite

par la solution (ii), garantissant ainsi la décroissance de l'erreur à l'ajout d'une nouvelle source i . Ces algorithmes seront notés OLS-R1-AO et SBR-R1-AO dans la suite. Il est à noter que la solution $\{\hat{\mathbf{S}}_{\hat{\mathcal{I}}}, \hat{\mathbf{O}}_{\hat{\mathcal{I}}}\}$ reste néanmoins sous optimale (aucune garantie de convergence vers le minimum global du critère) et est dépendante de l'initialisation des orientations.

Algorithme 1 : Procédure d'optimisation alternée des orientations

```

1 Entrées :  $\mathcal{I}$ ,  $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^{M \times T}$ ,  $\mathbf{K}_{\mathcal{I}} \in \mathbb{R}^{M \times 3N}$ ,  $\mathbf{O}_{\mathcal{I}} \in \mathbb{R}^{3N \times N}$ ;
2 Initialisation :
    $it = 1$ ,  $\varepsilon^0 = \|\mathbf{X}\|_2^2$ ,  $\varepsilon^1 = \|\mathbf{X} - (\mathbf{K}_{\mathcal{I}}\mathbf{O}_{\mathcal{I}})(\mathbf{K}_{\mathcal{I}}\mathbf{O}_{\mathcal{I}})^+ \mathbf{X}\|_2^2$ ;
3 tant que  $\varepsilon^{it} < \varepsilon^{it-1}$  faire
4    $it = it + 1$ ;
5   pour  $i \in \mathcal{I}$  faire
6     Construire  $\tilde{\mathbf{K}}_{\mathcal{I},i}$  et calculer  $\tilde{\mathbf{J}}_i$ ;
7     Obtenir la nouvelle orientation  $\mathbf{o}_i$  (SVD de  $\tilde{\mathbf{J}}_i$ );
8     Mettre à jour  $\mathbf{O}_{\mathcal{I}}$ ;
9      $\varepsilon^{it} = \|\mathbf{X} - (\mathbf{K}_{\mathcal{I}}\mathbf{O}_{\mathcal{I}})(\mathbf{K}_{\mathcal{I}}\mathbf{O}_{\mathcal{I}})^+ \mathbf{X}\|_2^2$ ;
10  fin
11 fin
12 Sorties :  $\mathbf{O}_{\mathcal{I}}$ ,  $\varepsilon^{it}$ ;

```

5 Résultats

Nous présentons les résultats pour les algorithmes OLS et SBR dans leurs différentes versions, à savoir en l'absence de contrainte de rang (notés SBR et OLS), et avec contrainte de rang 1 : sans (OLS-R1 et SBR-R1) et avec optimisation alternée (OLS-R1-AO et SBR-R1-AO). Dans toutes les simulations, le terme λ de pénalité est fixé à 1% de la norme de Frobenius du signal mesuré. Ces résultats sont comparés avec ceux obtenus par les algorithmes RAP et TRAP-MUSIC⁴. Les algorithmes sont testés en simulation dans des configurations de mesure SEEG : on considère un modèle de propagation FEM à orientation libre $\mathbf{K}$ (template MNI-ICBM152 [9]), soit $\mathbf{K} = 186 \times (3 * 509)$ (voir [10] pour plus de détails). Le cas de 3 sources actives est ici considéré : les positions et orientations des sources sont tirées aléatoirement, et leurs activités sont simulées soit comme des dents de scie périodiques, soit comme des sinusoïdes, avec déphasages aléatoires dans l'intervalle $[0, 2\pi]$. L'objectif est d'évaluer le comportement de ces méthodes face à des données à bande fréquentielle étroite en réponse à des protocoles de stimulation cognitifs [7], une situation particulièrement difficile dans le cadre de ce problème inverse [11]. Différents rapports signal à bruit (RSB) de 20 à 0dB sont simulés par ajout de bruit blanc sur les mesures. Une longueur de $T = 100$ échantillons est considérée pour la localisation.

Les critères de comparaison sont la précision (TPR, proportion de sources simulées bien estimées, considérées comme

4. Pour ces algorithmes le nombre de sources est estimé à l'aide du critère Minimum Description Length, avec sur-estimation (+1 source) telle que recommandée dans la littérature [5, 6]

telles lorsque la source estimée est localisée à moins de 10mm d'une position de source simulée), le rappel (TDR, proportion de sources estimées au delà de 10mm), ainsi que le DLE [12].

La contrainte de rang 1 imposée dans les méthodes OLS/SBR permet de régulariser l'inversion, les performances sont globalement supérieures à ceux obtenus sans contrainte de rang 1 respectivement pour chaque méthode, en particulier pour des RSB élevés. Cette observation est également valable en ce qui concerne la stratégie d'optimisations alternée qui permet un gain de performance. L'approche SBR, de par sa capacité à retirer des sources au cours des itérations, est également plus performante dans ce contexte de sources oscillatoires. Les algorithmes de type MUSIC ont davantage de difficultés face à ces mesures à bande étroite, car ils sont basés sur une estimation de l'espace source rendue difficile par le mauvais conditionnement de ces données. De plus, ils ne permettent pas de reconsidérer les orientations et positions des sources à chaque itération.

6 Conclusion

Dans cet article, nous avons présenté plusieurs versions d'algorithmes de régression itérative par blocs, avec contrainte de rang 1. Une stratégie d'optimisation alternée est introduite, permettant la réestimation conjointe de l'ensemble des coefficients de régression à chaque itération, tout en garantissant la décroissance monotone de l'erreur de reconstruction. Ces approches ont pour objectif la résolution du problème de localisation de sources cérébrales dans des contextes de parcimonie (en terme de nombre de sources, mais aussi d'échantillons à disposition et/ou de support fréquentiel). L'approche SBR combinée à notre méthode d'optimisation alternée montre les meilleures performances dans ce type de situation. Des analyses sont actuellement en cours sur des bases de données de signaux EEG réels associés à des protocoles cognitifs induisant des activations à support fréquentiel étroit.

Références

- [1] C. M. Michel, *et al.*, "EEG source imaging," *Clinical neurophysiology*, vol. 115, no. 10, pp. 2195–2222, 2004.
- [2] C. Soussen, *et al.*, "From bernoulli–gaussian deconvolution to sparse signal restoration," *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 59, no. 10, pp. 4572–4584, 2011.
- [3] R. Ranta and S. Le Cam, "OLS-R1 : estimation parcimonieuse de sources cérébrales par régression itérative sous contrainte de rang," in *XXVIIIème Colloque Francophone de Traitement du Signal et des Images, GRETSI 2022*, 2022.
- [4] V. Hernandez-Castañón, S. Le Cam, and R. Ranta, "Greedy brain source localization with rank constraints," *Biosignals 2025*, 2025.
- [5] J. C. Mosher and R. M. Leahy, "Source localization using recursively applied and projected (RAP) music," *IEEE Transactions on signal processing*, vol. 47, no. 2, pp. 332–340, 1999.

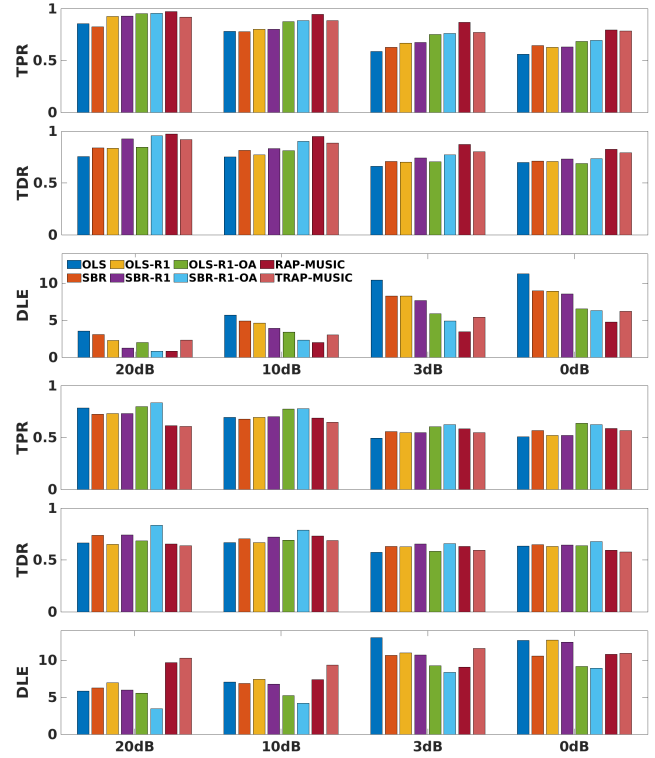


FIGURE 1 – Performance de localisation des algorithmes OLS et SBR dans leur différente version (sans et avec contrainte de rang/optimisation alternée), ainsi que RAP et TRAP MUSIC sur des données SEEG simulées correspondant à des activités de sources périodiques à 6Hz déphasées : dents de scie (en haut) et sinusoïdales (en bas). Les résultats en terme de précision (TPR), rappel (TDR) et DLE (en mm) sont donnés dans le cas de 3 sources simulées et différents niveaux de bruit.

- [6] N. Mäkelä, *et al.*, "Truncated RAP-MUSIC (TRAP-MUSIC) for MEG and EEG source localization," *NeuroImage*, vol. 167, pp. 73–83, 2018.
- [7] J. Jonas, *et al.*, "A face-selective ventral occipito-temporal map of the human brain with intracerebral potentials," *Proceedings of the National Academy of Sciences*, vol. 113, no. 28, pp. E4088–E4097, 2016.
- [8] J. C. Bezdek and R. J. Hathaway, "Convergence of alternating optimization," *Neural, Parallel & Scientific Computations*, vol. 11, no. 4, pp. 351–368, 2003.
- [9] V. Fonov, *et al.*, "Unbiased average age-appropriate atlases for pediatric studies," *NeuroImage*, vol. 54, no. 1, pp. 313–327, 2011.
- [10] V. Caune, *et al.*, "Evaluating dipolar source localization feasibility from intracerebral SEEG recordings," *NeuroImage*, vol. 98, pp. 118–133, 2014.
- [11] V. del Rocío Hernández-Castañón, S. Le Cam, and R. Ranta, "On the localization of oscillatory sources from (S)EEG recordings," in *IEEE EMBC*, 2022, pp. 3119–3122.
- [12] H. Becker, *et al.*, "A performance study of various brain source imaging approaches," in *Acoustics, Speech and Signal Processing (ICASSP), 2014 IEEE International Conference on*. IEEE, 2014, pp. 5869–5873.