

Estimation d'une loi de saut en fréquence par une analyse de la transformée de Fourier bidimensionnelle du spectrogramme

Ali KHALAF^{1,2} Arthur LOUCHART² Sébastien HOUCHE³ Ray ABDO¹ Laurent CLAVIER²

¹MC2 Technologies, 1 Rue Héraclès, 59650 Villeneuve-d'Ascq, France

²IMT Nord Europe CERI SN, 20 Rue Guglielmo Marconi, 59650 Villeneuve-d'Ascq, France

³IMT Atlantique LabSticc, 655 Avenue du Technopôle, 29280 Plouzané, France

Résumé – L'estimation des signaux à sauts de fréquence (FHSS) joue un rôle crucial dans l'analyse et la détection des communications dans des environnements dynamiques et complexes. Dans cet article, nous présentons une nouvelle méthode basée sur l'analyse fréquentielle du spectrogramme d'un signal FHSS, en particulier la transformée de Fourier 2D (TF2D), pour caractériser avec précision les paramètres de la loi de saut. Cette approche permet d'estimer la durée et la fréquence de maintien des plots, ainsi que la périodicité des sauts en temps et en fréquence.

Abstract – The estimation of frequency-hopping spread spectrum (FHSS) signals plays a crucial role in the analysis and detection of communications in dynamic and complex environments. In this paper, we introduce a novel method based on the frequency analysis of the spectrogram of an FHSS signal, specifically the 2D Fourier Transform (TF2D), to accurately characterize the hopping pattern parameters. This approach enables the estimation of dwell time, hop frequency, as well as the periodicity of hops in both time and frequency.

1 Introduction

Les systèmes à sauts en fréquence (FHSS) jouent un rôle clé dans les communications modernes, notamment en raison de leur robustesse face aux interférences, au brouillage et leur capacité à offrir un niveau élevé de sécurité [1]. Ces systèmes, initialement développés pour des applications militaires, se sont progressivement imposés dans le domaines civils des communications sans fils, tels que les drones [1, 2].

Dans un système FHSS, la fréquence porteuse est périodiquement modifiée selon une loi de saut prédéfinie, rendant le signal difficile à intercepter ou à brouiller [3]. Cependant, cette dynamique complexe pose un défi important pour les systèmes de surveillance et de détection, qui doivent estimer les paramètres de la loi de saut [4], tels que la durée de maintien et la largeur fréquentielle d'un plot, l'espacement fréquentiel et temporel entre les plots, et le motif de saut. Ces paramètres sont essentiels pour caractériser et exploiter efficacement un système FHSS.

Dans la littérature, plusieurs approches ont été proposées pour estimer de manière aveugle la loi de saut en fréquence utilisée entre l'émetteur et le récepteur. Ces techniques se basent majoritairement sur l'analyse directe des mesures complexes radiofréquence capturées, notamment les méthodes basées sur la transformée de Fourier à court terme (STFT) et les corrélations [2]. Cependant, ces techniques deviennent limitées lorsque les motifs de saut sont irréguliers. D'autres approches exploitent l'analyse temps-fréquence, comme la distribution de Wigner-Ville, pour capturer simultanément l'évolution temporelle et fréquentielle des signaux [5]. Les auteurs estiment l'alphabet des fréquences et la durée de chaque saut, via un algorithme exploitant la représentation temps-fréquence. La solution proposée se limite au cas de saut à durée constante et de la présence d'un unique utilisateur. Dans [6] les auteurs pro-

posent une autre méthode basée sur la régression linéaire parcimonieuse. Cependant l'exploitation de la parcimonie n'est plus possible dans un scénario multi-sources.

Dans ce contexte, l'analyse fréquentielle par la transformée de Fourier à 2 dimensions (TF2D) du spectrogramme d'un signal FHSS offre un cadre prometteur pour étudier et estimer les paramètres de la loi de saut employée. Cette méthode permet de tirer parti des propriétés de résolution conjointe temps-fréquence pour identifier les motifs de saut. Dans cet article, nous proposons d'extraire, à partir du spectrogramme d'un signal FHSS simple, les caractéristiques clés de sa loi de saut grâce à la TF2D.

2 Modèle du système

Une loi de saut est une règle qui prévoit les fréquences sur lesquelles le signal sera transmis. Une séquence de saut en fréquence peut être obtenue par l'utilisation d'un registre à décalage pseudo-aléatoire, ou d'un dictionnaire de fréquence et un ordre de parcours, commun entre le récepteur et l'émetteur.

Dans cet article, nous nous intéressons aux lois de saut de fréquences générées par un dictionnaire de fréquence. Elle présente donc un motif de base qui se répète, selon une translation en temps et en fréquence. Un motif de base est constitué d'un ou plusieurs plots. Un plot est le plus petit élément constituant une séquence de saut, décrivant un signal de communication à saut de fréquence. Il est caractérisé par son temps de début t_m , sa fréquence de début f_m , ainsi que ses dimensions temporelle et fréquentielle : t_{dwell} et f_{dwell} . On suppose que le signal reçu a un rapport signal sur bruit suffisant pour appliquer un seuillage. Le spectrogramme seuillé d'un signal FHSS, représenté par la figure 1, est donné par l'équation (1),

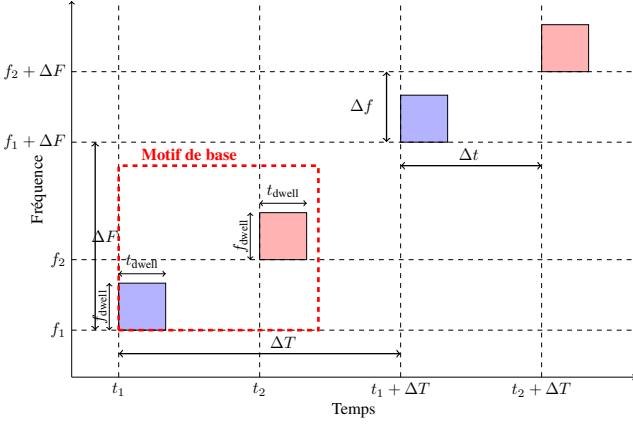


FIGURE 1 : Séquence FHSS avec $K = 2$ motifs de base, qui est constitué $M = 2$ plots.

$$x(t, f) = \sum_{k=0}^{K-1} \sum_{m=1}^M \Pi\left(\frac{t - t_m - k\Delta T}{t_{\text{dwell}}}\right) \Pi\left(\frac{f - f_m - k\Delta F}{f_{\text{dwell}}}\right). \quad (1)$$

On note par Π la fonction porte définie par (2) :

$$\Pi(x) = \begin{cases} 1 & \forall x \in [0, 1], \\ 0 & \text{sinon,} \end{cases} \quad (2)$$

où K est le nombre de motifs dans la séquence $x(t, f)$, M est le nombre de plots constituant le motif de base, $(\Delta T, \Delta F)$ est le vecteur de translation du motif de base en temps et en fréquence, t_m et f_m sont respectivement le temps et la fréquence auxquels le plot m est émis dans le plan temps-fréquence. Un vecteur de décalage entre plots, noté $(\Delta t_m, \Delta f_m)$, est respectivement la différence entre t_m et t_{m-1} , f_m et f_{m-1} . Dans cet article on considère que ce vecteur est constant et vaut $(\Delta t, \Delta f)$. On suppose que $\Delta T > \Delta t > t_{\text{dwell}}$ et $\Delta F > \Delta f > f_{\text{dwell}}$, et que ces grandeurs ne sont pas multiples entre elles.

3 Méthode analytique proposée

À partir du spectrogramme seuillé d'un signal FHSS donné par (1), nous réalisons une analyse fréquentielle grâce à la TF2D, s'écrivant :

$$X(\nu, u) = \int_{\mathbb{R}} \int_{\mathbb{R}} x(t, f) e^{-2i\pi\nu t} e^{-2i\pi f u} dt df, \quad (3)$$

où ν est la variable d'analyse fréquentielle du temps, u est la variable d'analyse fréquentielle des fréquences. En injectant (1) dans (3), nous obtenons :

$$X(\nu, u) = A(\nu, u) e^{-2i\pi(\nu t_1 + u f_1)} R(\nu, u) S(\nu, u) \quad (4)$$

avec

$$A(\nu, u) = t_{\text{dwell}} f_{\text{dwell}} \text{sinc}(\pi \nu t_{\text{dwell}}) \text{sinc}(\pi u f_{\text{dwell}}), \quad (5)$$

$$R(\nu, u) = \sum_{q=0}^{M-1} e^{-2i\pi q(\Delta t \nu + \Delta f u)}, \quad (6)$$

$$S(\nu, u) = \sum_{k=0}^{K-1} e^{-2i\pi k(\nu \Delta T + u \Delta F)}. \quad (7)$$

La figure 2 représente la TF2D du spectrogramme seuillé de la figure 1.

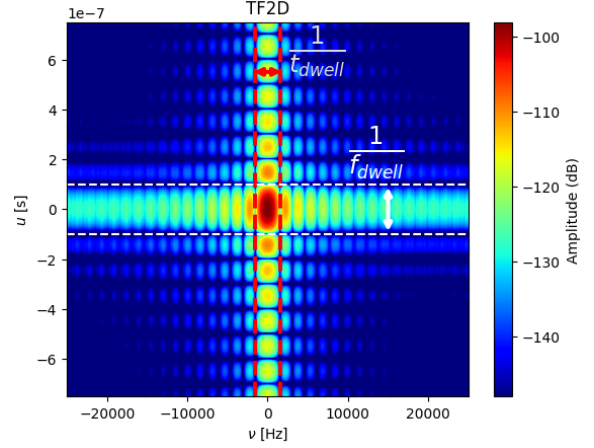


FIGURE 2 : TF2D du spectrogramme seuillé de la Figure 1.

Pour étudier le comportement de $X(\nu, u)$, nous analysons ses points d'annulations, qui apparaissent lorsque l'une des deux sommes $S(\nu, u)$ ou $R(\nu, u)$ s'annule ou quand $A(\nu, u)$ est égale à zéro. Soit l'ensemble ordonné de toutes les positions des zéros détectés $\mathcal{Z} = \{z_1, z_2, z_3, \dots, z_n\}$. Comme $\Delta T > \Delta t > t_{\text{dwell}}$, les annulations liées à ΔT apparaîtront en premier, suivies de celles dues à Δt , puis par celles liées à t_{dwell} . L'apparition des annulations suivent le même ordre pour ΔF , Δf et f_{dwell} .

3.1 Conditions d'annulation de $S(\nu, u)$

Nous analysons maintenant les conditions d'annulation de la somme géométrique $S(\nu, u)$, pouvant s'écrire :

$$S(\nu, u) = \begin{cases} \frac{1 - e^{-2i\pi K(\nu \Delta T + u \Delta F)}}{1 - e^{-2i\pi(\nu \Delta T + u \Delta F)}}, & \text{si } e^{-2i\pi(\nu \Delta T + u \Delta F)} \neq 1, \\ K, & \text{si } e^{-2i\pi(\nu \Delta T + u \Delta F)} = 1. \end{cases} \quad (8)$$

La somme $S(\nu, u)$ est nulle lorsque

$$e^{-2i\pi K(\nu \Delta T + u \Delta F)} = 1 \quad \text{et} \quad e^{-2i\pi(\nu \Delta T + u \Delta F)} \neq 1. \quad (9)$$

La combinaison des deux conditions, nous donne les solutions suivantes,

$$\nu \Delta T + u \Delta F = \frac{n}{K}, \quad \forall n \in \mathbb{Z} - \{\ell K | \ell \in \mathbb{Z}\}. \quad (10)$$

Notons par ν_n les annulations pour une valeur donnée de u et $u_{n'}$ les annulations pour une valeur donnée de ν . nous avons donc

$$\nu_n = \frac{\frac{n}{K} - u \Delta F}{\Delta T}, \quad \forall n \in \mathbb{Z} - \{\ell K | \ell \in \mathbb{Z}\}, \quad (11)$$

$$u_{n'} = \frac{\frac{n'}{K} - \nu \Delta T}{\Delta F}, \quad \forall n' \in \mathbb{Z} - \{\ell' K | \ell' \in \mathbb{Z}\}. \quad (12)$$

3.2 Conditions d'annulation de $R(\nu, u)$

Nous analysons maintenant les zéros de la somme géométrique $R(\nu, u)$. De la même manière, nous notons par ν'_n les annulations pour une valeur donnée de u et u'_n les annulations pour une valeur donnée de ν :

$$\nu'_n = \frac{\frac{n}{M} - \Delta f u}{\Delta t}, \quad \forall n \in \mathbb{Z} - \{\ell M | \ell \in \mathbb{Z}\}, \quad (13)$$

$$u'_{n'} = \frac{\frac{n'}{M} - \Delta t \nu}{\Delta f}, \quad \forall n' \in \mathbb{Z} - \{\ell' M | \ell' \in \mathbb{Z}\}. \quad (14)$$

3.3 Estimation des paramètres grâce aux positions des zéros

De manière générale, les paramètres ΔT et ΔF sont estimés grâce à l'analyse des zéros de la somme $S(\nu, u)$, tandis que Δt et Δf sont déterminés à partir des zéros de la somme $R(\nu, u)$.

Pour l'estimation de ΔT et K , nous fixons alors $X(\nu, u = 0)$. Puisque nous supposons $\Delta T > \Delta t$, la première annulation de $X(\nu, 0)$ est liée à l'annulation de la somme $S(\nu, 0)$. Avec $u = 0$ dans (11), les zéros de la somme se situent en :

$$\nu_n = \frac{n}{K\Delta T}, \quad \forall n \in \mathbb{Z} - \{\ell K | \ell \in \mathbb{Z}\}. \quad (15)$$

Ainsi, le premier zéro de $X(\nu, 0)$ se situe en $\nu_1 = \frac{1}{K\Delta T}$, qui dépend de deux paramètres inconnus. Néanmoins l'identification de ce premier zéro permet d'établir une estimation $\hat{\nu}_1$. Nous exploitons alors l'absence d'annulation qui se situe en :

$$\nu_K = K\nu_1 = \frac{1}{\Delta T} \quad (16)$$

afin d'estimer d'abord $\hat{K}$ puis $\hat{\Delta T}$. L'algorithme 1 détaille les étapes nécessaires pour estimer les paramètres $\hat{\Delta T}$ et $\hat{K}$.

Algorithme 1 : Estimation de K et ΔT

- 1: **Entrée** : $X(\nu, u)$
 - 2: **Sortie** : $\hat{K}, \hat{\Delta T}$
 - 3: Extraire $Y(\nu) = X(\nu, u = 0)$
 - 4: Trouver le premier zéro de $Y(\nu)$, donnant $\hat{\nu}_1$
 - 5: Initialiser $i = 2$
 - 6: **while** $Y(i \cdot \hat{\nu}_1) = 0$ **do**
 - 7: $i = i + 1$
 - 8: **end while**
 - 9: $\hat{K} = i$
 - 10: $\hat{\Delta T} = \frac{1}{K\hat{\nu}_1}$
 - 11: **return** $\hat{K}, \hat{\Delta T}$
-

À ce stade, nous identifions les zéros de l'ensemble $\mathcal{Z}$ provenant de la somme $S(\nu, u)$. Maintenant la première annulation non identifiée dans l'ensemble résulte de la somme $R(\nu, u)$. C'est pourquoi nous regardons toujours $X(\nu, u = 0)$ pour l'estimation de ΔT et M . De manière analogue, la première annulation non identifiée dans l'ensemble $\mathcal{Z}$ nous permet d'estimer $\hat{\nu}'_1$, puis d'identifier le terme $\nu'_M = M\nu'_1$ n'annulant pas $X(\nu, u = 0)$, pour enfin estimer $\hat{M}$ et $\hat{\Delta t}$.

De manière similaire, nous appliquons cette méthode pour estimer les paramètres $\hat{\Delta F}$ et $\hat{\Delta f}$, en exploitant cette fois $X(\nu = 0, u)$, et en analysant les annulations qui correspondent à $S(0, u)$ et $R(0, u)$.

La Figure 3a illustre la détection du premier minimum situé en ν_1 , permettant d'estimer le paramètre de décalage temporel entre motifs, ΔT . La détection d'une non-annulation en ν_K permet d'estimer le nombre de motifs K (dans cet exemple, $K = 6$).

3.4 Estimation des paramètres t_{dwell} , f_{dwell}

À ce stade, nous avons estimé les paramètres ΔT , ΔF , Δt , Δf , M et K .

Pour l'estimation des paramètres restants t_{dwell} et f_{dwell} , nous employons une autre approche en compensant les effets des sommes $R(\nu, u)$ et $S(\nu, u)$ dans (4). La TF2D du spectrogramme seuillé (4) est démodulée de la manière suivante :

$$\tilde{X}(\nu, 0) = 2X(\nu, 0) \sin\left(\pi\nu\hat{K}\hat{\Delta T}\right) \sin\left(\pi\nu\hat{\Delta T}\right) \quad (17)$$

$$= A(\nu, 0)R(\nu, 0)e^{-2i\pi\nu t_1} \times \left(1 - \cos\left(2\pi\nu\hat{K}\hat{\Delta T}\right)\right), \quad (18)$$

puis un filtrage passe-bas adéquat vient supprimer la composante $\cos\left(2\pi\nu\hat{K}\hat{\Delta T}\right)$. Nous effectuons la même procédure pour compenser l'effet de la somme $R(\nu, 0)$, afin de récupérer uniquement le terme $A(\nu, 0)$. Puisque l'expression de ce terme, donné dans (5), est un sinus cardinal, il suffit d'identifier la position de la première annulation pour estimer $\frac{1}{t_{\text{dwell}}}$. La Figure 3b représente l'enveloppe extraite de $X(\nu, 0)$. En détectant le premier minimum situé en $\nu = \frac{1}{t_{\text{dwell}}}$, nous estimons t_{dwell} (dans cet exemple $t_{\text{dwell}} = 640 \mu\text{s}$).

3.5 Passage du modèle continu à la mise en œuvre discrète

Bien que l'ensemble des équations précédemment présentées soient formulées dans le domaine continu, pour des raisons de lisibilité et de simplicité de présentation, la mise en œuvre numérique repose nécessairement sur une discrétisation temporelle T_e et fréquentielle ϕ_e . En pratique, toutes les simulations sont effectuées à partir des versions discrètes des expressions introduites. Dans la section suivante, nous présentons les résultats obtenus à partir de la variation des paramètres de discrétisation, en mettant l'accent sur l'impact de ces choix sur la précision et la fiabilité des estimateurs.

4 Résultats numériques

Nous considérons une loi de saut en fréquence d'une communication composée de $K = 6$ motifs de base, comportant $M = 2$ plots. Nous choisissons un vecteur de décalage entre motifs $(\Delta T, \Delta F) = (30 \text{ ms}, 29 \text{ MHz})$ et un vecteur de décalage entre plots $(\Delta t, \Delta f) = (800 \mu\text{s}, 5 \text{ MHz})$. Nous fixons $t_{\text{dwell}} = 640 \mu\text{s}$ et $f_{\text{dwell}} = 4 \text{ MHz}$ pour tous les plots.

Pour évaluer les performances des estimateurs proposés, nous avons choisi d'analyser l'erreur relative en pourcentage due à l'estimation, en faisant varier les résolutions temporelle T_e [s] et fréquentielle ϕ_e [Hz] du spectrogramme seuillé et échantillonné d'une loi de saut. Les résultats présentés sont moyennés sur 350 simulations, où un décalage temporel (respectivement fréquentiel) est uniformément tiré dans $[0, T_e]$ (respectivement $[0, \phi_e]$) modélisant l'erreur de synchronisation. Dans les Figures 4 et 5, on observe respectivement que la diminution de la résolution temporelle et la résolution fréquentielle du spectrogramme, entraînent une augmentation progressive de l'erreur sur l'estimation des paramètres temporels et fréquentiels de la loi de saut, traduisant une perte de précision dans l'estimation des valeurs exactes. En revanche,

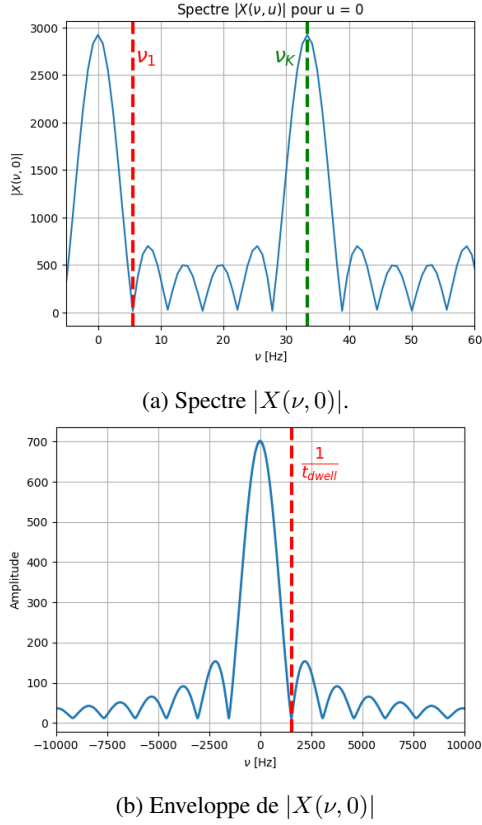


FIGURE 3 : Spectre de la transformée de Fourier 2D pour $u = 0$, et spectre après extraction de l'enveloppe.

l'estimation de K et M reste stable pour les deux résolutions, indiquant une certaine robustesse de cette mesure face aux variations de T_e et ϕ_e . Ces résultats soulignent l'importance du choix des résolutions temporelles et fréquentielles sur la précision des estimations.

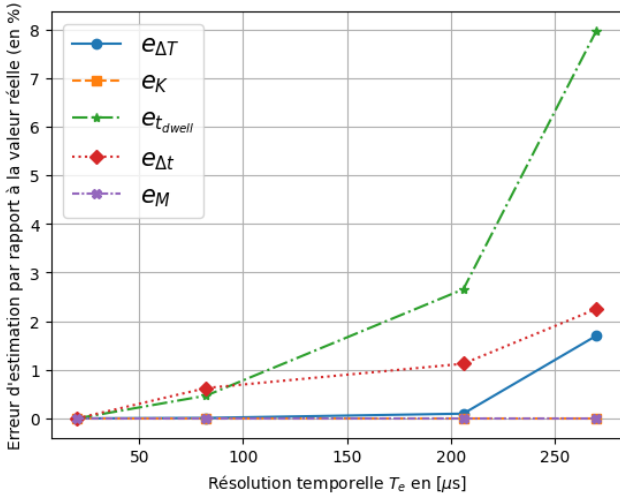


FIGURE 4 : Erreur d'estimation des paramètres temporels

5 Conclusion

Dans le cadre d'un système de communication utilisant une loi de saut, nous avons proposé des méthodes d'estimation

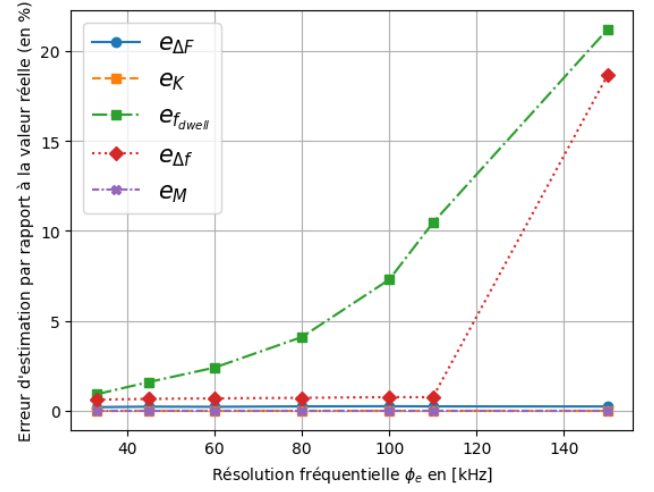


FIGURE 5 : Erreur d'estimation des paramètres fréquentiels

aveugle des paramètres de la loi à partir de l'analyse fréquentielle du spectrogramme seuillé, grâce à la TF2D. Les résultats numériques montrent une précision des méthodes développées. Dans des travaux futurs, nous considérerons des lois de saut plus sophistiquées et des changements de loi dans le système de communication, en étudiant la robustesse vis-à-vis d'un bruit de mesure.

Références

- [1] C ATHEEQ, Zameer GULZAR, Mana Saleh AL RE-SHAN, Hani ALSHAHRANI, Adel SULAIMAN et Asadullah SHAIKH : Securing uav networks : A lightweight chaotic-frequency hopping approach to counter jamming attacks. *IEEE Access*, 2024.
- [2] Batuhan KAPLAN, Ibrahim KAHRAMAN, Ali GÖRÇİN, Hakan Ali ÇIRPAN et Ali Rıza EKTİ : Measurement based fhss-type drone controller detection at 2.4 ghz : An stft approach. *In 2020 IEEE 91st Vehicular Technology Conference (VTC2020-Spring)*, pages 1–6. IEEE, 2020.
- [3] Yuxin SHI, Xinjin LU, Kang AN, Yusheng LI et Gan ZHENG : Efficient index-modulation-based fhss : A unified anti-jamming perspective. *IEEE Internet of Things Journal*, 11(2):3458–3472, 2023.
- [4] Hocheol SHIN, Kibum CHOI, Youngseok PARK *et al.* : Security analysis of fhss-type drone controller. *In International Workshop on Information Security Applications*, pages 240–253, Cham, 2015. Springer International Publishing.
- [5] S BARBAROSSA et Anna SCAGLIONE : Parameter estimation of spread spectrum frequency-hopping signals using time-frequency distributions. *In First IEEE signal processing workshop on signal processing advances in wireless communications*, pages 213–216. IEEE, 1997.
- [6] Daniele ANGELOSANTE, Georgios B GIANNAKIS et Nicholas D SIDIROPOULOS : Estimating multiple frequency-hopping signal parameters via sparse linear regression. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 58(10):5044–5056, 2010.