

# Turbo égalisation basée EP par lissage de Kalman séquentiel

Laëtitia JADOT<sup>1,2</sup> Serdar ŞAHIN<sup>1</sup> Romain TAJAN<sup>2</sup> Pascal CHEVALIER<sup>1,3</sup> Guillaume FERRÉ<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Thales, 4 Avenue des Louvresses, 92230 Gennevilliers, France

<sup>2</sup>IMS, Univ. Bordeaux, Bordeaux INP, CNRS (UMR 5218), F-33405 Talence, France

<sup>3</sup>CEDRIC laboratory – CNAM, 292 rue Saint-Martin, 75141 Paris Cedex 3, France

**Résumé** – Ce papier présente un nouveau turbo égaliseur basé sur la propagation d’espérance (EP) par lissage de Kalman de type *Backward Information Forward Marginals* (BIFM), exploitant un retour de décision séquentiel pour améliorer les performances de détection. Ce récepteur maintient des performances équivalentes à celles des égaliseurs à retours séquentiels les plus performants de la littérature dès la première turbo itération tout en étant environ 40 fois moins complexe.

**Abstract** – This paper presents a novel turbo equalizer based on Expectation Propagation (EP) that employs a Backward Information Forward Marginals (BIFM) Kalman smoother, which exploits a sequential soft decision feedback mechanism to improve detection performance. This receiver achieves performance equivalent to the most efficient sequential feedback equalizers in the literature from the first turbo iteration, while being approximately 40 times less complex.

## 1 Introduction

L’égalisation est essentielle pour contrôler l’interférence entre symboles causée par le canal de propagation. Pour des communications codées, les performances optimales sont atteintes avec des détecteurs de type Maximum A Posteriori (MAP), comme l’algorithme Bahl-Cocke-Jelinek-Raviv (BCJR) [1]. Toutefois, la résolution du critère MAP devient trop coûteuse pour de longues réponses de canal ou pour des constellations d’ordre élevé. Par conséquent, de nombreux récepteurs moins complexes ont été conçus pour gérer les effets du canal.

Récemment, des égaliseurs turbo basés sur la propagation d’espérance (EP ou *Expectation Propagation*) [2] ont été développés. Les règles de passage de messages EP permettent des calculs efficaces par projection des messages sur des distributions de la famille exponentielle. Ainsi, des turbo égaliseurs basés EP montrant un bon compromis performance-complexité ont été développés dans le domaine temporel et fréquentiel -FD-EP (*Frequency Domain EP*) [3]. Bien que les récepteurs FD-EP soient moins complexes que les solutions temporelles, leurs performances sont moins robustes face à des canaux de propagation présentant des 0 spectraux ou des fortes variations temporelles. En revanche, le principal inconvénient des récepteurs bloc temporels EP est leur complexité calculatoire, car ils nécessitent l’inversion de matrices de covariance de taille  $N_s \times N_s$ , où  $N_s$  est le nombre de symboles par bloc transmis.

Les lisseurs de Kalman [4] offrent une alternative attractive à l’estimation de l’erreur quadratique moyenne minimale (MMSE) en bloc temporel dans des systèmes stochastiques dynamiques linéaires. Ils sont implémentés en effectuant simultanément une passe en avant (FW ou *Forward*) et une passe en arrière (BW ou *Backward*), suivies d’une étape de lissage pour fusionner les estimations des symboles transmis des deux passes. Dans [5], deux implémentations efficaces de lisseurs de Kalman sont proposées, conçues pour éviter les inversions de matrices de covariance d’état pendant le lissage.

Dans les algorithmes de passage de messages basés sur des graphes de facteurs (FG ou *Factor Graph*), l’ordonnancement

des messages influence de manière significative les performances, y compris dans le contexte du lissage de Kalman [6]. Le développement de lisseurs de Kalman efficaces [5] ouvre de nouvelles possibilités pour optimiser le compromis performance-complexité des égaliseurs basés EP.

Dans [7], nous avons prouvé l’équivalence en performance de tous les égaliseurs basés sur le lissage de Kalman de la littérature et déterminé quelle était la structure la plus attractive d’un point de vue de la complexité calculatoire. Nous avons de plus proposé une optimisation des lisseurs de Kalman pour des canaux temps variants. Dans [8], nous avons proposé un modèle sur-échantillonné d’égaliseur de Kalman basé EP avec un ordonnancement séquentiel et analysé ses performances dans un contexte de liaison Faster-Than-Nyquist (FTN) en se comparant aux algorithmes EP linéaires existants pour le FTN.

Dans cet article, nous développons notre égaliseur de Kalman basé EP et proposons un nouvel ordonnancement avec un retour de décision souple séquentiel en l’appliquant pour la première fois aux canaux sélectifs en fréquence. Plus particulièrement, nous proposons une étude complémentaire à [7] et [8]. Nous évaluons les performances du récepteur proposé sur un canal présentant d’importants zéros spectraux en le comparant à d’autres récepteurs à retours séquentiels afin de déterminer quel algorithme est le plus attractif du point de vue du compromis complexité/performance.

La section 2 de cet article introduit le modèle du système; les dérivations du lisseur de Kalman sont détaillées section 3. Ensuite, dans la section 4, une stratégie d’ordonnancement alternative avec un retour de décision souple séquentiel est proposée et ses performances sont discutées section 5.

**Notations** :  $\mathbf{Y}$  est une matrice,  $\mathbf{y}$  un vecteur colonne et  $y$  un scalaire.  $\cdot^\dagger$  est le transposé conjugué d’une matrice,  $\cdot^T$  sa transposition et  $\mathbf{I}_N$  la matrice identité de taille  $N$ . La densité de probabilité gaussienne complexe circulairement symétrique sur  $\mathbf{s}$  est représentée par  $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{s} : \mathbf{m}_s, \mathbf{V}_s)$  de moyenne  $\mathbf{m}_s$  et de covariance  $\mathbf{V}_s$ .  $\mathbf{W}_s \triangleq \mathbf{V}_s^{-1}$  est la matrice de précision,  $\mathbf{n}_s \triangleq \mathbf{W}_s \mathbf{m}_s$  le vecteur de moyenne transformée.

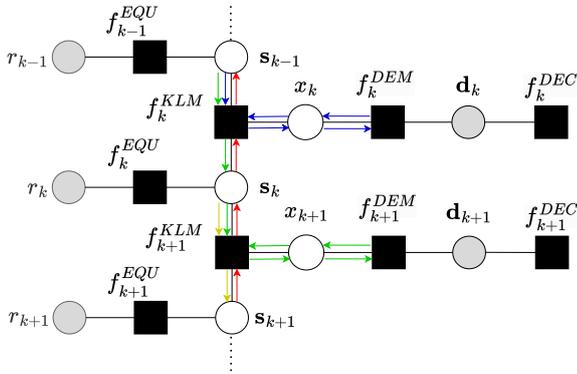


FIGURE 1 : Représentation FG de (4). L'ordonnement séquentiel BIFM Kalman EP calcule les messages en rouges en premier, puis les bleus, les verts et enfin les jaunes.

## 2 Modèle du système

Nous considérons des paquets de  $N_b$  bits d'information encodés avec un code de rendement  $R$  puis entrelacés avant d'être transformés en  $N_s$  symboles  $x_1 \dots x_{N_s}$ . Nous supposons une synchronisation parfaite et modélisons le canal de propagation, supposé parfaitement connu du récepteur, par une réponse impulsionnelle à  $L$  échantillons  $\mathbf{h} = [h_1, \dots, h_L]^T$  en bande de base. Ainsi, le  $k^{\text{ième}}$  échantillon reçu est donné par

$$r_k = \sum_{l=1}^L h_l x_{k-l+1} + w_k, \quad (1)$$

où  $w_k \sim \mathcal{N}_{\mathbb{C}}(w_k : 0, \sigma^2)$  est le bruit blanc additif gaussien (AWGN). En introduisant le vecteur à états  $\mathbf{s}_k \triangleq [x_k, \dots, x_{k-L+1}]^T$ , le modèle dynamique du système s'écrit

$$\begin{cases} \mathbf{s}_k = \mathbf{G}\mathbf{s}_{k-1} + \mathbf{e}x_k, \\ r_k = \mathbf{h}^T \mathbf{s}_k + w_k, \end{cases} \quad (2)$$

où  $\mathbf{G} = [[0, \mathbf{0}_{1 \times L-1}]; [\mathbf{I}_{L-1}, \mathbf{0}_{L-1 \times 1}]]$  est de taille  $(L \times L)$  et  $\mathbf{e} = [1, \mathbf{0}_{1 \times L-1}]^T$  de taille  $(L \times 1)$ .

Un égaliseur quasi-optimal peut être développé en estimant la probabilité *a posteriori*  $p(\mathbf{d}|\mathbf{r})$  qui peut être factorisée par

$$p(\mathbf{d}|\mathbf{r}) \propto \underbrace{p(\mathbf{s}_0)}_{=\delta(\mathbf{0})} \prod_{k=1}^{N_s+L-1} \underbrace{p(r_k|\mathbf{s}_k)}_{\triangleq f_k^{\text{EQU}}(\mathbf{s}_k)} \underbrace{p(\mathbf{s}_k|\mathbf{s}_{k-1}, x_k)}_{\triangleq f_k^{\text{KLM}}(\mathbf{s}_k, \mathbf{s}_{k-1}, x_k)} \prod_{k=1}^{N_s} \underbrace{p(x_k|\mathbf{d}_k)}_{\triangleq f_k^{\text{DEM}}(x_k, \mathbf{d}_k)} \underbrace{p(\mathbf{d}_k)}_{\triangleq f_k^{\text{DEC}}(\mathbf{d}_k)} \prod_{k=N_s+1}^{N_s+L-1} \underbrace{p(x_k)}_{=\delta(x_k)}, \quad (3)$$

où  $\mathbf{d}$  est le vecteur contenant les bits encodés et entrelacés,  $f_k^{\text{DEC}}$  est l'information *a priori* venant du décodeur, et sa représentation FG est donnée Fig. 1. Dans la section 3, nous appliquons l'algorithme de passage de messages EP sur ce FG.

## 3 Récepteur Kalman turbo itéré

En utilisant le modèle de système détaillé en section 2, la section 3 décrit les règles de passage de message EP et présente les messages calculés à partir d'une représentation FG.

### 3.1 Principe du récepteur EP

EP est un algorithme de passage de messages qui utilise l'appariement de moments (*Moment Matching*) à un nœud de

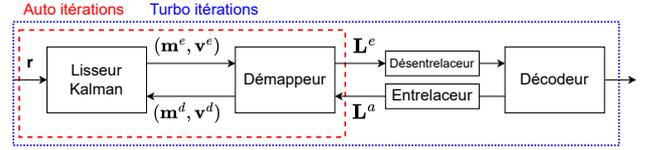


FIGURE 2 : Schéma bloc du récepteur Kalman turbo itéré variable donné pour interfacer des messages appartenant à différents types de distributions [2]. Lorsque les messages échangés sur les variables  $x_k$  et  $\mathbf{s}_k$  sont choisis comme des distributions gaussiennes avec EP, l'algorithme itératif résultant coïncide avec un lisseur de Kalman. Les quantités extrinsèques utilisées à cet égard sont données Tab. 1.

Les récepteurs Kalman turbo-itérés peuvent être vus comme des récepteurs doublement itératifs exécutant des turbo itérations entre le démappeur et le décodeur, indexées par  $t = 0, \dots, \mathcal{T}$ . À  $t = 0$ , aucune information n'est disponible du décodeur. De plus, des auto itérations sont effectuées entre le lisseur et le démappeur, indexées par  $i = 0, \dots, \mathcal{I}$ . La figure 2 présente le schéma bloc de ce récepteur.

### 3.2 Dérivation du démappeur

Les messages calculés au nœud facteur  $f_k^{\text{DEM}}$ , c'est-à-dire de  $f_k^{\text{DEM}}$  vers  $x_k$  et de  $f_k^{\text{DEM}}$  vers  $\mathbf{d}_k$ , sont obtenus de la même manière que dans [9]. Plus précisément, le message de  $f_k^{\text{DEM}}$  vers  $x_k$  est caractérisé par :

$$m_{x_k}^d = v_{x_k}^d (v_{x_k}^p)^{-1} m_{x_k}^p - n_{x_k}^e \quad \text{et} \quad v_{x_k}^d = (v_{x_k}^p)^{-1} - w_{x_k}^e, \quad (4)$$

où  $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(x_k : m_{x_k}^p, v_{x_k}^p)$  est la distribution *a posteriori* de  $x_k$  calculée au nœud facteur  $f_k^{\text{DEM}}$  avec  $k \in \llbracket 1, N_s \rrbracket$ . L'heuristique proposée dans [9] pour éviter des variances négatives lors du calcul de  $m_{x_k}^d, v_{x_k}^d$  est adoptée.

### 3.3 Dérivation de l'égaliseur

Dans cette sous-section, les messages entre  $f_k^{\text{EQU}}$  et  $x_k$  sont dérivés en utilisant la représentation FG de 1. Le lisseur de Kalman étudié propage des quantités extrinsèques dans la passe BW et des quantités *a posteriori* dans la passe FW. Ce lisseur de Kalman est appelé lisseur *Backward Information Forward Marginals* (BIFM) [5].

#### 3.3.1 Calcul de la passe BW

En supposant que  $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{s}_k : \mathbf{m}_{\mathbf{s}_k}^b, \mathbf{V}_{\mathbf{s}_k}^b)$  est connue, la distribution gaussienne extrinsèque  $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{s}_k : \mathbf{m}_{\mathbf{s}_k}^B, \mathbf{V}_{\mathbf{s}_k}^B)$  est calculée pour  $k = N_s + L - 1, \dots, 1$  de la manière suivante :

$$\mathbf{n}_{\mathbf{s}_k}^B = \mathbf{n}_{\mathbf{s}_k}^b + \sigma^{-2} \mathbf{h} r_k \quad (5)$$

$$\mathbf{W}_{\mathbf{s}_k}^B = \mathbf{W}_{\mathbf{s}_k}^b + \sigma^{-2} \mathbf{h} \mathbf{h}^T. \quad (6)$$

TABLE 1 : Quantités extrinsèques utilisées pour calculer les messages EP sur des graphes

De $f_k^{\text{DEM}}$ vers $x_k$	$\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(x_k : m_{x_k}^d, v_{x_k}^d)$
De $f_k^{\text{KLM}}$ vers $x_k$	$\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(x_k : m_{x_k}^e, v_{x_k}^e)$
De $f_k^{\text{KLM}}$ vers $\mathbf{s}_k$	$\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{s}_k : \mathbf{m}_{\mathbf{s}_k}^f, \mathbf{V}_{\mathbf{s}_k}^f)$
De $\mathbf{s}_k$ vers $f_{k+1}^{\text{KLM}}$	$\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{s}_k : \mathbf{m}_{\mathbf{s}_k}^F, \mathbf{V}_{\mathbf{s}_k}^F)$
De $\mathbf{s}_k$ vers $f_k^{\text{KLM}}$	$\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{s}_k : \mathbf{m}_{\mathbf{s}_k}^B, \mathbf{V}_{\mathbf{s}_k}^B)$
De $f_k^{\text{KLM}}$ vers $\mathbf{s}_{k-1}$	$\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{s}_{k-1} : \mathbf{m}_{\mathbf{s}_{k-1}}^b, \mathbf{V}_{\mathbf{s}_{k-1}}^b)$

Ensuite, le message  $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{s}_{k-1} : \mathbf{m}_{\mathbf{s}_{k-1}}^b, \mathbf{V}_{\mathbf{s}_{k-1}}^b)$  s'écrit

$$c_k = (w_{x_k}^d + \mathbf{e}^\dagger \mathbf{W}_{\mathbf{s}_k}^B \mathbf{e})^{-1} \quad (7)$$

$$\mathbf{n}_{\mathbf{s}_{k-1}}^b = \mathbf{G}^\dagger [\mathbf{n}_{\mathbf{s}_k}^B - c_k \mathbf{W}_{\mathbf{s}_k}^B \mathbf{e} (\mathbf{e}^\dagger \mathbf{n}_{\mathbf{s}_k}^B + n_{x_k}^d)] \quad (8)$$

$$\mathbf{W}_{\mathbf{s}_{k-1}}^b = \mathbf{G}^\dagger [\mathbf{W}_{\mathbf{s}_k}^B - c_k \mathbf{W}_{\mathbf{s}_k}^B \mathbf{e} \mathbf{e}^\dagger \mathbf{W}_{\mathbf{s}_k}^B] \mathbf{G}, \quad (9)$$

où  $w_{x_k}^d$  (resp.  $n_{x_k}^d$ ) est la précision (resp. la moyenne transformée) de (4).

### 3.3.2 Calcul de la passe FW

La passe FW est calculée pour  $k \in \llbracket 1, N_s \rrbracket$ . En supposant que la distribution gaussienne *a posteriori*  $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{s}_{k-1} : \mathbf{m}_{\mathbf{s}_{k-1}}, \mathbf{V}_{\mathbf{s}_{k-1}})$  sur  $\mathbf{s}_{k-1}$  est connue, la distribution gaussienne *a posteriori* sur  $\mathbf{s}'_{k-1} \triangleq \mathbf{G} \mathbf{s}_{k-1}$ , notée  $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{s}'_{k-1} : \mathbf{m}_{\mathbf{s}'_{k-1}}, \mathbf{V}_{\mathbf{s}'_{k-1}})$ , est donnée par :

$$\mathbf{m}_{\mathbf{s}'_{k-1}} = \mathbf{G} \mathbf{m}_{\mathbf{s}_{k-1}} \quad (10)$$

$$\mathbf{V}_{\mathbf{s}'_{k-1}} = \mathbf{G} \mathbf{V}_{\mathbf{s}_{k-1}} \mathbf{G}^\dagger. \quad (11)$$

Le message *a posteriori*  $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(\mathbf{s}_k : \mathbf{m}_{\mathbf{s}_k}, \mathbf{V}_{\mathbf{s}_k})$  sur  $\mathbf{s}_k$  s'écrit

$$\mathbf{F}_k = \mathbf{I}_L - c_k \mathbf{W}_{\mathbf{s}_k}^B \mathbf{e} \mathbf{e}^T \quad (12)$$

$$\mathbf{m}_{\mathbf{s}_k} = \mathbf{F}_k^\dagger \mathbf{m}_{\mathbf{s}'_{k-1}} + c_k \mathbf{e} (\mathbf{e}^\dagger \mathbf{n}_{\mathbf{s}_k}^B + n_{x_k}^d) \quad (13)$$

$$\mathbf{V}_{\mathbf{s}_k} = \mathbf{F}_k^\dagger \mathbf{V}_{\mathbf{s}'_{k-1}} \mathbf{F}_k + c_k \mathbf{e} \mathbf{e}^\dagger. \quad (14)$$

### 3.3.3 Lissage et calcul de messages extrinsèques

L'étape de lissage calcule la distribution gaussienne *a posteriori*  $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(x_k : m_{x_k}^s, v_{x_k}^s)$  pour  $k \in \llbracket 1, N_s \rrbracket$ . En utilisant des quantités *a posteriori*, la passe FW incorpore déjà le lissage de Kalman. On obtient alors :

$$m_{x_k}^s = \mathbf{e}^\dagger \mathbf{m}_{\mathbf{s}_k} \text{ et } v_{x_k}^s = \mathbf{e}^\dagger \mathbf{V}_{\mathbf{s}_k} \mathbf{e}. \quad (15)$$

Finalement, pour  $k \in \llbracket 1, N_s \rrbracket$ , la distribution gaussienne extrinsèque  $\mathcal{N}_{\mathbb{C}}(x_k : m_{x_k}^e, v_{x_k}^e)$  est donnée par :

$$m_{x_k}^e = v_{x_k}^e (n_{x_k}^s - n_{x_k}^d) \text{ et } v_{x_k}^e = (w_{x_k}^s - w_{x_k}^d)^{-1} \quad (16)$$

Ce lisseur BIFM a été dérivé selon les règles de passage de messages EP dans [7, 8] pour la première fois, proposant ainsi un nouveau récepteur Kalman turbo itéré.

## 4 Proposition d'ordonnement

Dans cette section, nous travaillons sur la stratégie d'ordonnement de notre récepteur BIFM Kalman EP turbo-itéré. L'objectif est de proposer une nouvelle stratégie d'ordonnement séquentiel visant à accélérer la convergence de l'algorithme et à améliorer les performances d'égalisation.

L'ordonnement classique proposé dans [5] initialise dans un premier temps les messages de  $f_k^{\text{KLM}}$  vers  $x_k$  par des gaussiennes non informatives et les utilise pour calculer les messages de  $f_k^{\text{DEM}}$  vers  $x_k$  pour  $k \in \llbracket 1, N_s \rrbracket$ . Ensuite, une passe BW complète met à jour les messages de  $\mathbf{s}_{N_s+L-1}$  vers  $\mathbf{s}_1$ , puis une passe FW complète les met à jour de  $\mathbf{s}_1$  à  $\mathbf{s}_{N_s}$ . Finalement, l'étape de lissage suivie du calcul des messages de  $x_k$  à  $f_k^{\text{DEM}}$  est réalisée pour  $k \in \llbracket 1, N_s \rrbracket$ .

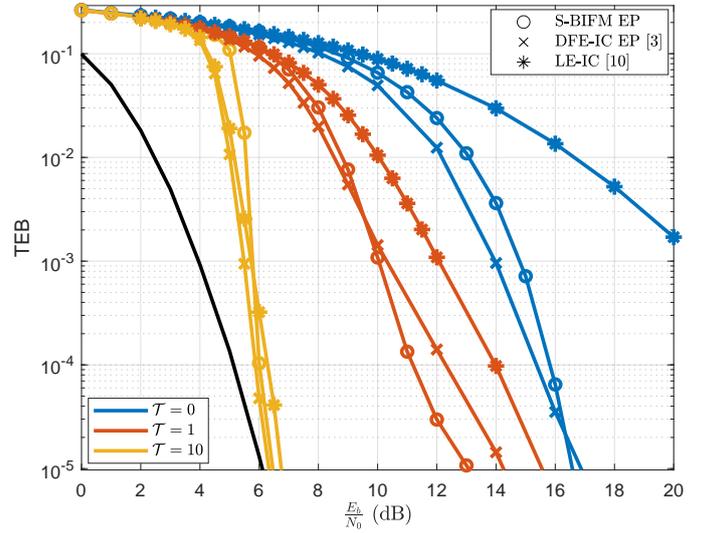


FIGURE 3 : TEB en fonction de  $\frac{E_b}{N_0}$  pour une BPSK.

Dans cet article, nous proposons une stratégie d'ordonnement séquentiel pour améliorer les performances d'égalisation. Ce récepteur sera nommé BIFM Kalman EP séquentiel (S-BIFM Kalman EP). Une passe BW complète est d'abord effectuée, suivie d'une passe FW. Pendant le passage FW, pour  $k \in \llbracket 1, N_s \rrbracket$ , le message de  $\mathbf{s}_{k-1}$  vers  $f_k^{\text{KLM}}$  est mis à jour avant qu'un échange de messages entre  $f_k^{\text{KLM}}$  et  $f_k^{\text{DEM}}$  à travers  $x_k$  ne soit effectué. Ensuite, pour tenir compte des valeurs mises à jour de  $w_{x_k}^d$  et  $n_{x_k}^d$ , la distribution *a posteriori* sur  $\mathbf{s}_k$  est à nouveau calculée avec les équations (12) à (14), avant d'incrémenter  $k$ .  $\mathbf{s}_0$  est initialisé à zéro. Cette stratégie d'ordonnement est illustrée figure 1. Elle permet ainsi d'améliorer les performances d'égalisation par rapport à l'ordonnement classique [8] dont les performances sont équivalentes à celles du bloc MMSE pour une complexité plus attractive [7].

## 5 Performances des récepteurs

Nous analysons les performances du S-BIFM Kalman EP et les comparons à deux autres égaliseurs à retour séquentiel : un égaliseur linéaire à annulation d'interférence, LE-IC, proposé dans [10] et l'égaliseur à retour de décision basé EP de [3], le DFE-IC EP. On considère  $N_b = 2048$  bits d'information,  $\mathcal{T} = 10$  turbo itérations et  $\mathcal{I} = 0$  auto itérations. L'ordonnement séquentiel des messages permet d'améliorer la vitesse de convergence des récepteurs ; ainsi,  $\mathcal{I} = 0$  itération suffit pour être proche des performances optimales de tels égaliseurs [8]. Le canal de propagation considéré est le Proakis C dont le canal s'écrit  $\mathbf{h} = [1, 2, 3, 2, 1]^T / \sqrt{19}$  où  $L = 5$  et le code correcteur d'erreurs utilisé est un code convolutif  $[7, 5]_8$  de rendement  $R = \frac{1}{2}$ .

La Fig. 3 affiche le taux d'erreur binaire (TEB) des trois récepteurs en fonction du rapport signal à bruit  $\frac{E_b}{N_0}$  pour une constellation BPSK. Les performances sont affichées pour  $\mathcal{T} = 0, 1, 10$  turbo-itérations. Plus il y a de turbo itérations, meilleures sont les performances des trois récepteurs. De plus, les écarts de performances entre les égaliseurs tendent à diminuer lorsque le nombre de turbo itérations augmente. Pour  $\mathcal{T} = 0$ , le LE-IC perd environ 5.5 dB pour un TEB de  $10^{-3}$  par rapport au S-BIFM Kalman EP, et le DFE-IC EP offre des performances légèrement meilleures que le S-BIFM jusque 15dB. Pour  $\mathcal{T} = 1$ , l'écart entre le LE-IC et le DFE-IC EP est d'environ

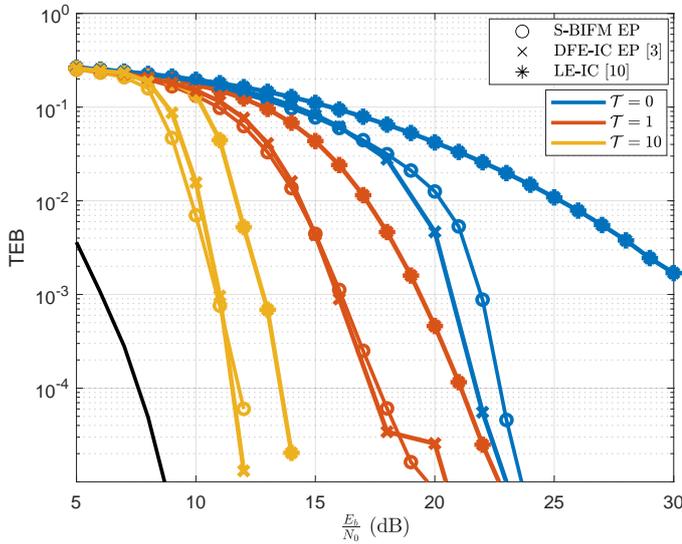


FIGURE 4 : TEB en fonction de  $\frac{E_b}{N_0}$  pour une 8-PSK.

ron 2dB pour un TEB de  $10^{-4}$ , et une légère amélioration des performances est constatée en faveur du S-BIFM à partir d'un TEB de  $10^{-3}$  par rapport au DFE-IC EP. En revanche, pour  $\mathcal{T} = 10$ , les trois égaliseurs ont des performances équivalentes et atteignent les performances maximales atteignables (MFB ou *Matched Filter Bound*) pour un TEB de  $10^{-5}$ .

La Fig. 4 affiche le TEB des trois récepteurs en fonction de  $\frac{E_b}{N_0}$  pour une 8-PSK. L'efficacité spectrale de la communication étant plus importante, les performances des récepteurs sont globalement dégradées par rapport à la MFB. Par ailleurs, les performances du LE-IC se dégradent par rapport aux deux autres récepteurs basés EP : pour un TEB de  $10^{-4}$ , les performances du LE-IC sont dégradées de 2dB (resp. 4dB) par rapport au S-BIFM Kalman EP et au DFE-IC EP pour  $\mathcal{T} = 10$  (resp.  $\mathcal{T} = 1$ ). Les performances du S-BIFM Kalman EP sont légèrement dégradées par rapport à celles du DFE-IC EP pour  $\mathcal{T} = 0$ , et équivalentes dès  $\mathcal{T} = 1$ .

La complexité calculatoire d'un égaliseur est estimée en calculant le nombre d'opérations en virgule flottante (FLOPs), en considérant qu'une addition et une multiplication réelle sont égales à 1 FLOP, et qu'une division réelle vaut 10 FLOPs. La complexité de chaque égaliseur est estimée en exprimant chaque opération à partir de ces trois opérations de base. La figure 5 présente la complexité calculatoire par symbole des trois récepteurs étudiés en fonction du  $\frac{E_b}{N_0}$  requis pour atteindre un taux d'erreur paquet (TEP) de  $10^{-2}$ . On observe que le LE-IC est environ 1.2 fois plus complexe que le DFE-IC EP ; leur complexité est quadratique avec la taille du canal de propagation. En revanche, le S-BIFM Kalman EP est environ 41 (resp. 39) fois moins complexe pour une BPSK (resp. 8-PSK), pour des performances peu dégradées par rapport au DFE-IC EP. En effet, sa complexité est linéaire avec la taille du canal de propagation. Le S-BIFM Kalman EP a donc un compromis complexité/performance très attractif comparé à d'autres récepteurs de structure similaire.

## 6 Conclusion

Nous avons développé un nouveau turbo égaliseur EP basé sur le lissage Kalman BIFM et proposé un nouvel ordonnancement séquentiel permettant d'améliorer les performances d'égalisation et la vitesse de convergence de l'algorithme. Il optimise

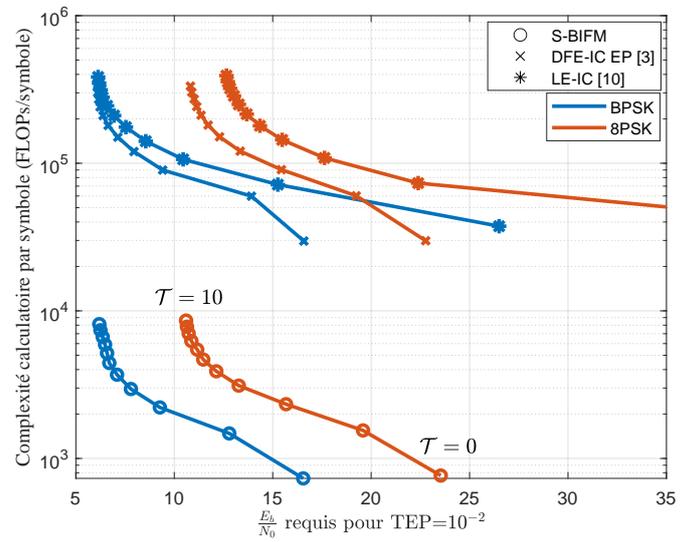


FIGURE 5 : Compromis performance/complexité.

le compromis performance/complexité des égaliseurs avec un retour séquentiel, car ses performances sont peu dégradées par rapport à celles du DFE-IC EP tout en étant environ 40 fois moins complexe. Enfin, les canaux de propagation sont en pratique rarement aussi sélectifs en fréquence que le Proakis C : pour des canaux plus dociles, les performances de notre égaliseur se rapprochent davantage de celles du DFE-IC EP.

## Références

- [1] L. BAHL et al. "Optimal decoding of linear codes for minimizing symbol error rate". In : *IEEE Trans. on Inf. Theory* (mars 1974).
- [2] Tom MINKA et al. *Divergence measures and message passing*. Rapp. tech. Microsoft Research, 2005.
- [3] S. SAHIN. "Advanced receivers for distributed cooperation in mobile ad hoc networks". These de doctorat. Toulouse, INPT, oct. 2019.
- [4] H-A LOELIGER et al. "Gaussian Message Passing on Linear Models : An Update". In : *4th Int. Symp. on Turbo Codes & Related Topics*. 2006.
- [5] H-A LOELIGER et al. "On sparsity by NUV-EM, Gaussian message passing, and Kalman smoothing". In : *2016 ITA Workshop*. Jan. 2016.
- [6] J. HU et al. *A general computation rule for lossy summaries/messages with examples from equalization*. arXiv :cs/0607027. Oct. 2006.
- [7] L. JADOT et al. "Complexity/Performance trade-off of Kalman Smoothing for Iterative Equalization based on EP". In : *IEEE VTC Spring 2025*. Juin 2025.
- [8] L. JADOT et al. "A new EP-based sequential Kalman smoother : an application to Faster-Than-Nyquist signaling". In : *IEEE ICC*. 2025.
- [9] M. SENST et G. ASCHEID. "How the Framework of Expectation Propagation Yields an Iterative IC-LMMSE MIMO Receiver". In : *IEEE GLOBECOM*. 2011.
- [10] M. TUCHLER et al. "Minimum mean squared error equalization using a priori information". In : *IEEE Trans. on Sig. Proc.* 50.3 (mars 2002), p. 673-683.