Nouvelle approche pour l'estimation séquentielle et robuste de phase à partir de séries d'images SAR multi-temporelles

Dana EL HAJJAR[1, 2] Guillaume GINOLHAC[1] Yajing YAN[1] Mohammed Nabil EL KORSO[2]

[1]Université Savoie Mont Blanc, LISTIC, F-74000 Annecy, France

[2]Université Paris-Saclay, CentraleSupélec, L2S, Gif-sur-Yvette, France

Résumé – Cet article propose une approche séquentielle combinant le Phase Linking et l'estimation de maximum de vraisemblance. Les données sont divisées en deux blocs : les acquisitions précédentes, utilisées comme a priori, et les nouvelles images dont la phase est estimée. Contrairement aux méthodes classiques supposant une distribution gaussienne, nous introduisons un modèle de mélange gaussien évolutif pour une meilleure robustesse aux données non gaussiennes. L'approche est validée sur des images radars à synthèse d'ouverture de Sentinel-1.

Abstract – This paper proposes a sequential approach combining Phase Linking and maximum likelihood estimation. The data is divided into two blocks: previous acquisitions, used as priors, and new images whose phase is estimated. Unlike traditional methods assuming a Gaussian distribution, we introduce an adaptive Gaussian mixture model for improved robustness to non-Gaussian data. The approach is validated by Sentinel-1 Synthetic Aperture Radar (SAR) images time series over the Mexico City.

1 Introduction

L'analyse de l'interférométrie SAR (InSAR) est une technique importante en imagerie radar, utilisée pour surveiller des phénomènes comme les volcans, les tremblements de terre, et l'urbanisme. Elle permet de détecter les déplacements du sol en comparant des images SAR acquises à deux dates différentes (InSAR à 2 passages, 2p-InSAR), mais elle devient limitée lorsque les acquisitions sont distantes, perdant ainsi de la cohérence. Les approches InSAR Multitemporel (MT-InSAR) offrent de meilleures performances par rapport à l'approche 2p-InSAR. L'une des approches les plus utilisées en MT-InSAR est le Phase Linking (PL), qui exploite la matrice de covariance complète des séries temporelles d'images SAR (ST-SAR) et leurs propriétés statistiques. L'objectif principal des approches PL consiste à estimer les différences de phase par rapport à une image de référence, appelée image maître, avec une meilleure précision et en respectant la fermeture temporelle des phases. À cet effet, les premières approches PL nécessitent une connaissance préalable de la matrice de cohérence et utilisent le module de la Matrice de Covariance Empirique (MCE) comme un substitut sous-optimal pour la matrice de cohérence [6]. Pour corriger ce problème, un véritable cadre d'Estimation de Maximum de Vraisemblance (EMV) a été proposé dans [15], où la cohérence et les phases sont estimées par une approche à une étape. Une extension aux données non gaussiennes a été proposée [14], ce qui montre leur intérêt dans les zones urbaines où l'hypothèse gaussienne n'est souvent plus valide [9]. Cet algorithme est exigeant en calcul, en raison de ses procédures itératives et de la croissance des matrices traitées avec le temps. De plus, il ne gère pas efficacement les nouvelles images et impose une ré-estimation complète des phases et de la matrice de covariance, rendant le calcul coûteux. À notre connaissance, le traitement séquentiel des ST-SAR n'a pas été exploré en profondeur. Une approche séquentielle a été proposée dans [2], où l'idée est de diviser les ST-SAR en mini-piles et d'appliquer la méthode PL classique à chaque mini-pile. Les mini-piles sont ensuite compressées en une seule image virtuelle par une analyse à composantes principales. Chaque mini-pile est traitée par rapport à sa première image, un PL global est effectué pour relier toutes les mini-piles à travers la version compressée de chaque mini-pile. Cette approche utilise PL dans un cadre gaussien et nécessite la détermination d'une période appropriée pour une acquisition suffisante d'images SAR. Dans cet article, nous proposons une approche séquentielle basée sur [14], combinant les avantages de l'EMV et un coût computationnel réduit par rapport à la méthode PL. Elle généralise l'approche proposée dans [8], à savoir Sequential Phase Linking based on Maximum Likelihood Estimation for a Gaussian model (S-G-MLE-PL), à un modèle non gaussien, et qui a été précédemment introduite dans [7]. Toutefois, dans cette étude, nous approfondissons l'analyse en apportant une validation supplémentaire des résultats, renforçant ainsi la fiabilité et la pertinence de l'approche proposée. Les images précédentes ainsi que l'estimation des paramètres correspondants sont utilisés comme information a priori, ce qui nous permet de tirer parti de la distribution conditionnelle de la nouvelle image par rapport aux précédentes. Les solutions des sous-problèmes associés à chaque paramètre sont données et calculées à l'aide d'un algorithme Descente de Coordonnées par Blocs (DCB). Notre approche démontre des performances similaires à celles des méthodes traditionnelles hors ligne tout en réduisant considérablement les coûts computationnels. Dans la suite de l'article, $.^T$, $.^*$, $.^H$ désignent respectivement la transposition, la conjugaison, et la transposition conjuguée (Hermitienne) et $\circ$ la multiplication de Hadamard. Les matrices sont écrites en majuscules en gras, les vecteurs en minuscules en gras et les scalaires en minuscules. Le $\tilde{.}$ indique les données complètes, l'absence de tilde renvoie aux données passées, et le symbole $\hat{.}$ à une estimation.

Ce travail est financé par le projet ANR REPED-SARIX (ANR-21-CE23-0012-01) et NEPTUNE3 de l'Agence Nationale de la Recherche (ANR). Le code source est disponible sur GitHub : https://github.com/DanaElhajjar/S-SG-MLE-PL.

2 Modèle de séries temporelles d'images SAR

Pour une série temporelle de $l = p + 1$ images SAR, on considère voisinage spatial local homogène de taille n noté $\{\widetilde{\mathbf{x}}^i\}_{i=1}^n$, où $\widetilde{\mathbf{x}}^i \in \mathbb{C}^l$ pour tout $i \in [1, n]$,

$$\widetilde{\mathbf{x}}^i = [\underbrace{x_1^i, \ldots, x_p^i}_{\mathbf{x}^i}, x_l^i]^T \in \mathbb{C}^l \tag{1}$$

où $\mathbf{x}^i \in \mathbb{C}^p$ est le pixel multivarié des images précédentes (cf. Figure 1).

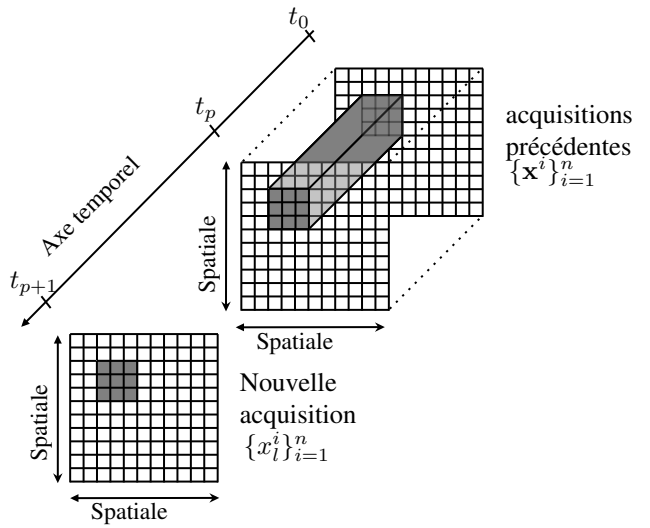


FIGURE 1 : Représentation des données SAR combinant les images précédentes et récemment acquises, avec un voisinage local de taille n défini par une fenêtre glissante (représenté en gris).

On suppose que $\{\widetilde{\mathbf{x}}^i\}_{i=1}^n$ est un ensemble de vecteurs indépendants et identiquement distribués (i.i.d) suivant une distribution Gaussienne Circulaire Complexe (GCC) centrée [4], soit, $\widetilde{\mathbf{x}} \sim \mathcal{CN}(0, \widetilde{\mathbf{\Sigma}})$. La plupart des algorithmes PL reposent sur cette hypothèse, cependant [9, 14] ont montré que cette dernière n'est pas toujours valide et ont proposé un modèle Gaussien composé. Dans ce modèle, les données suivent une distribution Gaussienne conditionnellement à un scalaire déterministe inconnu τ_i [11], c-à-d, $\widetilde{\mathbf{x}}^i \sim \mathcal{CN}(0, \tau_i \widetilde{\mathbf{\Sigma}})$. En fonction des paramètres physiques standards en InSAR [6], la matrice de covariance respecte la structure donnée

$$\widetilde{\mathbf{\Sigma}} = \widetilde{\mathbf{\Psi}} \circ \widetilde{\mathbf{w}}_\theta \widetilde{\mathbf{w}}_\theta^H \tag{2}$$

où $\widetilde{\mathbf{\Psi}}$ désigne le noyau réel de la matrice de covariance et $\widetilde{\mathbf{w}}_\theta$ représente le vecteur de l'exponentielle des phases complexes ($\widetilde{\mathbf{w}}_\theta = [e^{j\theta_0}, \ldots, e^{j\theta_l}]$). Selon (2) et étant donné la représentation des données (1), la matrice de covariance peut être représentée de manière équivalente sous la forme

$$\widetilde{\mathbf{\Sigma}} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Sigma} & w_{\theta_l}^* \mathrm{diag}(\mathbf{w}_\theta) \boldsymbol{\gamma}^T \\ \boldsymbol{\gamma} \mathrm{diag}(\mathbf{w}_\theta)^H w_{\theta_l} & \gamma_l \end{pmatrix} \tag{3}$$

où $\mathbf{\Sigma}$ correspond à la matrice de covariance estimée précédemment entre les images SAR antérieures, $\boldsymbol{\gamma}$ désigne le vecteur de cohérence entre les nouvelles acquisitions et les précédentes, γ_l symbolise la variance de la nouvelle acquisition, et w_{θ_l} est l'exponentielle de la phase de la dernière date et $\mathbf{w}_\theta$ correspond au vecteur des exponentielles des différences de phases complexes des images passées.

3 Approches hors ligne

L'approche PL estime les phases enroulées des images SAR tout en exploitant la matrice de covariance de la ST-SAR, la rendant ainsi une méthode d'inférence statistique. À partir de l images SAR, elle vise à estimer $l-1$ différences de phases parmi toutes les combinaisons possibles ($\frac{l(l-1)}{2}$), combinant les phases interférométriques par rapport à une référence unique. Plusieurs mises à jours ont été proposées [6, 15, 14, 3], résumées dans [10]. Le PL classique [6] comprend deux étapes : *i)* calcul de MCE, $\widetilde{\mathbf{S}} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \widetilde{\mathbf{x}}^i \widetilde{\mathbf{x}}^{iH}$, *ii)* approximation de la matrice de cohérence $\widetilde{\mathbf{\Psi}} = |\widetilde{\mathbf{S}}|$ (où $|\,.\,|$ représente le module élément par élément d'une matrice), pour résoudre le problème suivant

$$\begin{array}{ll} \underset{\widetilde{\mathbf{w}}_\theta}{\text{minimiser}} & \mathcal{L}(\widetilde{\mathbf{\Psi}} \circ \widetilde{\mathbf{w}}_\theta \widetilde{\mathbf{w}}_\theta^H) \\ \text{s.l.c} & \widetilde{\mathbf{w}}_\theta \in \mathbb{T}_l,\, \widetilde{w}_{\theta_1} = 1 \end{array} \tag{4}$$

où $\mathcal{L}$ correspond à la fonction de log-vraisemblance négative (LVN) des données suivant une distribution GCC.
$\mathbb{T}_l = \left\{\widetilde{\mathbf{w}}_\theta \in \mathbb{C}^l \,|\, |[\widetilde{\mathbf{w}}_\theta]_i| = 1, \forall i \in [1, l]\right\}$ est le l-tore des vecteurs complexes à phases.

En somme, l'approche PL classique repose sur une approximation de la matrice de cohérence, ce qui peut biaiser les résultats, notamment dans les zones de faibles cohérence, ou avec des échantillons hétérogènes ou avec de petites taille. Pour y remédier, [15, 14] ont proposé d'estimer conjointement la matrice de cohérence et les phases, résolvant ainsi le problème suivant via l'algorithme DCB :

$$\begin{array}{ll} \underset{\widetilde{\mathbf{\Psi}}, \widetilde{\mathbf{w}}_\theta}{\text{minimiser}} & \mathcal{L}(\widetilde{\mathbf{\Psi}} \circ \widetilde{\mathbf{w}}_\theta \widetilde{\mathbf{w}}_\theta^H) \\ \text{s.l.c.} & \widetilde{\mathbf{\Psi}} \in \mathbb{R}^{l \times l}, \widetilde{\mathbf{w}}_\theta \in \mathbb{T}_l,\, w_{\theta_1} = 1 \end{array} \tag{5}$$

La matrice de cohérence $\widetilde{\mathbf{\Psi}}$ peut être exprimée sous une forme fermée, et $\widetilde{\mathbf{w}}_\theta$ peut être calculé via un algorithme Majorisation-Minimisation (MM) [16]. Ce dernier présente des propriétés de convergence favorables [13], grâce à des arguments similaires à ceux de [5], étant donné que la contrainte s'inscrit dans le compact $\mathbb{T}_l$. Cette approche peut être étendue à un mélange de modèles gaussiens composés [11] où $\widetilde{\mathbf{x}}^i \sim \mathcal{CN}(0, \tau_i \widetilde{\mathbf{\Sigma}})$. Cet algorithme hors ligne sera désigné comme Phase Linking based on Maximum Likelihood Estimation (MLE-PL) [14].

4 Approche séquentielle proposée

Dans notre approche, appelée S-MLE-PL dans la suite, les paramètres de cohérence, γ_l et $\boldsymbol{\gamma}$, sont estimés simultanément avec la phase de la nouvelle image w_{θ_l} et l'échelle déterministe τ_i, comme suit :

$$\begin{array}{ll} \underset{\boldsymbol{\gamma}, \gamma_l, w_{\theta_l}, \{\tau_i\}_{i=1}^n}{\min} & \mathcal{L}(\{\widetilde{\mathbf{x}}^i\}_{i=1}^n; \boldsymbol{\gamma}, \gamma_l, w_{\theta_l}, \{\tau_i\}_{i=1}^n) \\ \text{s.l.c} & \boldsymbol{\gamma} \in \mathbb{R}^p, \gamma_l \in \mathbb{R}, |w_{\theta_l}| = 1,\ \theta_1 = 0 \end{array} \tag{6}$$

La fonction objective de ce problème est la LVN pour l'ensemble du jeu de données. Étant donné la structure de la matrice de covariance dans (3) et en supposant que $\widetilde{\mathbf{x}}^i \sim \mathcal{CN}(0, \tau_i \widetilde{\mathbf{\Sigma}})$, la LVN pour l'ensemble des données peut être

exprimée comme suit

$$\mathcal{L}(\{\widetilde{\mathbf{x}}^i\}_{i=1}^n;\boldsymbol{\gamma},\gamma_l,w_{\theta_l},\{\tau_i\}_{i=1}^n) = -\sum_{i=1}^n \mathcal{L}(\widetilde{\mathbf{x}}^i;\boldsymbol{\gamma},\gamma_l,w_{\theta_l},\tau_i)$$
$$= -\sum_{i=1}^n \left[\mathcal{L}(x_l^i|\mathbf{x}^i;\boldsymbol{\gamma},\gamma_l,w_{\theta_l},\tau_i) + \mathcal{L}(\mathbf{x}^i;\tau_i)\right] \quad (7)$$

Dans l'équation ci-dessus, la transition de la distribution sur l'ensemble des données à la distribution conditionnelle est réalisée via [1], où $x_l^i|\mathbf{x}^i \sim \mathcal{CN}(\mu_x^i,\sigma_x^2)$ dans laquelle

- $\mu_x^i = w_{\theta_l}\boldsymbol{\gamma}\text{diag}(\hat{\mathbf{w}}_\theta)^H\hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1}\mathbf{x}^i$
- $\sigma_x^2 = \tau_i(\gamma_l - \boldsymbol{\gamma}\text{diag}(\hat{\mathbf{w}}_\theta)^H\hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1}\text{diag}(\hat{\mathbf{w}}_\theta)\boldsymbol{\gamma}^T)$

où $\hat{\mathbf{w}}_\theta$ et $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}$ ont été précédemment estimés en utilisant l'approche MLE-PL [14] basée sur les images précédentes $\{\mathbf{x}^i\}_{i=1}^n$. En désignant $k = \boldsymbol{\gamma}\text{diag}(\hat{\mathbf{w}}_\theta)^H\hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1}\text{diag}(\hat{\mathbf{w}}_\theta)\boldsymbol{\gamma}^T$, $v = \gamma_l - k$, $\mathbf{L}^i = \mathbf{x}^{iH}\hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1}\text{diag}(\hat{\mathbf{w}}_\theta)$ et $y^i = x_l^i - w_{\theta_l}\boldsymbol{\gamma}\mathbf{L}^{iH}$, la LVN dans (7) peut être reformulée comme suit

$$\mathcal{L}(\{\widetilde{\mathbf{x}}^i\}_{i=1}^n;\boldsymbol{\gamma},\gamma_l,w_{\theta_l},\{\tau_i\}_{i=1}^n) = \sum_{i=1}^n \Bigg[l\log(\tau_i) + \log(v) + \frac{y^{i*}y^i}{\tau_i v} + \frac{1}{\tau_i}\mathbf{x}^{iH}\hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1}\mathbf{x}^i\Bigg] \quad (8)$$

Le problème (6) peut être résolu à l'aide d'un algorithme de DCB, qui met à jour chaque paramètre itérativement en résolvant le sous-problème correspondant, tout en gardant les autres paramètres fixes (cf. Algorithme 1). Du fait que chaque sous-problème est convexe, la convergence de cet algorithme est garantie [13].

Algorithme 1 : Algorithme DCB

Data : Échantillons $\{\widetilde{\mathbf{x}}^i\}_{i=1}^n$, $\hat{\boldsymbol{\Sigma}}$, diag$(\hat{\mathbf{w}}_\theta)$
Result : $\boldsymbol{\gamma}$, γ_l et w_{θ_l}
Initialiser $\{\tau_i\}_{i=1}^n \leftarrow 1$, $w_{\theta_l} \leftarrow 1$, $\boldsymbol{\gamma}$ et γ_l en utilisant une structure de matrice Toeplitz
repeat
  Bloc 1 : Mettre à jour $\{\tau_i\}_{i=1}^n$ avec (10)
  Bloc 2 : Mettre à jour $\boldsymbol{\gamma}$ avec (12)
  Bloc 3 : Mettre à jour γ_l avec (14)
  Bloc 4 : Mettre à jour w_{θ_l} avec (16)
until *convergence*

Dans ce qui suit, on présente les formes analytiques des différents estimateurs.

Bloc 1 - Mise à jour de $\{\tau_i\}_{i=1}^n$: En fixant $\boldsymbol{\gamma}$, γ_l et w_{θ_l}, le problème de mise à jour de $\{\tau_i\}_{i=1}^n$ peut être formulé comme suit :

$$\min_{\{\tau_i\}_{i=1}^n} \quad \sum_{i=1}^n \left[l\log(\tau_i) + \frac{y^{i*}y^i}{\tau_i v} + \frac{1}{\tau_i}\mathbf{x}^{iH}\hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1}\mathbf{x}^i\right] \quad (9)$$

La solution analytique correspondante est

$$\tau_i = \frac{y^{i*}y^i}{lv} + \frac{\mathbf{x}^{iH}\hat{\boldsymbol{\Sigma}}^{-1}\mathbf{x}^i}{l} \quad (10)$$

Bloc 2 - Mise à jour de $\boldsymbol{\gamma}$: $\boldsymbol{\gamma}$ est mise à jour en fixant γ_l, w_{θ_l} et $\{\tau_i\}_{i=1}^n$, avec le sous-problème suivant :

$$\min_{\boldsymbol{\gamma}} \quad \sum_{i=1}^n \left[\log(v) + \frac{y^{i*}y^i}{\tau_i v}\right] \quad \text{s.l.c.} \quad \boldsymbol{\gamma} \in \mathbb{R}^p \quad (11)$$

En désignant $\mathbf{M}^i = \mathbf{L}^{iH}\mathbf{L}^i$, la forme analytique est la suivante

$$\boldsymbol{\gamma} = \left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\tau_i}(w_{\theta_l}^* x_l^i\mathbf{L}^i - w_{\theta_l}x_l^{i*}\mathbf{L}^{i*})\right).\left(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\tau_i}(\mathbf{M}^{i*} + \mathbf{M}^i)\right)^{-1} \quad (12)$$

Bloc 3 - Mise à jour de γ_l : Le problème de mise à jour de γ_l en fixant $\{\tau_i\}_{i=1}^n$, $\boldsymbol{\gamma}$ et w_{θ_l} s'écrit

$$\min_{\gamma_l} \quad \sum_{i=1}^n \left[\log(v) + \frac{y^{i*}y^i}{\tau_i v}\right] \quad \text{s.l.c.} \quad \gamma_l \in \mathbb{R} \quad (13)$$

Le minimiseur est obtenu comme suit

$$\gamma_l = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^n \frac{1}{\tau_i}(x_l^i - w_{\theta_l}\boldsymbol{\gamma}\mathbf{L}^{iH})^*(x_l^i - w_{\theta_l}\boldsymbol{\gamma}\mathbf{L}^{iH}) + k \quad (14)$$

Bloc 4 - Mise à jour de w_{θ_l} : La mise à jour de w_{θ_l} en fixant $\{\tau_i\}_{i=1}^n$, $\boldsymbol{\gamma}$ et γ_l nécessite de résoudre le sous-problème suivant

$$\min_{w_{\theta_l}} \quad \sum_{i=1}^n \frac{y^{i*}y^i}{\tau_i v} \quad \text{s.l.c.} \quad |w_{\theta_l}| = 1 \quad (15)$$

La phase de la nouvelle image prend la forme suivante

$$w_{\theta_l} = \left((\sum_{i=1}^n \frac{1}{\tau_i^*}x_l^i\mathbf{L}^i\boldsymbol{\gamma}^T).(\sum_{i=1}^n \frac{1}{\tau_i^*}\boldsymbol{\gamma}\mathbf{M}^i\boldsymbol{\gamma}^T)^{-1}\right) \quad (16)$$

Une étape de projection est nécessaire pour respecter la contrainte dans le sous-problème (15).

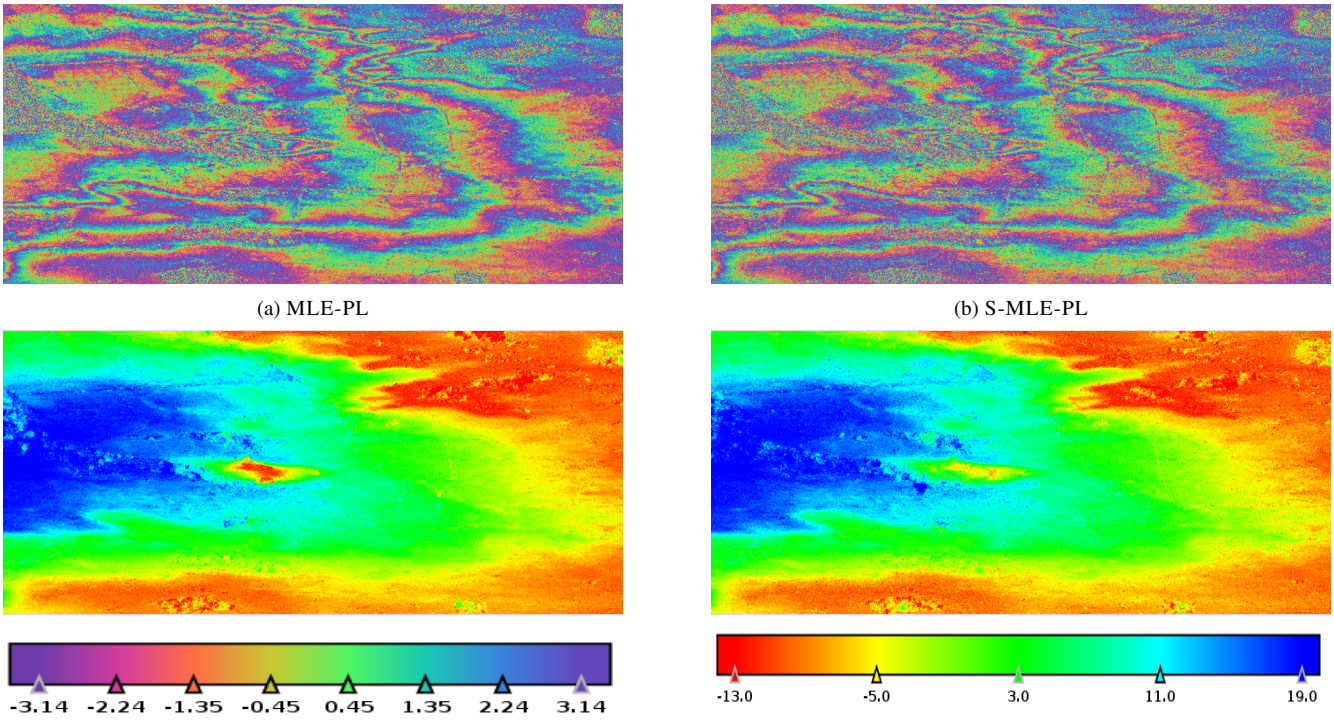
L'approche PL est coûteuse en raison du nombre d'images impliquées, ce qui augmente la taille de la matrice de cohérence et prolonge le temps de calcul. Les approches hors ligne traitent des inversions et des estimations de matrices de taille $l \times l$, tandis que notre approche se concentre sur l'estimation de scalaires et d'un vecteur. La complexité de l'approche S-MLE-PL est de $O(p^3)$, tandis que celle de l'approche MLE-PL est de $O(n_{\text{iter}}l^3)$.

5 Evaluation de la méthode

La ville de Mexico, avec plus de 20 millions d'habitants, fait face à une demande d'eau potable supérieure aux approvisionnements disponibles, ce qui conduit à l'extraction des eaux souterraines et à des phénomènes de subsidence et de déformations du sol. Pour évaluer l'approche proposée, une série temporelle de 20 images SAR Sentinel-1, acquises tous les 12 jours entre le 14/08/2019 et le 10/04/2020, est utilisée. Le pré-traitement et le déroulement de phase (via SNAPHU) sont réalisés avec le logiciel SNAP de l'ESA[1]. La figure 2 présente l'interférogramme enroulé (resp. déroulé[2]) avec le plus grand intervalle temporel estimés avec MLE-PL [14],

[1] European Space Agency : SNAP. https ://step.esa.int/main/toolboxes/snap

[2] En InSAR, un interférogramme enroulé montre des valeurs de phases comprises entre $-\pi$ et π. En revanche, un interférogramme déroulé résout cette ambiguïté en convertissant la phase en une surface continue.



(a) MLE-PL (b) S-MLE-PL

FIGURE 2 : Interférogramme entre $14/08/2019$ et $10/05/2020$ estimé par (a) MLE-PL [14] et (b) S-MLE-PL dans le cas où $l = 20$ et $n = 49$.

S-MLE-PL, avec une fenêtre spatiale de multi-observation de taille $n = 7 \times 7$. Les résultats montrent que MLE-PL et S-MLE-PL produisent des résultats similaires, ce qui est également confirmé par les valeurs de la colinéarité[3][12] et la Structural SIMilarity index (SSIM) (calculés entre S-MLE-PL et MLE-PL) obtenues pour les interférogrammes enroulés et déroulés respectivement (table 1). Cependant l'approche

Méthode	colinéarité	SSIM	temps
S-MLE-PL	0.57	0.70	4.72 min
MLE-PL	0.61	x	38.4min

TABLE 1 : Évaluation quantitative des estimations de phase

séquentielle a démontré un temps d'exécution nettement plus rapide par rapport à la méthode lorsqu'elle est appliquée à des données réelles. Les temps de calcul de l'approche séquentielle et la méthode offline sont donnés dans le tableau 1.

6 Conclusion

Dans ce papier, on introduit une nouvelle approche de PL séquentielle qui permet d'estimer la phase d'une nouvelle acquisition SAR. Cette approche est basée sur MLE-PL dans un cadre non Gaussien avec des performances similaires à la méthode traditionnelle en terme de précision, et des améliorations en terme de coût de calcul.

Références

[1] T.W. ANDERSON : *An introduction to multivariate statistical analysis*. Wiley & Sons, 1974.

[2] H. ANSARI, F. De ZAN et R. BAMLER : Sequential estimator : Toward efficient InSAR time series analysis. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 55(10):5637–5652, 2017.

[3]Le critère de colinéarité évalue si les résultats sont bruités et permet une comparaison spatiale de la phase avec son environnement.

[3] H. ANSARI, F. De ZAN et R. BAMLER : Efficient phase estimation for interferogram stacks. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 56(7):4109–4125, 2018.

[4] R. BAMLER et P. HARTL : Synthetic aperture radar interferometry. *Inverse problems*, 14(4):R1, 1998.

[5] A. BRELOY, S. KUMAR, Y. SUN et D.P. PALOMAR : Majorization-minimization on the Stiefel manifold with application to robust sparse PCA. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 69:1507–1520, 2021.

[6] A. GUARNIERI et S. TEBALDINI : On the exploitation of target statistics for SAR interferometry applications. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 46(11):3436–3443, 2008.

[7] D. El HAJJAR, G. GINOLHAC, Y. YAN et M.N. El KORSO : Robust Sequential Phase Estimation Using Multi-Temporal SAR Image Series. *IEEE Signal Processing Letters*, 32:811–815, 2025.

[8] D. El HAJJAR, Y. YAN, G. GINOLHAC et M.N. El KORSO : Sequential phase linking : progressive integration of SAR images for operational phase estimation. *In IGARSS*. IEEE, 2024.

[9] A. MIAN, G. GINOLHAC, J-P. OVARLEZ et A.M. ATTO : New robust statistics for change detection in time series of multivariate SAR images. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 67(2):520–534, 2018.

[10] D. MINH et S. TEBALDINI : Interferometric phase linking : Algorithm, application, and perspective. *IEEE GRSM*, 11(3):46–62, 2023.

[11] E. OLLILA, D.E. TYLER, V. KOIVUNEN et H.V. POOR : Complex elliptically symmetric distributions : Survey, new results and applications. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 60(11):5597–5625, 2012.

[12] B. PINEL-PUYSSÉGUR, R. MICHEL et J-P. AVOUAC : Multi-link InSAR time series : Enhancement of a wrapped interferometric database. *IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing*, 5(3):784–794, 2012.

[13] M. RAZAVIYAYN, M. HONG et Z.Q. LUO : A unified convergence analysis of block successive minimization methods for nonsmooth optimization. *SIAM Journal on Optimization*, 23(2):1126–1153, 2013.

[14] P. VU, A. BRELOY, F. BRIGUI, Y. YAN et G. GINOLHAC : Robust phase linking in InSAR. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 61:1–11, 2023.

[15] C. WANG, X. WANG, Y. XU, Bochen ZHANG, M. JIANG, S. XIONG, Q. ZHANG, W. LI et Q. LI : A new likelihood function for consistent phase series estimation in distributed scatterer interferometry. *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 60:1–14, 2022.

[16] P. Babu Y. SUN et D.P. PALOMAR : Majorization-minimization algorithms in signal processing, communications, and machine learning. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 65(3):794–816, 2016.