

Précodeur MMSE ajustable pour l'annulation d'interférences dans un système de communication MIMO massif multi-utilisateurs

Xuan CHEN^{1,2,3} Vincent SAVAUX² Matthieu CRUSSIÈRE³

¹TDF, 155 bis Av. Pierre Brossolette, 92120 Montrouge, France

²b<>com, 1219 Av. des Champs Blancs, 35510 Cesson-Sévigné, France

³INSA Rennes, CNRS, IETR UMR-6164, F-35700 Rennes

Résumé – Dans cet article, nous introduisons un nouveau précodage spatial pour résoudre le problème de l'interférence croisée (CI) entre utilisateurs (UE) dans un scénario de communication MIMO (multiple-input multiple-output) à voie descendante (DL). Le précodeur proposé s'appuie sur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne (MMSE) en considérant une contrainte supplémentaire ajustable qui permet à la station de base de réguler la CI affectant un UE spécifique. Après avoir dérivé l'expression théorique de ce nouveau précodeur MMSE ajustable (T-MMSE pour *tunable*), nous discutons le choix du paramètre de régulation de la CI et son impact sur les performances du système. Les résultats de simulation montrent sa grande flexibilité dans la gestion de l'interférence, ce qui en fait une solution plus polyvalente que le MMSE traditionnel dans divers scénarios de communication.

Abstract – In this paper, we introduce a newly developed MMSE-based spatial precoder, called Tunable MMSE (T-MMSE), to deal with the cross-interference (CI) among UEs in a multiple-input multiple-output (MIMO) downlink (DL) communication scenario. Unlike the conventional MMSE precoder, our approach adds a tunable constraint that enables the base station (BS) to regulate the CI affecting a specific UE. After deriving the theoretical expression for the optimal T-MMSE, we evaluate the influence of the tuning parameter on the performance of the communication. Simulation results show its strong flexibility in CI regulation, making it a universal solution for various real-world communication scenarios.

1 Introduction

Dans les réseaux cellulaires, l'utilisation de la formation de faisceaux numérique dans les stations de base (BS) à antennes multiples devient de plus en plus courante pour améliorer les performances des systèmes multi-utilisateurs et multi-antennes (MU-MIMO) [1, 2]. Parmi les différentes méthodes de formation de faisceaux, le précodage basé sur le critère de minisation de l'erreur quadratique moyenne (MMSE), également connu sous le nom de précodage par forçage à zéro régularisé (RZF) [3], est l'une des méthodes les plus largement étudiées. Elle est conçue pour trouver un équilibre entre un gain élevé de signal d'intérêt (SOI) et une limitation des interférences entre utilisateurs [4, 5].

L'un des principaux défis dans la formulation d'un précodage numérique optimal selon le critère MMSE est de réduire les interférences croisées (CI) pour les équipements utilisateurs (UE) en liaison descendante (DL) [6]. Dans la plupart des travaux existants, la conception du précodage numérique selon le critère MMSE est associée à des contraintes telles que la maximisation du débit total ou la minimisation de la puissance transmise [7, 8]. À notre connaissance, aucune des méthodes MMSE existantes n'a la capacité d'ajuster le niveau de CI, qui représente pourtant la principale source de dégradation dans les systèmes MU-MIMO.

Dans cet article, nous proposons une nouvelle approche pour concevoir et calculer le précodage MMSE, appelée T-MMSE (pour modulable, ou *tunable* en anglais). Inspirés par [9], qui utilise des contraintes similaires pour annuler les auto-interférences (SI) dans un système full-duplex (FD), nous étendons ce concept à tous les scénarios MU-MIMO en liaison descendante (DL). La formulation T-MMSE vise à permettre à la BS de moduler la CI d'un UE prioritaire, en l'atténuant

partiellement ou en l'annulant complètement, garantissant ainsi un service sans interférence et maximisant son débit. Les résultats de simulation montrent qu'en moyenne, l'approche T-MMSE offre un débit global (SR) nettement supérieur pour tous les UEs, comparée au précodage MMSE conventionnel, montrant ainsi l'intérêt de notre proposition.

La suite de cet article est organisée comme suit : la section II présente le modèle de système du scénario de communication MU-MIMO en liaison descendante (DL) considéré. La section III introduit la formulation du précodage T-MMSE proposé. La section IV expose les résultats de simulation et leur analyse, tandis que la section V conclut notre travail.

Notations : Les lettres en gras \mathbf{a} et normales a représentent respectivement les vecteurs et scalaires. a_k correspond à la k ème coefficient du vecteur \mathbf{a} . Les lettres majuscules \mathbf{A} représentent les matrices. \mathbf{A}^* , \mathbf{A}^T et \mathbf{A}^H indiquent respectivement la conjugué, la transposée et l'hermitien de la matrice \mathbf{A} , $\|\cdot\|_F$ représente la norme de Frobenius.

2 Modèle du Système MU-MIMO

La Fig. 1 illustre le modèle de système dans le scénario de communication DL considéré pour une communication MIMO. Dans ce scénario, la BS utilise K chaînes radio-fréquences (RF) pour desservir K UE en DL situés à proximité. Nous supposons que les UEs en DL et l'émetteur (T_x) de la BS disposent de la capacité de formation de faisceaux analogiques, en utilisant une matrice de précodage/combinaison analogique arbitrairement choisie.

Selon ce modèle de système, le vecteur $K \times 1$ regroupant tous les signaux DL reçus, noté \mathbf{y} , peut être exprimé comme suit :

$$\mathbf{y} = \mathbf{HFP}^{\frac{1}{2}}\mathbf{x} + \mathbf{n}, \quad (1)$$

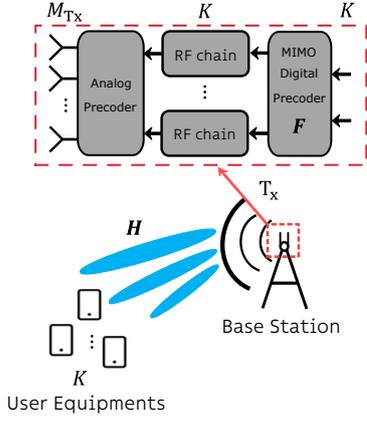


FIGURE 1 : Scénario de commniation MIMO DL considérée.

où $\mathbf{H} \in \mathbb{C}^{K \times K}$ représente la matrice de canal MIMO vue depuis les unités de bande de base (BB) des UEs, $\mathbf{F} \in \mathbb{C}^{K \times K}$ est la matrice de précodage numérique côté T_x de la BS, $\mathbf{P} = \text{diag}(P_0, \dots, P_{K-1})$ est la matrice d'allocation de puissance au niveau de la BS, $\mathbf{x} \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ est le vecteur des symboles complexes transmis aux UEs, et $\mathbf{n} \in \mathbb{C}^{K \times 1}$ est le vecteur de bruit. Il convient de noter que la définition de (1) peut également être utilisée dans le cas où le nombre d'UEs en DL est différent du nombre de chaînes RF disponibles en T_x , bien que ce cas ne soit pas détaillé dans cet article.

3 Dseign du Précocodeur T-MMSE

3.1 Formulation du Problème

Selon le modèle de système défini dans (1), le précodage numérique T-MMSE introduit est proposé comme la solution au problème d'optimisation suivant O_1 :

$$O_1 : \begin{cases} \underset{\mathbf{F}}{\text{argmin}} \mathbb{E}[\|\mathbf{P}^{\frac{1}{2}} \mathbf{x} - \mathbf{y}\|_F^2] \\ \text{s.t.} \quad \mathbb{E}[\|\mathbf{F}\mathbf{P}^{\frac{1}{2}} \mathbf{x}\|_F^2] = P_{T_x} & (c_P) \\ \mathbf{j}_k^T \mathbf{H}^* \mathbf{F}^* \mathbf{P}^{\frac{1}{2}} \mathbf{J}_k \mathbf{x}^* = \varepsilon & (c_k) \end{cases}, \quad (2)$$

avec $\mathbf{j}_k = [0, \dots, 1, \dots, 0]^T \in \mathbb{N}^{K \times 1}$ le vecteur nul contenant uniquement un 1 à sa k ième position. $\mathbf{J}_k = \text{diag}(1, \dots, 0, \dots, 1) \in \mathbb{N}^{K \times K}$ est une matrice diagonale contenant uniquement un 0 à sa k ième position, et $\varepsilon \in \mathbb{C}$ est un nombre complexe ajustable. L'objectif derrière O_1 est triple : (i) Définir une fonction de coût basée sur le critère MMSE conventionnel pour garantir une réception correcte du symbole transmis \mathbf{x} par tous les UEs; (ii) Appliquer la contrainte (c_P) pour s'assurer que le précodage optimal \mathbf{F} respecte la puissance de transmission disponible au T_x ; (iii) Appliquer la contrainte (c_k) afin de réguler la contribution des termes de CI pour le k ième UE.¹ Il est également important de noter que si $\mathbf{J}_k = \mathbf{I}_K$, avec \mathbf{I}_K la matrice identité de taille $K \times K$, la contribution entière de la k ième ligne est annulée. Cette contrainte est notamment utilisée dans des scénarios comme celui de [9], où une ligne du vecteur résultant représente la SI qui doit être annulée pour garantir un fonctionnement FD correct.

¹Il est à noter que, dans la définition de (c_k), nous considérons le conjugué de $\mathbf{H}\mathbf{F}\mathbf{P}^{\frac{1}{2}} \mathbf{x}$ pour rester mathématiquement cohérent avec la définition de dérivation matricielle donnée dans [10]. Cela n'impacte ni le résultat final ni la signification physique de la contrainte.

3.2 Solution Optimale

Comme la fonction de coût et les contraintes sont convexes, le problème d'optimisation (O_1) peut être résolu avec la méthode des multiplicateurs de Lagrange. En particulier, la solution optimale de (O_1) est donnée comme suit :

$$\mathbf{F}_{T\text{-MMSE}} = \underbrace{(\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \lambda_P \mathbf{I}_K)^{-1} \mathbf{H}^H}_{\mathbf{G}(\lambda_P)} (\mathbf{I}_K - \mu_k \mathbf{j}_k \mathbf{x}^H \mathbf{J}_k \mathbf{P}^{-\frac{1}{2}}), \quad (3)$$

où λ_P et μ sont respectivement les facteurs de Lagrange associé aux contraintes (c_P) et (c_k). En particulier, μ_k peut être exprimé comme suit :

$$\mu_k(\lambda_P) = \frac{\mathbf{j}_k^T \Gamma(\lambda_P) \mathbf{P}^{\frac{1}{2}} \mathbf{J}_k \mathbf{x} - \varepsilon}{\mathbf{j}_k^T \Gamma(\lambda_P) \mathbf{j}_k \mathbf{x}^H \mathbf{J}_k \mathbf{x}}, \quad (4)$$

où $\Gamma(\lambda_P) = \mathbf{H}\mathbf{G}(\lambda_P)$. A partir de (c_P) dans (2), λ_P satisfait la relation suivante :

$$\mathbb{E}[\|\mathbf{F}_{\text{opt}}(\mu_k(\lambda_P), \mathbf{x}) \mathbf{P}^{\frac{1}{2}} \mathbf{x}\|_F^2] = P_{T_x}. \quad (5)$$

Notez que, puisqu'il n'existe pas de forme fermée pour λ_P , nous ne fournissons pas le calcul explicite de λ_P . Cependant, λ_P peut être déterminé numériquement avec toute la précision souhaitée. De plus, si la contrainte de régulation (c_k) est absente, le problème d'optimisation (O_1) correspond à la détermination du précocodeur MMSE conventionnel, comme décrit dans [11, 12], dont l'expression est donnée par :

$$\mathbf{F}_{\text{MMSE}} = (\mathbf{H}^H \mathbf{H} + \lambda_P \mathbf{I})^{-1} \mathbf{H}^H. \quad (6)$$

Il est également intéressant de noter que la détermination du facteur de Lagrange associé à la contrainte de puissance (c_P), λ_P , peut être effectuée indépendamment de celle associée à la contrainte de régulation (c_k). En effet, en substituant l'expression de $\mathbf{F}_{T\text{-MMSE}}$ définie dans (3) dans la contrainte (c_k), il est facile de constater que (c_k) reste satisfaite quelle que soit la valeur de λ_P . Par conséquent, la résolution du problème d'optimisation O_1 peut être réalisée en deux étapes : d'abord, déterminer la valeur de λ_P sans tenir compte de (c_k), puis calculer μ_k en fonction de cette valeur de λ_P .

Le précocodeur $\mathbf{F}_{T\text{-MMSE}}$ peut également être interprété comme la différence entre deux précocodeurs : le premier correspond au précocodeur MMSE défini dans (6), tandis que le second découle de la contrainte de régulation (c_k). Une modification du paramètre ε entraîne un changement du facteur μ_k , ce qui influe directement sur le poids de ce second terme dans (3). Ainsi, le T-MMSE peut être considéré comme une version ajustable du MMSE conventionnel, dont la performance peut être régulée à l'aide du paramètre ε . Dans la section suivante, nous analyserons concrètement l'impact de ce paramètre sur la performance de communication des UEs.

3.3 Choix du Paramètre de Régulation ε

Dans cette section, nous discutons du choix du paramètre de modulation ε et son influence sur l'efficacité spectrale (SE) du k ième UE. La SE pour le k ième UE peut être définie comme suit :

$$\text{SE}_k(\varepsilon) = \log_2 \left(1 + \frac{P_{\text{SOI},k}(\varepsilon)}{\sigma_k^2 + P_{\text{CI},k}(\varepsilon)} \right), \quad (7)$$

où $P_{\text{SOI},k}(\varepsilon)$, σ_k^2 et $P_{\text{CI},k}(\varepsilon)$ correspondent respectivement à la puissance SOI, la puissance de bruit et la puissance de CI

pour le k ième UE. Avec le précodeur T-MMSE défini dans (3), $P_{\text{SOI},k}(\varepsilon)$ et $P_{\text{CI},k}(\varepsilon)$ peuvent se calculer de la manière suivante :

$$P_{\text{SOI},k}(\varepsilon) = |\mathbf{j}_k^T \mathbf{H} \mathbf{F}_{\text{T-MMSE}}(\varepsilon) \mathbf{P}^{\frac{1}{2}} \mathbf{j}_k \mathbf{x}_k|^2, \quad (8)$$

et

$$P_{\text{CI},k}(\varepsilon) = |\mathbf{j}_k^T \mathbf{H} \mathbf{F}_{\text{T-MMSE}}(\varepsilon) \mathbf{P}^{\frac{1}{2}} \mathbf{J}_k \mathbf{x}|^2. \quad (9)$$

En remplaçant $\mathbf{F}_{\text{T-MMSE}}$ par son expression dans (3), (8) peut se simplifier comme suit :

$$\begin{aligned} P_{\text{SOI},k}(\varepsilon) &= |\mathbf{j}_k^T \mathbf{\Gamma}(\lambda_P) (\mathbf{I} - \mu_k(\varepsilon) \mathbf{j}_k \mathbf{x}^H \mathbf{J}_k \mathbf{P}^{\frac{1}{2}} \mathbf{j}_k \mathbf{x}_k)|^2 \\ &= |\underbrace{\mathbf{j}_k^T \mathbf{\Gamma}(\lambda_P)}_{P_{\text{SOI,MMSE},k}} - \mu_k(\varepsilon) \mathbf{j}_k^T \mathbf{\Gamma}(\lambda_P) \mathbf{j}_k \mathbf{x}^H \underbrace{\mathbf{J}_k \mathbf{j}_k \mathbf{x}_k}_0|^2 \\ &= P_{\text{SOI,MMSE},k} \end{aligned} \quad (10)$$

où $P_{\text{SOI,MMSE},k}$ correspond à la puissance du SOI pour le k ième UE avec le précodeur MMSE conventionnel défini dans (6). En remarquant que le produit matriciel $\mathbf{J}_k \mathbf{j}_k = \mathbf{0}$, la puissance du SOI pour le k ième UE est simplement égal à sa puissance du SOI avec le précodeur conventionnel MMSE, qui est indépendant du paramètre ε . De même, $P_{\text{CI},k}$ se calcule d'une manière similaire :

$$P_{\text{CI},k}(\varepsilon) = |\mathbf{j}_k^T \mathbf{\Gamma}(\lambda_P) \mathbf{P}^{\frac{1}{2}} \mathbf{J}_k \mathbf{x} - \mu_k \mathbf{j}_k^T \mathbf{\Gamma}(\lambda_P) \mathbf{j}_k \mathbf{x}^H \mathbf{J}_k^2 \mathbf{x}|^2. \quad (11)$$

De part sa construction, il est facile de remarquer que $\mathbf{J}_k^2 = \mathbf{J}_k$. Puis, en remarquant que les termes $\mathbf{j}_k^T \mathbf{\Gamma}(\lambda_P) \mathbf{j}_k$ et $\mathbf{x}^H \mathbf{J}_k \mathbf{x}$ sont deux scalaires et leur produit correspond exactement au dénominateur de $\mu_k(\varepsilon)$ dans (4), (11) devient simplement :

$$\begin{aligned} P_{\text{CI},k}(\varepsilon) &= |\mathbf{j}_k^T \mathbf{\Gamma}(\lambda_P) \mathbf{P}^{\frac{1}{2}} \mathbf{J}_k \mathbf{x} - \mathbf{j}_k^T \mathbf{\Gamma}(\lambda_P) \mathbf{P}^{\frac{1}{2}} \mathbf{J}_k \mathbf{x} + \varepsilon|^2 \\ &= |\varepsilon|^2. \end{aligned} \quad (12)$$

Finalement, SE_k peut s'écrire simplement comme suit :

$$\text{SE}_k(\varepsilon) = \log_2 \left(1 + \frac{P_{\text{SOI,MMSE},k}}{\sigma_k^2 + |\varepsilon|^2} \right). \quad (13)$$

À partir de (13), nous remarquons tout d'abord que SE_k ne dépend que du module d' ε , ce qui limite le choix du paramètre ε sur \mathbb{R} au lieu de \mathbb{C} . Notons que cette dépendance en $|\varepsilon|$ vient du critère de régularisation choisi. D'autres critères peuvent nécessiter un ε complexe. Puis, il est clair que SE_k est une fonction décroissante en $|\varepsilon|$. En particulier, sa valeur maximale, *i.e.* une annulation stricte de la CI, est atteint pour $\varepsilon = 0$, ce qui rejoint l'approche d'annulation de SI dans une communication FD dans [9]. Dans ce cas là, il est clair que (13) devient une fonction non bornée en fonction du ratio signal à bruit (SNR), ainsi correspondant à un environnement de communication idéale sans CI.

À ce stade, il est clair que $\varepsilon = 0$ est le choix optimal pour maximiser la SE du k ième UE. Cependant, ce choix n'est pas optimal pour les autres UEs autour de la BS. En effet, il est possible de démontrer que la SE pour le l ième UE ($l \neq k$) est une fonction croissante de $|\varepsilon|$. Par souci de concision, nous n'incluons pas cette démonstration dans cet article, mais ce phénomène peut être facilement compris. En effet, comme montré dans [9], contraindre une ligne de la matrice résultante du canal engendre des perturbations sur les autres lignes de cette matrice. Par conséquent, la régulation du CI sur le k ième UE se fait au prix d'une augmentation du CI sur les autres UEs. Ainsi, un compromis doit être trouvé pour optimiser à la fois la SE du k ième UE et celle des autres. Dans la suite de l'article, nous examinerons ce compromis à travers des résultats de simulation.

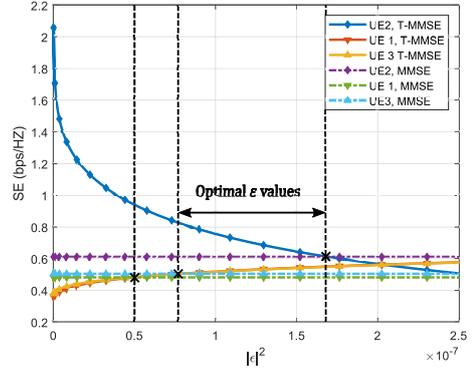


FIGURE 2 : SE versus $|\varepsilon|^2$ pour les 3 UEs du scénario DL ($k = 2$, SNR = 5dB).

4 Simulation & Discussion

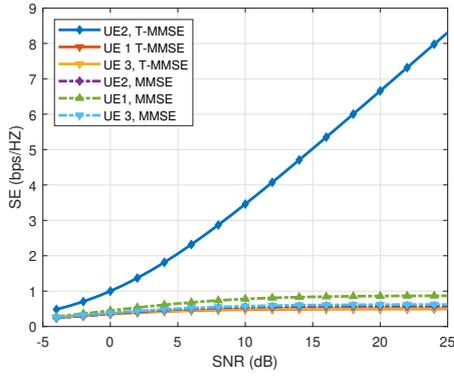
4.1 Paramètre de Simulation

Dans cette section, nous présentons les paramètres de simulation sur Matlab utilisés pour évaluer la performance du précodeur T-MMSE proposé dans le cadre d'une BS MU-MIMO opérant en communication DL. Dans notre environnement de simulation, nous considérons $K = 3$ UEs positionnés autour de la BS, chacun équipé d'une antenne isotropique. La BS transmet le signal DL aux UEs à l'aide d'un réseau planaire uniforme (UPA) comportant 48 antennes (16 antennes par UE). Nous supposons que la BS connaît les positions des UEs et met en œuvre un dépointage analogique des faisceaux à l'aide d'une structure de chaînes RF partiellement connectée. Un modèle de canal multi-trajets basé sur le ray-tracing, comme décrit dans [13], est utilisé pour modéliser \mathbf{H} , avec un nombre $L = 7$ d'obstacles placés aléatoirement dans la scène. De plus, nous supposons que la BS dispose de l'information sur l'état du canal (CSI). Les résultats de simulation sont obtenus en moyennant 2000 réalisations aléatoires des obstacles dans la scène. Sauf mention contraire, les résultats présentés sont basés sur ces paramètres.

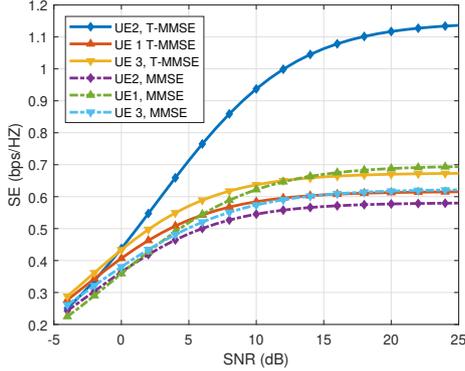
4.2 Résultat de Simulation & Discussion

Tout d'abord, dans la Fig. 2, nous analysons la performance de la SE en fonction de $|\varepsilon|^2$ pour les trois UEs du scénario à SNR = 5dB. Afin de mettre en évidence l'avantage de l'approche T-MMSE, nous avons également tracé les courbes de performance de la SE avec un précodeur MMSE conventionnel. Dans ce cas, nous considérons $k = 2$, ce qui signifie que la régulation de la CI a été appliquée à l'UE2. On remarque d'abord que SE_2 est bien une fonction décroissante de $|\varepsilon|^2$, validant ainsi notre analyse théorique de la section précédente. De plus, on observe que pour l'UE2, la SE obtenue avec le T-MMSE est largement supérieure à celle du MMSE conventionnel, notamment pour des valeurs de $|\varepsilon|^2$ comprises entre 0 et 1.7×10^{-7} .

En parallèle, pour l'UE1 et l'UE3, nous constatons que leur SE est bien une fonction croissante de $|\varepsilon|^2$, ce qui est cohérent avec l'analyse théorique précédente. De plus, la SE de l'UE1 avec le T-MMSE devient supérieure à celle obtenue avec le MMSE conventionnel à partir de $|\varepsilon|^2 > 0.5 \times 10^{-7}$, tandis que la SE de l'UE3 avec le T-MMSE dépasse celle du MMSE conventionnel à partir de $|\varepsilon|^2 > 0.75 \times 10^{-7}$. En marquant ces points où le T-MMSE surpasse le MMSE conventionnel, on identifie une plage de valeurs, entre $|\varepsilon|^2 = 0.75 \times 10^{-7}$ et $|\varepsilon|^2 = 1.7 \times 10^{-7}$, où la SE obtenue avec le T-MMSE est



(a) SE vs SNR pour les 3 UEs du scénario DL ($|\epsilon|^2 = 0$).



(b) SE vs SNR pour les 3 UEs du scénario DL ($|\epsilon|^2 = 10^{-7}$).

FIGURE 3 : Comparaison de stratégie de régulation de la CI sur la performance de la SE en fonction de SNR.

supérieure pour tous les UEs du scénario. Enfin, on observe également qu'à $|\epsilon|^2 = 0$, qui correspond à la valeur optimale de SE_2 , le gain en SE de l'UE2 compense largement les pertes de SE des autres UEs, garantissant ainsi un meilleur SR global pour l'ensemble du scénario.

Enfin, pour illustrer l'application du précodeur T-MMSE, nous proposons à titre d'exemple, sur la Fig. 3, deux stratégies de régulation de $|\epsilon|^2$. La Fig. 3-(a) montre une stratégie d'annulation stricte de la CI, avec $|\epsilon|^2 = 0$, tandis que la Fig. 3-(b) présente une régulation plus souple avec $|\epsilon|^2 \neq 0$. Dans le cas d'annulation stricte de la CI (Fig. 3-(a)), SE_2 devient non bornée, validant l'analyse théorique précédente, avec un gain significatif par rapport au MMSE conventionnel (e.g., près de 8 bps/Hz à SNR = 25 dB). Cependant, la SE des autres UEs diminue légèrement, un compromis acceptable face au gain obtenu pour l'UE2. Avec une régulation souple (Fig. 3-(b)), la SE de tous les UEs reste bornée et légèrement supérieure à celle du MMSE conventionnel. Toutefois, ce gain est plus modeste comparé à l'annulation stricte de la CI. En conclusion, ces deux stratégies améliorent la SR dans le scénario étudié. Le choix de $|\epsilon|^2$ permet d'ajuster la régulation de la CI selon les besoins spécifiques de l'utilisateur.

5 Conclusion

Dans ce papier, nous avons proposé le T-MMSE, une méthode innovante de formation de faisceau numérique basée sur le critère MMSE, intégrant une contrainte supplémentaire pour réguler la CI d'un UE et améliorer sa SE. Les résultats théoriques et simulés montrent qu'un choix judicieux du paramètre de ré-

gulation ϵ permet d'augmenter la SE de tous les UEs, surpassant ainsi le MMSE conventionnel. Cette méthode, adaptée à des scénarios comme l'integrated access & backhaul (IAB), où un débit backhaul élevé est requis, s'avère prometteuse pour les communications à haute performance dans les réseaux 5G et au-delà.

Références

- [1] Tewelgn Kebede, Yihewew Wondie, Johannes Steinbrunn, Hailu Belay Kassa, and Kevin T. Kornegay. Precoding and Beamforming Techniques in mmWave-Massive MIMO : Performance Assessment. *IEEE Access*, 10 :16365–16387, 2022.
- [2] Wen-Bin Sun, Wei-Xiao Meng, Ji-Chong Guo, and Cheng Li. Multiuser MIMO Opportunistic Beamforming Communications : State-of-the-Art and Perspectives. *IEEE Wireless Communications*, 29(3) :95–101, 2022.
- [3] Talha Younas, Jiandong Li, Jehangir Arshad, Hafiz Mudassir Munir, Muluneh Mekonnen Tulu, and Osama Younas. Performance of ZF and RZF in massive MIMO with channel aging. In *2017 3rd IEEE International Conference on Computer and Communications (ICCC)*, pages 930–934, 2017.
- [4] Emil Björnson, Jakob Hoydis, and Luca Sanguinetti. *Massive MIMO Networks : Spectral, Energy, and Hardware Efficiency*, volume 11. Foundations and Trends in Signal Processing, 2017.
- [5] Prabhat Raj Gautam, Li Zhang, and Pingzhi Fan. Hybrid MMSE Precoding for Millimeter Wave MU-MISO via Trace Maximization. *IEEE Transactions on Wireless Communications*, 23(3) :1999–2010, 2024.
- [6] Nusrat Fatema, Guang Hua, Yong Xiang, Dezhong Peng, and Iynkaran Natgunanathan. Massive MIMO Linear Precoding : A Survey. *IEEE Systems Journal*, 12(4) :3920–3931, 2018.
- [7] Changick Song and Younghyun Jeon. Weighted MMSE Precoder Designs for Sum-Utility Maximization in Multi-User SWIPT Network-MIMO With Per-BS Power Constraints. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 67(3) :2809–2813, 2018.
- [8] Yafei Wang, Wenjin Wang, Li You, Christos G. Tsinos, and Shi Jin. Weighted MMSE Precoding for Constructive Interference Region. *IEEE Wireless Communications Letters*, 11(12) :2605–2609, 2022.
- [9] Xuan Chen, Vincent Savaux, Matthieu Crussière, Patrick Savelli, and Koffi-Clément Yao. Self-Interference Cancellation for MIMO Full-Duplex Downlink Systems : A Constrained MMSE-Based Precoding Approach. *IEEE Access*, 13 :57030–57042, 2025.
- [10] Are Hjørungnes and David Gesbert. Complex-Valued Matrix Differentiation : Techniques and Key Results. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 55(6) :2740–2746, 2007.
- [11] Bernd Bandemer, Martin Haardt, and Samuli Visuri. Linear MMSE Multi-User MIMO Downlink Precoding for Users with Multiple Antennas. In *2006 IEEE 17th International Symposium on Personal, Indoor and Mobile Radio Communications*, pages 1–5, 2006.
- [12] M. Joham, W. Utschick, and J.A. Nosssek. Linear transmit processing in MIMO communications systems. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 53(8) :2700–2712, 2005.
- [13] A. Rozé, M. Crussière, M. Hélaré, and C. Langlais. Comparison between a hybrid digital and analog beamforming system and a fully digital Massive MIMO system with adaptive beamsteering receivers in millimeter-Wave transmissions. In *2016 International Symposium on Wireless Communication Systems (ISWCS)*, pages 86–91, 2016.