

Impact de la transformée de Keystone sur la détection de cibles radar

Hind AIT TALEB^{1,3} Abigael TAYLOR² Valentine WASIK¹ Yassin EL HILLALI³

¹DEMR, ONERA, Université de Toulouse, 31000, Toulouse, France

²DEMR, ONERA, Université Paris-Saclay, 91120, Palaiseau, France

³IEMN, UMR CNRS 8520, UPHF, 59300 Valenciennes - France

Résumé – La transformée de Keystone (KT) est une méthode utilisée pour corriger la migration distance des cibles en mouvement sans connaissance a priori de leur vitesse. Cette méthode repose sur une transformation temporelle via l’interpolation de la compression d’impulsions dans le domaine spectral. L’article montre que l’interpolation modifie la distribution de bruit et entraîne une variation de sa variance. Une expression théorique de cette nouvelle variance est proposée, en accord avec les simulations. Ne pas considérer cette variation dans l’algorithme de détection des cibles peut dégrader la performance de détection, étant donné que la distribution de bruit n’est pas uniforme sur la carte distance-Doppler à la sortie de la KT.

Abstract – The Keystone Transform (KT) is a method used to correct the range migration of moving targets without a priori knowledge of their speed. This method is based on time rescaling through interpolation of the pulse compression output in the spectral domain. The article shows that interpolation modifies the noise distribution, changing its variance. A theoretical expression of this new variance is proposed, which corresponds with the simulations. Not taking this variation into account in the detection algorithm can degrade detection performance, as the noise distribution is not uniform on the range-Doppler map after the KT.

1 Introduction

Dans le traitement radar, la migration distance se produit lorsque la cible se déplace sur plusieurs cases distances durant la période d’intégration. Ce phénomène peut dégrader la capacité du système radar à détecter et suivre correctement la cible, en particulier dans des environnements à faible rapport signal sur bruit (SNR).

La transformée de Keystone (KT) est une méthode utilisée pour corriger la migration distance, initialement utilisée en imagerie SAR [1]. La méthode est basée sur une interpolation sur le temps long de la compression d’impulsion, effectuée dans le domaine fréquentiel, pour éliminer le couplage entre la vitesse et la fréquence qui cause la migration distance. La KT classique est implémentée en utilisant l’interpolation de Witteraker-Shannon (sinc) [2].

Dans la littérature, à notre connaissance, l’impact de cette interpolation sur le bruit n’a pas été étudié, et en particulier sur les performances de détection d’une cible. En effet, le changement de la distribution de bruit entraînerait une dégradation des performances avec des détecteurs qui supposent une distribution de bruit uniforme sur les cases adjacentes.

Ce papier évalue l’impact de la transformation de Keystone sur les performances de détection de deux détecteurs classiques de la littérature : MF (Matched Filter) [3] et CA-CFAR (Cell-Averaging Constant False Alarm Rate) [4]. Les performances de détection évaluées à la sortie de la KT sont comparées au cas de référence d’une cible qui ne migre pas en distance.

L’article est organisé de la façon suivante : la KT est présentée dans la section 2 et son impact sur la distribution du bruit est étudié dans la section 3. L’évaluation des performances de détection de la KT en comparaison avec le cas de référence est étudié dans la section 4.

2 Transformée de Keystone

Nous considérons un radar qui émet un train d’impulsion avec N_{rec} répétition du signal émis $s_e(t)$, qui est un chirp dans cet article. Le signal reçu $s_r(t)$ est une copie atténuée et décalée du signal $s_e(t)$:

$$s_r(t) = \alpha s_e \left(t - 2 \frac{d(t)}{c} \right) \exp \left(-j4\pi f_c \frac{d(t)}{c} \right), \quad 0 \leq t \leq T, \quad (1)$$

avec T la durée d’impulsion, f_c la fréquence porteuse, c la célérité des ondes électromagnétiques dans le vide, $d(t)$ la distance de la cible qui dépend de sa vitesse v par la relation $d(t) = d(0) + vt$.

Nous supposons que la distance de la cible reste constante pendant la durée d’impulsion et peut changer d’impulsion à impulsion. La vitesse v est constante durant le temps d’émission et l’accélération est nulle. Sans perte de généralité, le facteur d’atténuation α est négligé par la suite. Le signal reçu à l’impulsion k s’écrit :

$$s_r(t, t_k) = s_e \left(t - 2 \frac{d(t_k)}{c} \right) \exp \left(-j4\pi f_c \frac{d(t)}{c} \right), \quad (2)$$

avec $t_k = kT$ la variable temporelle sur l’axe temps long et $-\frac{N_{rec}-1}{2} \leq k \leq \frac{N_{rec}-1}{2}$.

La compression d’impulsion dans le domaine spectral s’écrit :

$$P(f, t_k) = |P_e(f)|^2 \exp \left(-j4\pi \frac{(f_c + f)}{c} (d(0) + vt_k) \right), \quad (3)$$

avec $P_e(f)$ le spectre du signal émis sur l’axe temps court de taille N_1 .

L’équation 3 montre qu’il existe un couplage entre la fréquence et la vitesse qui cause la migration distance. La KT

consiste à effectuer une transformation sur le domaine temporel pour éliminer ce couplage [2] : $t' = \frac{f+f_c}{f_c} t_k$ avec $t_k \in [-\frac{N_{rec}-1}{2}, \frac{N_{rec}-1}{2}]T$. Notons que cette nouvelle variable dépend du temps long et de la fréquence.

L'expression de la compression d'impulsion après l'interpolation sur l'axe temps long de taille N_{rec} devient :

$$P(f, t') = \Pi_{\frac{f+f_c}{f_c}(N_{rec}-1)T}(t') |P_e(f)|^2 \exp\left(-j4\pi \frac{(f_c + f)}{c} d(0)\right) \exp(-j4\pi f_c v t'), \quad (4)$$

avec $\Pi_{\frac{f+f_c}{f_c}(N_{rec}-1)T}$ la fonction rectangle.

L'interpolation sinc est appliquée à la compression d'impulsion :

$$P(f, t') = \Pi_{\frac{f+f_c}{f_c}(N_{rec}-1)T}(t') \sum_{k=-\infty}^{+\infty} P(f, t_k) \operatorname{sinc}\left(\frac{\frac{f_c}{f+f_c} t' - nT}{T}\right), \quad (5)$$

avec sinc la fonction sinus cardinal.

L'interpolation sinc est gourmande en temps de calcul. Pour réduire ce temps de calcul, [2] propose de restreindre le calcul à un nombre réduit de points car la fonction sinus cardinal s'atténue fortement quand on s'éloigne de l'origine. Pour chaque variable temporelle t' , l'origine du sinus cardinal se situe à l'entier $\lfloor (\frac{f_c}{f+f_c} t') \rfloor$ et l'interpolation s'effectue sur une plage de N_i valeurs autour de l'origine. L'équation 5 devient, après réduction du nombre de points à N_i :

$$P(f, t') = \Pi_{\frac{f+f_c}{f_c}(N_{rec}-1-\frac{N_i-1}{2})T}(t') \sum_{n=-\frac{N_i-1}{2}}^{\frac{N_i-1}{2}} P(f, \lfloor (\frac{f_c}{f+f_c} t') \rfloor - nT) \operatorname{sinc}\left(\frac{\frac{f_c}{f+f_c} t' - \lfloor (\frac{f_c}{f+f_c} t') \rfloor - nT}{T}\right). \quad (6)$$

On note $\zeta(f, t') = \Pi_{\frac{f+f_c}{f_c}(N_{rec}-1-\frac{N_i-1}{2})T}(t')$ la matrice de taille $N_1 \times N_{rec}$. Le module de l'image définie par cette matrice a une forme de trapèze en raison du changement de la largeur de la fonction rectangle à chaque fréquence. En effet, la fonction rectangle contracte l'axe temps long sur la première moitié de l'axe temps court où $\frac{f+f_c}{f_c}(N_{rec}-1)T \leq (N_{rec}-1)T$.

On note $\mathbf{P}(l, t(k, n)) = P(f, \lfloor (\frac{f_c}{f+f_c} t') \rfloor - nT)$ la matrice contenant les compressions d'impulsions calculées à f et t' et leurs valeurs adjacentes, avec l et k respectivement l'indice de la fréquence f et du temps t' et $t(k, n) = \lfloor (\frac{f_c}{f+f_c} t') \rfloor - nT$.

On note également $\mathbf{S}_n(l, k) = \operatorname{sinc}\left(\frac{\frac{f_c}{f+f_c} t' - \lfloor (\frac{f_c}{f+f_c} t') \rfloor - nT}{T}\right)$ la matrice contenant les facteurs de l'interpolation sinc. L'équation 6 devient :

$$P(l, k) = \zeta(l, k) \sum_{n=-\frac{N_i-1}{2}}^{\frac{N_i-1}{2}} \mathbf{P}(l, t(k, n)) \mathbf{S}_n(l, k). \quad (7)$$

Dans la suite, le nombre de points de l'interpolation est réduit à $N_i = 11$ [2].

3 Distribution du bruit après la KT

Le but de cette partie est de déterminer l'impact de la KT sur la distribution de bruit. Le bruit est supposé blanc gaussien à l'entrée de la KT : $b \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$. L'interpolation sinc est appliquée au bruit selon l'équation 7. A cette étape, on effectue la sommation de variables aléatoires indépendantes qui sont multipliés par le facteur $\zeta(l, k) \mathbf{S}_n(l, k)$. En émettant l'hypothèse que ce facteur varie localement peu au voisinage de 1, la distribution de bruit reste gaussienne après l'interpolation. Ensuite, la transformée de Fourier sur le temps long est appliquée pour obtenir la carte fréquence-Doppler. La dernière étape consiste à effectuer la transformée de Fourier sur le temps court pour obtenir la carte distance-Doppler. La variance du bruit est calculée sur la carte distance-Doppler. Le détail des calculs ne sera pas donné ici faute de place, mais on peut montrer que l'expression de la variance sur la carte distance Doppler après KT dépend de la case Doppler m et s'écrit :

$$\sigma_{KT}(m) = \frac{\sigma^2}{N_1^2} \sum_{l=1}^{N_1-1} \sum_{t=-\frac{N_{rec}-1}{2}T}^{\frac{N_{rec}-1}{2}T} \left| \sum_{k=1}^{N_{rec}-1} \sum_{n=-\frac{N_i-1}{2}}^{\frac{N_i-1}{2}} \zeta(l, k) \mathbf{S}_n(l, k) \exp\left(-j2\pi \frac{(m-1)(k-1)}{N_{rec}}\right) \right|^2. \quad (8)$$

La figure 1 donne la carte de la variance du bruit sur le temps court et le temps long qui correspond à la vitesse de la cible. Elle est obtenue à l'aide de la méthode de Monte-Carlo avec 1000 tirages de bruit. La variance varie uniquement sur le temps long, comme exprimé dans l'équation 8.

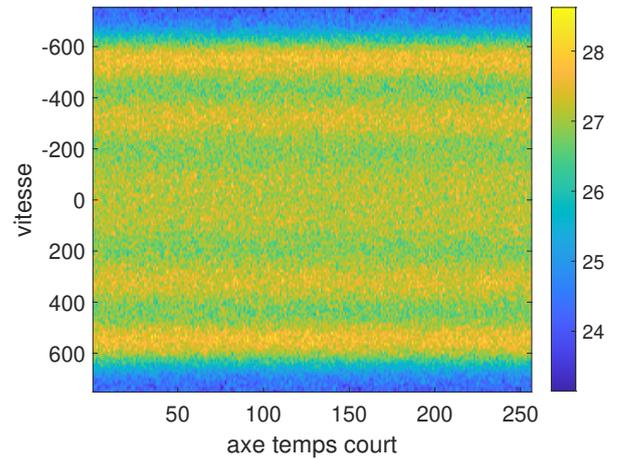


FIGURE 1 : carte vitesse-temps court de la variance du bruit obtenue par simulations de Monte Carlo sur 1000 réalisations de bruit

La figure 2 montre la variation de la variance sur l'axe temps long. La courbe théorique correspond à l'équation 8 et la courbe expérimentale est obtenue à l'aide de la méthode de Monte-Carlo avec 1000 tirages de bruit. La variance du bruit dépend donc du temps long, ce qui pour une cible traduira

une dépendance à sa vitesse. Dans le cas d'une cible avec une vitesse de 440 m s^{-1} , les variances évoluent rapidement au voisinage de la cible. Cette variation de variance doit être prise en compte pour la détection, soit grâce à la loi théorique soit en utilisant un estimateur de variance adapté. En effet, l'estimation de la variance sans prendre en compte cette nouvelle distribution risque d'être biaisée, ce qui peut dégrader la probabilité de détection. Pour évaluer l'impact de cette loi fluctuante, nous allons considérer deux algorithmes de détection MF et CA-CFAR pour évaluer la probabilité de détection à la sortie de la KT.

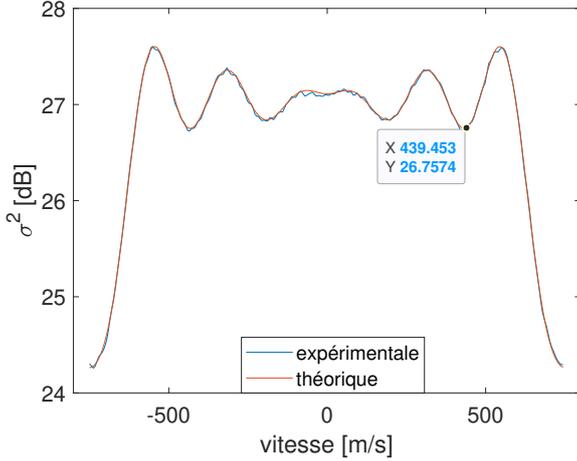


FIGURE 2 : Variation de la variance à la sortie de la KT pour un bruit blanc gaussien en entrée ($b \sim \mathcal{N}(0, \sigma^2)$ et $\sigma^2 = 28.04 \text{ dB}$)

4 Impact de la KT sur les performances de détection

4.1 Algorithmes de détection MF et CA-CFAR

Nous considérons le problème de détection d'un signal s_e en présence d'un bruit blanc gaussien. Le problème de détection consiste à tester les deux hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} H_1 : z = \alpha s_e + b \\ H_0 : z = b \end{cases} \quad (9)$$

avec α le facteur d'atténuation.

Sur la carte distance-Doppler, chaque case de valeur z est comparée à un seuil pour détecter la présence ou non d'une cible. Dans le cas où la variance du bruit est connue, le détecteur utilisé est le MF, qui s'écrit [3] :

$$|z|^2 \leq \sigma^2 \lambda_{MF}, \quad (10)$$

avec σ^2 la variance, $\lambda_{MF} = -\log_{10}(PFA)$ et PFA la probabilité de fausse alarme.

Dans le cas où la variance du bruit est inconnue, le détecteur utilisé est le CA-CFAR, qui s'écrit [5] :

$$|z|^2 \leq \hat{\sigma}^2 \lambda_{CA-CFAR}, \quad (11)$$

avec $\hat{\sigma}^2$ la variance estimée, N le nombre de cases utilisées pour l'estimation des covariances et $\lambda_{CA-CFAR} = N(PFA^{-1/N} - 1)$ [5].

En supposant que les variables aléatoires sont gaussiennes ayant la même variance et indépendantes entre elles, $\hat{\sigma}^2 = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^{N-1} |z_k|^2$. La variance est estimée sur une fenêtre de taille N autour de la case sous test. Le test consiste à comparer chaque case de la carte distance-Doppler à un seuil adaptatif qui dépend de la variance estimée.

4.2 Simulations

Le but de cette partie est d'évaluer les performances de détection d'une cible migrant en distance après application de la KT. Pour cela, nous comparons les performances de détection à la sortie de la KT au cas de référence avec une cible qui ne migre pas en distance. Lors de la simulation, un bruit blanc gaussien de variance théorique σ^2 connue est généré. Les deux algorithmes MF et CA-CFAR sont utilisés pour évaluer la probabilité de détection. La variance théorique σ^2 est utilisée pour le MF dans le cas de référence. Pour le MF appliqué à la KT, deux cas sont comparés : l'utilisation de la variance théorique d'entrée σ^2 et l'utilisation de la variance de sortie de la KT σ_{KT}^2 calculée à partir de l'équation 8. Concernant l'algorithme CA-CFAR, la variance est estimée sur une fenêtre de taille $N = 16$.

La figure 3 donne la la probabilité de détection (PD) en fonction du SNR pour une probabilité de fausse alarme (PFA) de 10^{-3} pour le cas de référence et la KT en utilisant les algorithmes MF et CA-CFAR.

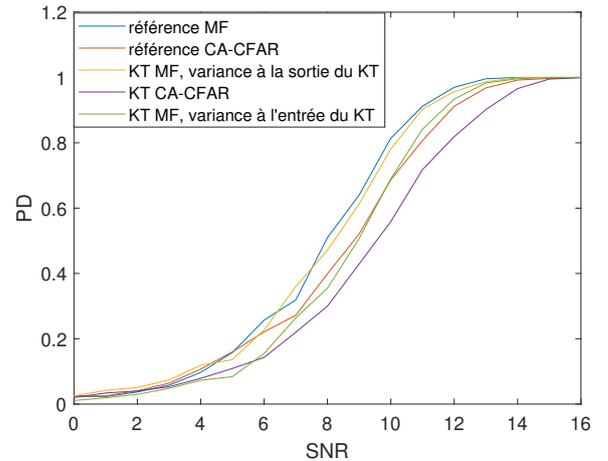


FIGURE 3 : PD en fonction du SNR pour $PFA=10^{-3}$

Les résultats montrent que les courbes ont la même allure avec une PD qui avoisine 0 à SNR = 0 dB et qui se rapproche de 1 à SNR = 14 dB.

En utilisant la variance du bruit à l'entrée σ^2 du KT avec le MF au lieu de celle à la sortie du Keystone obtenue à l'équation 8 avec le MF, la probabilité de détection se dégrade jusqu'à 26% pour SNR = 8 dB. Ceci est dû au fait que la variance à la sortie du Keystone est inférieure à celle en entrée, ce qui justifie la nécessité de prendre en compte la fluctuation de la variance dans l'algorithme de détection.

Les performances de détection du KT avec le MF et la variance σ_{KT}^2 sont légèrement inférieures à celles du cas de référence avec le MF. La différence est due au changement de la largeur du support fréquentiel à l'équation 6. Ceci induit

une perte d'énergie par rapport au cas de référence avec une cible qui ne migre pas.

Le CA-CFAR appliqué à la KT donne une PD inférieure à celle du MF pour toutes les valeurs du SNR mais la différence est plus marquée que pour le cas de référence. La dégradation de performance peut atteindre 20% à SNR=11 dB. En effet, l'estimation de la variance en moyennant les variances des cases adjacentes n'est pas adaptée dans le cas du KT. La figure 2 montre que les cases adjacentes, dans notre cas, ont une variance supérieure à la variance de la case sous test (vitesse de 440 m s^{-1}). Par conséquent la valeur du seuil $\lambda_{CA-CFAR}$ augmente, ce qui diminue la probabilité de détection pour le CA-CFAR. Par contre, selon la position de la cible sur la carte l'évolution de la variance est différente.

Nous souhaitons vérifier si les conclusions sont valables pour différentes valeurs de PFA. La figure 4 donne la PD en fonction de la PFA à travers les courbes ROC (Receiver Operating Characteristic). Les courbes ROC correspondant au cas de référence et à la KT en utilisant les algorithmes MF et CA-CFAR sont tracées pour différentes valeurs de SNR.

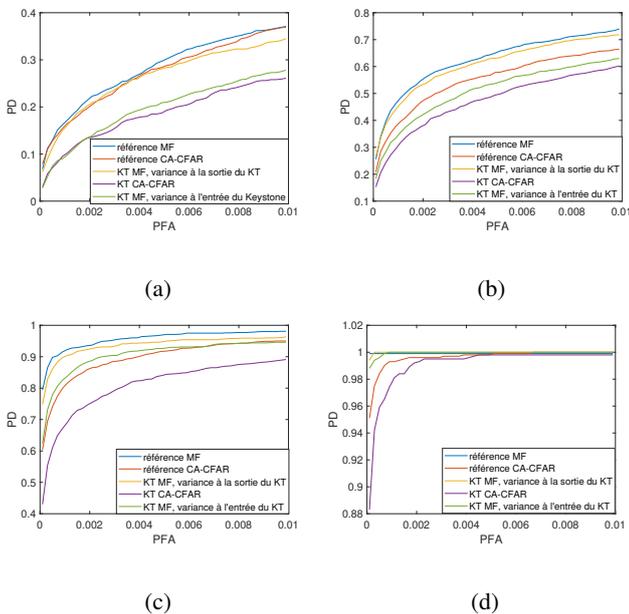


FIGURE 4 : Courbe ROC pour (a) SNR = 5dB et (b) SNR = 8dB (c) SNR=11dB et (d) SNR=14dB

Les courbes ROC confirment les conclusions précédentes. Le MF permet d'obtenir une meilleur PD que le CA-CFAR pour le cas de référence pour les différents PFA. Les performances de détection du CA-CFAR sont inférieures à celle du MF, mais avec une différence plus marquée pour le cas de référence, notamment pour les petites valeurs de PFA. La dégradation de performances peut atteindre 38 % à PFA= 10^{-4} pour SNR=11 dB. Pour le KT, l'utilisation de la variance du bruit en entrée du KT au lieu de celle obtenue à la sortie pour le MF diminue la probabilité de détection jusqu'à 37% pour SNR=8 dB et PFA= 10^{-4} . Ces résultats montrent que ne pas prendre en compte la variation de la variance du bruit introduite par la transformée de KT induit une perte de performances de détection. Une modification de la méthode d'estimation de la variance dans l'algorithme CA-CFAR pourrait permettre d'améliorer ces performances.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons évalué les performances de détection d'une cible qui migre en distance, après la correction de cette migration à l'aide de la transformée de Keystone. Les résultats sont comparés au cas de référence d'une cible qui ne migre pas en distance. Deux algorithmes de détection sont utilisés : le MF en utilisant la variance théorique connue et le CA-CFAR en estimant la variance. L'utilisation de la variance du bruit en entrée du KT avec le MF au lieu de celle obtenue à la sortie diminue la probabilité de détection jusqu'à 37% pour SNR=8 dB et PFA= 10^{-4} . Le CA-CFAR appliqué au KT donne des PD inférieures à celles du MF, mais avec une dégradation de performances plus importantes que le cas de référence pouvant atteindre 38% à SNR=11 dB et PFA= 10^{-4} . Ceci est dû au fait que la méthode d'estimation de la variance n'est pas adaptée au KT, à cause de la variation de variance. Par conséquent, il faut adapter la méthode d'estimation de la variance pour prendre en compte cette variation induite par la KT. Des travaux futurs exploiteront ces nouvelles connaissances sur le modèle de variance pour proposer une méthodologie d'estimation appropriée.

6 Remerciements

Ce travail est réalisé dans le cadre d'une thèse cofinancée par l'ONERA et le CNES.

Références

- [1] Richard P Perry, Robert C DiPietro, and Ronald L Fante. Sar imaging of moving targets. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, 35(1) :188–200, 2002.
- [2] Mark A Richards. The keystone transformation for correcting range migration in range-doppler processing. *pulse*, 1000(1) :1–29, 2014.
- [3] Steven M Kay. *Fundamentals of statistical signal processing : estimation theory*. Prentice-Hall, Inc., 1993.
- [4] V Gregers Hansen and Harold R Ward. Detection performance of the cell averaging log/cfar receiver. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, (5) :648–652, 1972.
- [5] Mark A Richards et al. *Fundamentals of radar signal processing*, volume 1. Mcgraw-hill New York, 2005.