

Régression linéaire-circulaire appliquée à l'altimétrie GNSS-R

Jean-Christophe KUCWAJ, Georges STIENNE, Serge REBOUL, Jean-Bernard CHOQUEL

Laboratoire d'Informatique, Signal et Image de la Côte d'Opale (LISIC, EA 4491),
Université du Littoral Côte d'Opale (ULCO), F-62228 Calais, France

kucwaj@lisic.univ-littoral.fr, stienne@lisic.univ-littoral.fr

Résumé – La réflectométrie GNSS (GNSS-R) est une technique d'observation de la Terre reposant sur un système radar bi-statique passif qui utilise les signaux de géopositionnement satellitaires comme signaux d'opportunité. La mesure d'altitude par réflectométrie des signaux GNSS est déduite de la différence de chemin entre un signal GNSS en provenance directe d'un satellite émetteur et ce même signal reçu après réflexion sur la surface terrestre. Cette différence de chemin implique un délai en phase entre ces deux signaux à la réception, qui évolue linéairement avec le sinus de l'élévation du satellite et dont la pente d'évolution est proportionnelle à la hauteur entre les antennes réceptrices et la surface de réflexion. Les observations du délai de phase sont des mesures angulaires, 2π -périodiques. En supposant que les bruits de mesure suivent une distribution de von Mises, nous proposons dans cet article une méthode de régression linéaire-circulaire permettant d'estimer directement cette hauteur sans déroulement du délai de phase observé. L'estimateur proposé est défini au sens du maximum de vraisemblance en se basant sur une fonction de contraste définie dans le domaine circulaire. Les propriétés statistiques de l'estimateur et ses performances théoriques attendues sont présentées, ainsi que des résultats obtenus pour des expérimentations sur signaux réels. La précision centimétrique est atteinte.

Abstract – GNSS-Reflectometry (GNSS-R) is a remote sensing technique using geo-spatial positioning signals for Earth observation applications. GNSS-R altimetry relies on the measurement of the path difference between the GNSS signal coming directly from an emitting satellite and the same signal reflected by the Earth surface. Due to this path difference, the phase delay between these two signals evolves linearly with the sine of the elevation of the satellite. The slope of this evolution is proportional to the height between the receiving antennas and the reflecting surface. Phase delay observations are 2π -periodic angular measurements. Assuming that the phase delay measurement noise follows a von Mises distribution, we propose a linear-circular regression that allows height estimation without phase unwrapping. A maximum likelihood estimator is proposed, based on a contrast function defined in the circular domain. In this paper, the statistical properties of the proposed estimator and its theoretical performances are presented. We show, on real data, that the centimeter accuracy can be reached for height estimation.

1 Introduction

La réflectométrie GNSS (GNSS-R : Global Navigation Satellite System - Reflectometry) est une technique d'observation de la Terre de type radar passif utilisant les signaux GNSS comme signaux d'opportunité [1]. Dans l'application altimétrique de la réflectométrie des signaux GNSS, l'une des observables considérées est la différence de phase entre le signal en provenance directe d'un satellite émetteur et le signal réfléchi [2, 3]. Cette dernière présente la particularité d'évoluer de manière linéaire en fonction du sinus de l'élévation du satellite émetteur et de de manière proportionnelle à la hauteur entre la surface de réflexion et les antennes réceptrices [4, 5]. Ainsi, l'estimation de la hauteur peut être directement déduite du coefficient directeur du délai de phase observé. Cependant, les mesures du délai de phase entre les signaux direct et réfléchi sont des données angulaires, 2π -périodiques. Par conséquent, les techniques d'estimation définies dans le domaine linéaire (par exemple, en utilisant la distribution gaussienne) sont inapplicables. Les approches conventionnelles pour les mesures angulaires consistent à dérouler la mesure de phase [6] afin de pouvoir appliquer des techniques d'estimation définies dans le domaine linéaire.

Dans cet article, en supposant que le bruit de mesure associé à la mesure de différence de phase GNSS suit une distribution de von Mises [7], nous proposons un outil statistique permettant de réaliser une estimation directe de la hauteur par régression linéaire-circulaire, sans déroulement préalable. La méthode de régression proposée est définie au sens du maximum de vraisemblance, à l'aide d'une fonction de contraste définie dans le domaine circulaire puis maximisée en utilisant un algorithme de Newton Raphson. L'estimateur proposé et ses propriétés statistiques sont présentés section 2. Cet estimateur est ensuite appliqué à l'altimétrie GNSS-R et ses performances théoriques dans ce cadre sont présentées dans la section 3. Il est également montré dans cette section que la précision centimétrique peut être atteinte avec l'estimateur proposé sur des données réelles. La section 4 est la conclusion.

2 Régression linéaire-circulaire

2.1 Définition d'une fonction de contraste

La distribution de von Mises (aussi appelée distribution normale circulaire) permet de décrire des phénomènes aléatoires angulaires. Appliquée aux observations angulaires, la distribu-

tion de von Mises joue le même rôle que la distribution normale pour l'observation de données linéaires [8, 9]. Soit $\{y_n\}$ un ensemble de mesures d'angles présentant une évolution linéaire dans un référentiel de temps dédié, affectées d'un bruit de mesure suivant une distribution de von Mises. On a l'équation d'observation suivante pour la $n^{\text{ème}}$ mesure :

$$y_n = (\alpha + \beta x_n + \eta_n) \text{ mod}(2\pi) \quad (1)$$

avec α l'ordonnée à l'origine et β le coefficient directeur qui ici est équivalent à une pente constante. x_n représente le vecteur de temps suivant lequel l'évolution des mesures est linéaire. Le terme η_n correspond à un bruit de von Mises de moyenne nulle, de paramètre de concentration κ . La densité de probabilité, notée $f_{\mathcal{CN}}(y_n; \alpha, \beta, \kappa)$, a donc l'expression suivante [8] :

$$f(y_n; \alpha, \beta, \kappa) = \frac{1}{2\pi I_0(\kappa)} e^{\kappa \cos(y_n - (\alpha + \beta x_n))} \quad (2)$$

avec $I_0(\kappa)$ la fonction de Bessel modifiée de la première espèce et d'ordre 0, qui est une constante de normalisation.

On souhaite définir un estimateur de α et β , au sens du maximum de vraisemblance. La fonction de vraisemblance associée à N mesures y_n , noté $Y = \{y_1, \dots, y_N\}$, est :

$$L(Y) = \frac{1}{(2\pi I_0(\kappa))^N} \exp\left(\kappa \sum_{n=1}^N \cos(y_n - \alpha - \beta x_n)\right) \quad (3)$$

et la fonction de log-vraisemblance est donc :

$$\ln L(Y) = -N (2\pi I_0(\kappa)) + \kappa \sum_{n=1}^N \cos(y_n - \alpha - \beta x_n) \quad (4)$$

On définit ainsi la fonction de contraste suivante, à maximiser pour obtenir l'estimateur du maximum de vraisemblance :

$$W(Y) = \sum_{n=1}^N \cos(y_n - (\alpha + \beta x_n)) \quad (5)$$

2.2 Estimation des coefficients α et β

L'estimateur du paramètre α au sens du maximum de vraisemblance est obtenu pour $\frac{\partial W(Y)}{\partial \alpha} = 0$ et une dérivée seconde négative. On obtient, de manière similaire à [10] :

$$\hat{\alpha} = \arctan^* \left(\frac{\sum_{n=1}^N \sin(y_n - \beta x_n)}{\sum_{n=1}^N \cos(y_n - \beta x_n)} \right) \quad (6)$$

où \arctan^* est la fonction arctangente "quadrant-specific". La Figure 1 représente un exemple représentatif de l'évolution de la fonction de contraste en fonction de β pour des observations non bruitées. Le maximum global de cette fonction est obtenu pour l'estimateur du maximum de vraisemblance de β . Cependant, en raison de la périodicité des données angulaires, il existe plusieurs maximums locaux pour $W(Y)$. Nous observons que la fonction de contraste se comporte comme la valeur absolue d'un sinus cardinal normalisé avec une période T .

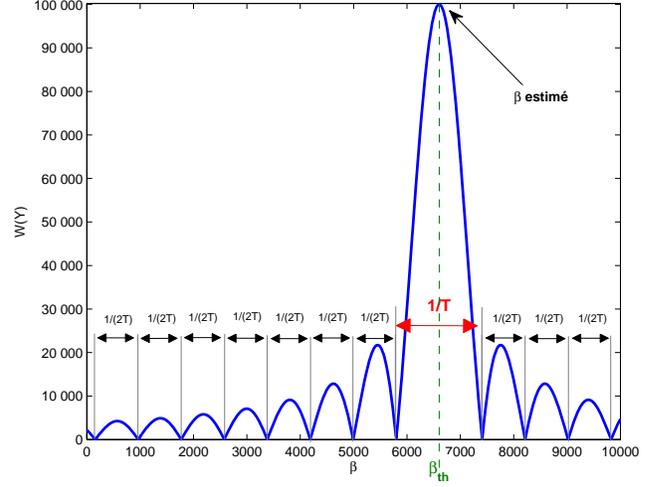


FIGURE 1 – Exemple d'évolution de $W(Y)$ en fonction de β .

Cette période peut être approximée en résolvant la relation suivante :

$$\sum_{n=1}^N \cos\left(\arctan^* \left(\frac{\sum_{n=1}^N \sin(\beta_T x_n)}{\sum_{n=1}^N \cos(\beta_T x_n)} \right) - \beta_T x_n\right) = 0 \quad (7)$$

On estime la période T par la relation $\frac{1}{2T} = \beta_{T,min}$, où $\beta_{T,min}$ est la valeur minimale de β_T résolvant la relation 7.

Pour estimer le coefficient β au sens du maximum de vraisemblance, on propose d'utiliser un algorithme de Newton-Raphson en définissant la relation récursive suivante :

$$\hat{\beta}^{i+1} = \hat{\beta}^i + g \frac{\sum_{n=1}^N \sin(y_n - (\hat{\alpha}^i + \hat{\beta}^i x_n))}{\sum_{n=1}^N x_n \cos(y_n - (\hat{\alpha}^i + \hat{\beta}^i x_n))} \quad (8)$$

où g est un pas d'adaptation défini par l'utilisateur et où $\hat{\alpha}^i$ est déduite de la valeur de $\hat{\beta}^i$ par la relation 6. On notera que l'algorithme utilisé pour l'estimation de β est fortement dépendant de l'initialisation $\hat{\beta}^{i=0}$. Une initialisation associée à un maximum local ne correspondant pas au maximum global conduira en effet à une estimation erronée du coefficient directeur β . Afin de résoudre ce problème par une initialisation correcte de $\hat{\beta}^i$, on propose de réaliser une recherche préalable du maximum de la fonction de contraste $W(Y)$ avec un pas de recherche de $\beta_{T,min}$.

2.3 Précision théorique de l'estimée $\hat{\beta}$

Par analogie avec la régression linéaire classique, on suppose que la variance sur l'estimation du coefficient directeur est :

$$\text{var}(\hat{\beta}) = \frac{\sigma_l^2}{\sum_{n=1}^N (x_n - \bar{x}_n)} \quad (9)$$

où \bar{x}_n correspond à la moyenne de la référence de temps observée durant les mesures et σ_l à la variance du bruit de mesure

dans le domaine linéaire, défini par [8] :

$$\sigma_l^2 = -2 \ln \left(\frac{I_1(\kappa)}{I_0(\kappa)} \right) \quad (10)$$

avec κ le paramètre de concentration du bruit de mesure et $I_0(\kappa)$ et $I_1(\kappa)$ les fonctions de Bessel modifiées de la première espèce d'ordre 0 et d'ordre 1.

3 Application à l'altimétrie GNSS-R par la phase

3.1 Altimétrie GNSS-R par mesure de phase

Pour un satellite émetteur s , la mesure de hauteur h entre la surface de réflexion et les antennes réceptrices est déduite de la différence de chemin δ_s entre le signal GNSS réfléchi et le signal GNSS en provenance directe du satellite émetteur. Pour une approche au sol, c'est à dire à faible altitude, et en considérant la réflexion comme étant spéculaire, ce dernier s'exprime à un instant de mesure t par la relation suivante :

$$\delta_s(t) = 2 h \sin \theta_s^{el}(t) \quad (11)$$

Avec θ_s^{el} l'élevation du satellite émetteur s . La différence de chemin δ_s induit une différence de phase, ou délai de phase, entre les signaux direct et réfléchi, s'exprimant par la relation suivante :

$$\psi_s(t) = \left(\frac{4\pi}{\lambda} h \sin \theta_s^{el}(t) \right) \text{mod}(2\pi) \quad (12)$$

où λ est la longueur d'onde du signal GNSS étudié, soit 19.03 cm pour le signal GPS-L1. Le délai de phase, noté ψ_s , est une donnée angulaire, définie sur un intervalle de longueur 2π , évoluant linéairement en fonction du sinus de l'élévation $\sin \theta_s^{el}(t)$ [4, 5]. Sa pente d'évolution est proportionnelle à la hauteur h entre la surface de réflexion et les antennes réceptrices. L'élévation des satellites étant connue (diffusée dans les éphémérides satellites), il est possible d'estimer directement l'altitude en estimant la pente d'évolution de la différence de phase, à partir de la technique de régression présentée section deux. En considérant $x = \sin(\theta_s^{el})$, l'estimée de hauteur est déduite par $\hat{h} = \frac{\lambda}{4\pi} \hat{\beta}$.

3.2 Performances de l'estimateur sur données simulées

On propose d'évaluer l'estimateur circulaire présenté section 2 sur signaux GPS synthétiques dans le cadre de l'altimétrie GNSS-R. Les mesures synthétiques de délai de phase sont obtenues à partir de la relation 12 pour la composante civile en bande L1 des signaux GPS. On fixe la hauteur à estimer à 100 mètres. On considère une mesure de délai de phase ψ_s par milliseconde. La valeur initiale de ψ_s est fixée aléatoirement entre $-\pi$ et π pour chacune des réalisations. Le paramètre d'élévation est fixé avec une valeur initiale de 55° et une variation

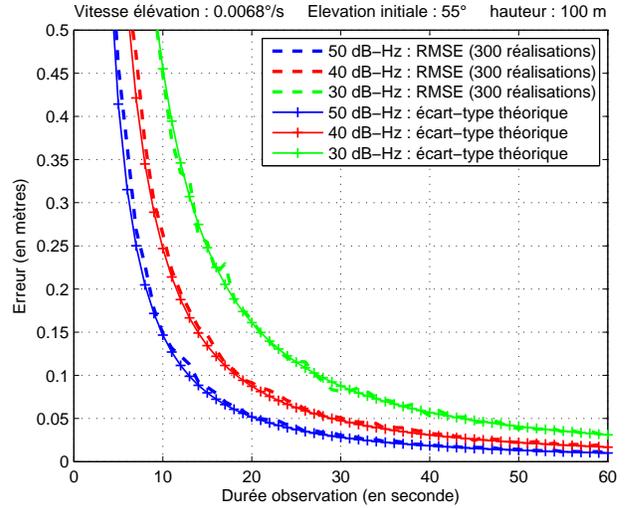


FIGURE 2 – Erreur quadratique moyenne et écart-type théorique de la hauteur estimée par régression linéaire-circulaire.

en élévation de $0.0068^\circ/s$, scénario classique pour un satellite GPS au niveau de Calais. Enfin, ces expérimentations sont menées pour des rapports C/N_0 de 50, 40, et 30 dB-Hz. Les paramètres de concentration κ correspondants pour les bruits de mesure de délai de phase ψ_s sont respectivement de 25.215, 9.245 et 3.39 [5]. Les hauteurs estimées \hat{h} sont obtenues par régression linéaire-circulaire sur les mesures de délai de phase ainsi simulées.

La Figure 2 montre l'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) obtenue pour 300 réalisations en fonction de la durée d'observation considérée. On représente également Figure 2 l'écart-type théorique défini équation 9. On observe que l'EQM obtenue par simulations correspond à l'écart-type théorique. La moyenne des erreurs obtenue est nulle : l'estimateur est non-biaisé. Ceci démontre que l'estimateur de régression linéaire-circulaire proposé est équivalent en termes de précision à la régression linéaire classique. On observe également que la précision centimétrique, c'est à dire inférieur à 5 centimètres, est atteinte pour un temps de mesure minimum de 30 secondes et pour un rapport C/N_0 supérieur à 40 dB-Hz.

3.3 Expérimentations sur données réelles

La régression linéaire-circulaire est appliquée à l'altimétrie GNSS-R pour des signaux GPS-L1 se réfléchissant sur un bassin artificiel à Calais. L'ensemble des expérimentations ont été réalisées le 06 Juillet 2016. Seule la composante civile du signal émis par le satellite de PRN 29 est étudiée. La Figure 3 montre le dispositif expérimental. Les antennes réceptionnant les signaux direct et réfléchi sont positionnées sur un mât télescopique, porté par un véhicule instrumenté, à une hauteur de 11,27 m par rapport à la surface de réflexion. Les signaux sont réceptionnés par des antennes dédiées, en polarisation RHCP pour le signal direct et LHCP pour le signal réfléchi,

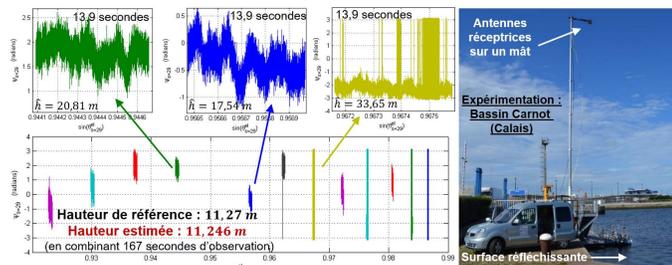


FIGURE 3 – Expérimentation menée le 30 Juin 2016 au Bassin Carnot (Calais). Hauteur de référence : 11,27 m - 12 enregistrements de 13,9 secondes répartis sur 35 minutes.

puis enregistrés à l'aide d'une carte d'acquisition "SiFEn-R - One by one" de l'entreprise Silicom. L'observable de différence de phase est construite selon la méthode décrite dans [11]. En accord avec la relation 9 et afin de couvrir un écart d'élévation maximum pour augmenter la précision de l'estimation, on réalise une série de douze enregistrements de 13.9 secondes réparties sur une trentaine de minutes. La Figure 3 représente les délais de phase observés durant les séries de mesure dans le référentiel de temps du sinus de l'élévation. On observe, sur les agrandissements concernant les exemples de portions de 13.9 secondes de mesure, la présence d'oscillations supposées dues à la présence de vagues sur la surface de réflexion et non prises en compte dans le modèle. En conséquence, les estimations de hauteurs obtenues pour des mesures de 13.9 secondes présentent des erreurs de plusieurs mètres, voir de la dizaine de mètres, et ne sont pas exploitables. En utilisant l'ensemble des 12 mesures de 13.9 secondes dans la somme de la relation 5, la hauteur estimée est de 11.246 m c'est à à dire moins de 3 centimètres de la hauteur de référence. Ce résultat est en accord avec nos prédictions théoriques (relation 9). En effet, nous disposons ici d'une durée d'observation totale de 167 secondes et d'un écart en élévation de l'ordre de 14° . Cette approche permet ainsi la gestion de données manquantes, chose non réalisable pour les techniques de déroulement de phase classique.

4 Conclusion

Cet article est consacré à la définition d'un outil statistique permettant de réaliser une interpolation linéaire sur des données angulaires, et cela sans déroulement préalable. En se basant sur la distribution de von Mises, nous proposons une méthode de regression linéaire-circulaire à l'aide d'une fonction de contraste définie dans le domaine circulaire puis maximisée en utilisant un algorithme de Newton Raphson. La regression linéaire-circulaire est appliquée aux mesures d'altitude par réflectométrie des signaux GNSS à faible altitude. La hauteur entre le système de réception et la surface de réflexion peut être estimée en déterminant la pente d'évolution du délai de phase entre les signaux direct et réfléchi. On montre, sur des données synthétiques et sur des données réelles, que la regres-

sion linéaire-circulaire mise en oeuvre pour l'altimétrie GNSS-R permet d'atteindre des précisions centimétrique. Ces performances correspondent aux performances théoriques attendues pour une technique d'interpolation linéaire.

Références

- [1] M. Martin-Neira, *A passive reflectometry and interferometry system (PARIS) : Application to ocean altimetry*, ESA journal, vol. 17, pp. 331-355, 1993.
- [2] F. Fabra, E. Cardellach, A. Rius, S. Ribó, S. Oliveras, O. Nogués- Correig, M. B. Rivas, M. Semmling, and S. D. Addio, *Phase altimetry with dual polarization GNSS-R over sea ice*, Geoscience and Remote Sensing, IEEE Transactions on, vol. 50, no. 6, pp. 2112-2121, 2012.
- [3] T. Hobiger, R. Haas, and J. Lofgren, *Software-Defined Radio Direct Correlation GNSS Reflectometry by Means of GLONASS*, IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, vol. PP, no. 99, pp. 1-9, 2016.
- [4] M. Semmling, G. Beyerle, R. Stosius, G. Dick, J. Wickert, F. Fabra, E. Cardellach, S. Ribó, A. Rius, A. Helm et al., *Detection of Arctic Ocean tides using interferometric GNSS-R signals*, Geophysical Research Letters, vol. 38, no. 4, 2011.
- [5] J.-C. Kucwaj, G. Stienne, S. Reboul, J.-B. Choquel, and M. Benjelloun, *A model-based angle unwrapper : Application to the GNSS-R Interference Pattern Technique*, in Information Fusion (FUSION), 2016 19th International Conference on. IEEE, 2016, pp. 2095-2100.
- [6] L. Lestarquit, M. Peyrezabes, J. Darrozes, E. Motte, N. Roussel, G. Wautelet, F. Frappart, G. Ramillien, R. Biancale, and M. Zribi, *Reflectometry with an open-source software GNSS Receiver : Use case with carrier phase altimetry*, IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing, vol. 9, no. 10, pp. 4843-4853, 2016.
- [7] J. Cai, E. W. Grafarend, C. Hu, *The statistical property of the GNSS carrier phase observations and its effects on the hypothesis testing of the related estimators*, Proceedings of ION GNSS, pp. 25-28, 2007.
- [8] S. R. Jammalamadaka, A. Sengupta, *Topics in circular statistics* (Vol. 5). World Scientific, 2001.
- [9] N. I. Fisher, *Statistical analysis of circular data*. Cambridge University Press, 1995.
- [10] G. Stienne, S. Reboul, M. Azmani, J.-B. Choquel, and M. Benjelloun, *A multi-temporal multi-sensor circular fusion filter*, Information Fusion, vol. 18, pp. 86-100, 2014.
- [11] J.-C. Kucwaj, G. Stienne, S. Reboul, J.-B. Choquel, and M. Benjelloun, *High rate interference pattern technique applied to real time altimetry*, in Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), 2016 IEEE International. IEEE, 2016, pp. 5631-5634.