

Parcimonie structurée pour l'imagerie micro-ondes

Hidayet ZAIMAGA¹, Aurélie FRAYSSE¹, Marc LAMBERT²

¹Laboratoire des Signaux et Systèmes Paris, CNRS UMR8506 CentraleSupélec-Univ. Paris-Sud

²GeePs-Group of electrical engineering Paris, UMR CNRS 8507, CentraleSupélec, Univ. Paris-Sud
Sorbonne Universités, UPMC Univ Paris 06
3 & 11 rue Joliot Curie 91192 Gif-sur-Yvette, France

hidayet.zaimaga@12s.centralesupelec.fr, aurelia.fraysse@12s.centralesupelec.fr
marc.lambert@geeps.centralesupelec.fr

Résumé – Nous nous intéressons ici à l'utilisation d'une optimisation alternée afin de résoudre le problème non linéaire d'imagerie micro-onde. L'approche prend en compte une information de parcimonie structurée sur des grandeurs physiques judicieusement choisies. Le principe est de chercher les solutions de notre problème d'optimisation sur les champs diffractés dont les composantes sont parcimonieuses et partagent un même support. Des simulations numériques viennent illustrer cette approche et la comparent avec une approche résolvant directement le problème non linéaire sous contrainte de parcimonie.

Abstract – This paper presents a two-step inversion process for nonlinear microwave imaging. The proposed approach is applied to a nonlinear inverse scattering problem arising in microwave imaging and correlated with joint sparsity which gives multiple sparse solutions that share a common nonzero support. Numerical results demonstrate the potential of the proposed two step inversion approach when compared to existing non linear algorithm with sparse constraints

1 Introduction

Le principe de l'imagerie micro-ondes est d'estimer une cartographie des paramètres électromagnétiques dans une région donnée à partir de la mesure du champ diffracté dû à l'interaction entre une onde incidente connue et un milieu affecté de défauts à identifier. Ce problème revient à étudier la diffusion d'ondes électromagnétiques afin de reconstruire le champ de contraste correspondant à l'objet d'intérêt. Le fort engouement pour ce type d'imagerie se justifie par son potentiel en terme d'applications, que ce soit en caractérisation de matériaux, télédétection ou en contrôle non-destructif [1], [2].

Le développement de méthodes stables et robustes adaptées à ce type d'imagerie est rendu difficile en raison du caractère mal posé et non linéaire du problème [1], [3], [4]. Des méthodes d'approximation telles que la tomographie par diffraction ou les approximations de Born et de Rytov ont été appliquées afin de linéariser le problème [1], [3]. Cependant ces dernières sont limitées à des contrastes faibles et font apparaître des erreurs de reconstruction qui peuvent être importantes sinon.

Parallèlement, les méthodes de régularisation basées sur une information de parcimonie sont devenues une alternative intéressante pour les problèmes d'inversion, [5], [6]. En effet, beaucoup de signaux ont une représentation parcimonieuse dans le repère adéquat. Ils peuvent être reconstruits efficacement par des méthodes adaptées. Ce genre de méthodes a été largement utilisée dans différents domaines [4]–[7]. Récemment

des méthodes de représentations parcimonieuses pour l'imagerie micro-ondes ont aussi été développées dans [8], [9]. Dans cet article nous proposons une méthode de reconstruction en imagerie micro-ondes basée sur de la parcimonie structurée. Le principal intérêt est de développer une méthode qui ne nécessite pas d'approximation sur le modèle mais permet tout de même de reconstruire efficacement des fonctions de contraste ayant une représentation parcimonieuse en utilisant pour cela les courants équivalents [1], [10]. Cette approche est comparée à une méthode résolvant directement le problème non linéaire avec une information de parcimonie [11], [12].

Cette idée de parcimonie structurée a été développée récemment, avec les algorithmes de type Group-Lasso [13], ou échantillonnage compressé distribué [14], [15]. Le principe que nous utilisons ici est de considérer que si les différentes composantes sont parcimonieuses elles doivent néanmoins avoir un support commun [14].

L'article est structuré de la façon suivante : le modèle de propagation et d'interaction électromagnétique est présenté §2, la méthode de reconstruction §3, les résultats numériques et comparaisons avec [11], [12] §4 et enfin la conclusion §5.

2 Problème direct

Formulation du problème Considérons le problème 2D présenté dans la figure 1. Chaque source génère un champ électrique E^{inc} polarisé le long de l'axe z . Le facteur temporel

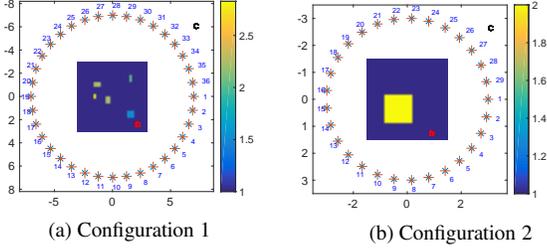


FIGURE 1: Configuration des mesures présentant les profils étudiés ainsi que les positions des émetteurs (\times) et récepteurs ($+$) suivant les axes (x, y) .

$\exp(-i\omega t)$, où ω est la fréquence angulaire, est ici implicite. L'objet d'intérêt est dans un domaine D et les différents milieux de propagation sont caractérisés par une constante $k(\mathbf{r})$ telle que $k(\mathbf{r})^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \varepsilon_r(\mathbf{r}) \mu_0 + i\omega \mu_0 \sigma(\mathbf{r})$, où ε_0 et μ_0 représentent la perméabilité et la conductivité de l'air tandis que $\varepsilon_r(\mathbf{r})$ et $\sigma(\mathbf{r})$ sont la perméabilité relative et la conductivité du milieu de propagation au point $\mathbf{r} \in D$. Les propriétés diélectriques de D sont décrites par une fonction de contraste non homogène, $\chi(\mathbf{r}) = (k(\mathbf{r})^2 - k_B^2)$, où $k_B^2 = \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0$ est la constante de propagation du milieu considéré. Les positions des N_s sources et N_r récepteurs sont notés respectivement $\mathbf{r}_i \in \mathbb{R}^2$ et $\mathbf{r}_r \in \mathbb{R}^2$.

Le champ électrique diffracté $E^{\text{diff}}(\mathbf{r}_r, \mathbf{r}_i)$ mesuré en \mathbf{r}_r et dû à la source incidente située en \mathbf{r}_i vérifie [2] :

$$E^{\text{diff}}(\mathbf{r}_r, \mathbf{r}_i) = \int_D G(\mathbf{r}_r, \mathbf{r}') J(\mathbf{r}', \mathbf{r}_i) d\mathbf{r}' \quad (1)$$

où

$$J(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) = \chi(\mathbf{r}) E(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i). \quad (2)$$

Ici $J(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i)$ et $E(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i)$ sont le courant équivalent et le champ total, tous deux induits par l'objet d'intérêt. De plus $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') = \frac{-1}{4\omega \varepsilon_0} H_0^{(1)}(k_B \|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\|)$ où $H_0^{(1)}$ est la fonction de Hankel de première espèce. En outre $E(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i)$ est obtenu par

$$E(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) = E^{\text{inc}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i) + \int_D G(\mathbf{r}, \mathbf{r}') J(\mathbf{r}', \mathbf{r}_i) d\mathbf{r}' \quad \forall \mathbf{r} \in D. \quad (3)$$

Le problème direct est donc le calcul de $E^{\text{diff}}(\mathbf{r}_r, \mathbf{r}_i)$ grâce à (1) et (3) en supposant $\chi(\mathbf{r})$, $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ et $E^{\text{inc}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i)$ connus tandis que le problème inverse consiste à déduire $\chi(\mathbf{r})$ de la connaissance de $E^{\text{diff}}(\mathbf{r}_r, \mathbf{r}_i)$, $G(\mathbf{r}, \mathbf{r}')$ et $E^{\text{inc}}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_i)$.

Problème discrétisé La méthode des moments, [16], pour laquelle le domaine D est décomposé en $N = N_x \times N_y$ pixels, permet de discrétiser le problème précédent. Ainsi, (1) devient

$$\mathbf{E}_i^{\text{diff}} = \mathbf{G}_{\text{or}} \mathbf{J}_i, \quad i = 1, \dots, N_s \quad (4)$$

où $\mathbf{E}_i^{\text{diff}}$ et \mathbf{J}_i sont respectivement des vecteurs complexes de taille N_r et N tandis que \mathbf{G}_{or} est une matrice complexe de taille $N_r \times N$. De même, la version discrétisée de (2) est

$$\mathbf{J}_i = \text{diag}(\chi) \mathbf{E}_i, \quad i = 1, \dots, N_s, \quad (5)$$

où \mathbf{E}_i et χ sont des vecteurs complexes de taille N et $\text{diag}(\chi)$ est une matrice diagonale de taille $N \times N$ dont les éléments sont les composantes de χ . Pour ce qui est de (3) elle devient

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_i^{\text{inc}} + \mathbf{G}_{\text{oo}} \mathbf{J}_i, \quad i = 1, \dots, N_s \quad (6)$$

où $\mathbf{E}_i^{\text{inc}}$ est un vecteur complexe de taille N et \mathbf{G}_{oo} une matrice de taille $N \times N$.

En combinant (4) et (6) et en posant $\mathbf{J}_i^{\text{inc}} = \text{diag}(\chi) \mathbf{E}_i^{\text{inc}}$ pour $i = 1, \dots, N_s$ le problème inverse devient

$$\chi^* = \underset{\chi}{\text{argmin}} \left\| \zeta_i - \mathbf{G}_{\text{or}} \text{diag}(\chi) [\mathbf{I} - \text{diag}(\chi) \mathbf{G}_{\text{oo}}]^{-1} \mathbf{J}_i^{\text{inc}} \right\|_2 \quad (7)$$

où ζ_i est un vecteur de taille N_r qui contient le signal émis par la source $\#i$ et mesuré par les N_r récepteurs. Comme on peut le voir dans (7) ce problème est non linéaire et mal posé.

3 Inversion en deux étapes

Dans cette partie, nous nous intéressons à la résolution de (7). Au lieu de chercher à résoudre directement ce problème non-linéaire nous procédons par une minimisation alternée. Dans un premier temps, nous cherchons les courants équivalents, \mathbf{J}_i où $i = 1, \dots, N_s$ grâce à (4) puis nous déterminons χ à l'aide de (5) et (6). Par ce biais, nous nous ramenons à des problèmes linéaires que nous résolvons en considérant une information de parcimonie jointe pour les courants et une minimisation ℓ^2 pour le contraste.

Première étape Pour déterminer dans un premier temps les courants équivalents nous résolvons

$$\mathbf{J}_i^* = \underset{\mathbf{J}_i}{\text{argmin}} \left[\frac{1}{2} \|\zeta_i - \mathbf{G}_{\text{or}} \mathbf{J}_i\|_2 \right] \quad i = 1, \dots, N_s. \quad (8)$$

Dans cette étape nous considérons, en cohérence avec (5), que \mathbf{J}_i et χ sont parcimonieux et partagent un même support. Ainsi $\chi^j = 0$ est équivalent à $J_i^j = 0, \forall i = 1, \dots, N_s$. Ici χ^j et J_i^j correspondent à la j -ème composante de chaque vecteur χ , respectivement \mathbf{J}_i . A l'aide de cette hypothèse de parcimonie jointe, on peut réécrire (8) comme un problème d'optimisation sous contraintes. En effet, considérer que les \mathbf{J}_i ont le même support quel que soit i peut s'écrire à l'aide d'une norme mixte $\ell_{2,1}$ comme

$$\min_{\mathbf{J}} \|\mathbf{J}\|_{2,1} := \sum_{j=1}^N \|\mathbf{J}^j\|_2 \quad \text{s.c.} \quad \mathbf{G}_{\text{or}} \mathbf{J}_i = \zeta_i. \quad (9)$$

Dans notre étude, nous avons utilisé l'algorithme YALL1, [14] pour résoudre (9).

Deuxième étape Une fois \mathbf{J}_i connu, nous déterminons la fonction de contraste, [17].

$$\chi^* = \underset{\chi}{\text{argmin}} \sum_{i=1}^{N_s} \|\mathbf{J}_i - \text{diag}(\chi) \mathbf{E}_i\|_2 = \frac{\sum_{i=1}^{N_s} \mathbf{J}_i \cdot \bar{\mathbf{E}}_i}{\sum_{i=1}^{N_s} \mathbf{E}_i \cdot \bar{\mathbf{E}}_i}, \quad (10)$$

où \mathbf{E}_i est obtenu en utilisant (6) tandis que $\bar{\mathbf{E}}_i$ est son conjugué.

TABLE 1: Description des cinq obstacles de la figure 1a, x , y sont les coordonnées du centre de l’objet, L_x , L_y ses dimensions (en m), ε_r et σ ses permittivité et conductivité relatives (cette dernière est donné en $S m^{-1}$).

#	x	y	L_x	L_y	ε_r	σ
1	-1,5	-1,5	0,5	0,5	1,5	0,0022
2	-0,33	0,44	0,5	0,5	2,25	0
3	1,5	-1,5	0,5	0,33	2	0,00445
4	0	1,5	0,5	0,33	2	0,02225
5	1	1,33	0,5	0,5	1	0,02225

4 Simulations

Afin de tester notre méthode et de la comparer avec la méthode directe utilisée dans [11], [12] nous avons utilisé deux exemples. La fréquence émise est de $f = 300$ MHz et un bruit blanc gaussien de 10 dB est ajouté. La longueur d’onde correspondante dans l’air est de $\lambda = \frac{2\pi}{k_B}$. Nous avons considéré de plus des discrétisations N_x et N_y différentes pour le problème direct et le problème inverse. Ceci permet d’éviter le “crime inverse”. En ce qui concerne la configuration des objets nous avons choisi

- Pour le premier exemple (Fig. 1a), cinq objets de petite taille décrits dans le tableau 1 sont incorporés à un domaine D de taille $l = 6\lambda$ au carré. Pour le modèle direct nous avons considéré $N_x = N_y = 80$ tandis que $N_x = N_y = 30$ pour le problème inverse. Le nombre d’émetteurs et de récepteurs est $N_s = N_r = 36$. Ceux-ci sont uniformément répartis sur un cercle de rayon $r = 7\lambda$.
- Pour le deuxième exemple (Fig. 1b) nous avons considéré un seul obstacle carré de taille λ dans un domaine D carré de taille $l = 3\lambda$. La discrétisation est $N_x = N_y = 36$ pixels et $N_x = N_y = 18$ pour le problème direct et le problème inverse. Le nombre d’émetteurs et de récepteurs est de $N_s = N_r = 29$ uniformément répartis sur un cercle de rayon $r = 3\lambda$.

En ce qui concerne les paramètres utilisés dans l’algorithme YALL1, nous avons utilisé le solveur primal pour lequel le système linéaire est résolu directement. Nous avons initialisé par $\mathbf{J} \equiv 0$.

Le critère d’erreur relative utilisé sur χ est

$$\text{err}_\chi = \frac{\text{Tr}(\|\text{diag}(\chi) - \text{diag}(\chi^v)\|_2)}{\text{Tr}(\|\text{diag}(\chi^v)\|_2)}, \quad (11)$$

où χ^v est le vrai contraste et $\text{Tr}(\mathbf{A})$ correspond à la trace de la matrice \mathbf{A} . La différence entre le modèle et les mesures est donnée par

$$\text{err}_{\mathbf{E}^{\text{diff}}} = \frac{\sum_{i=1}^{N_i} \|\zeta_i - \mathbf{E}_i^{\text{diff}}(\chi)\|_2}{\sum_{i=1}^{N_i} \|\zeta_i\|_2} \quad (12)$$

où $\mathbf{E}^{\text{diff}}(\chi)$ est calculé en considérant le contraste reconstruit χ dans le problème direct, 1.

Quand les obstacles sont vraiment parcimonieux, comme c’est le cas dans la Fig. 1a), l’inversion en deux temps présente des

TABLE 2: Erreur et temps de calcul (en s) de la méthode

	Méthode	Temps	err_χ	$\text{err}_{\mathbf{E}^{\text{diff}}}$
Fig. 1a	Sans parcimonie	367,1	0,17	0,13
	Seuillage doux	131,8	0,14	0,12
	Parcimonie structurée	25,1	0,14	0,20
Fig. 1b	Sans parcimonie	64,5	0,25	0,10
	Seuillage doux	16,2	0,06	0,08
	Parcimonie structurée	8,3	0,17	0,57

résultats meilleurs en termes de qualité de reconstruction et de temps de calcul comme on peut le voir dans le tableau 2. Par contre, pour la configuration de la figure 1b pour laquelle l’hypothèse de parcimonie est mise en défaut, on peut constater que, bien que plus rapide que la résolution directe du problème non linéaire, cette méthode est moins précise.

5 Conclusion

Dans cet article, nous regardons la reconstruction d’obstacles en imagerie micro-ondes à l’aide d’une méthode alternée utilisant la parcimonie structurée. Elle consiste à d’abord reconstruire les courants équivalents avec une contrainte de parcimonie jointe puis le contraste à l’aide d’une optimisation ℓ_2 . Elle est comparée avec une méthode de seuillage appliquée directement au problème non-linéaire. Ces deux approches présentent de bons résultats de reconstruction, la première étant plus intéressante en terme de temps de calcul mais plus sensible à l’aspect parcimonieux des objets à reconstruire que la seconde.

Remerciements

Ce travail a été effectué dans le cadre de la chaire SIRENA (2014–2017) de DIGITEO.

Références

- [1] L. Poli et al., « Microwave imaging within the first-order Born approximation by means of the contrast-field Bayesian compressive sensing », *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, t. 60, n° 6, p. 2865–2879, 2012.
- [2] M. Pastorino, *Microwave Imaging*. John Wiley & Sons, 2010, t. 208.
- [3] F. Di Benedetto et al., « Numerical linear algebra for nonlinear microwave imaging », *Electron. Trans. Numer. Anal.*, t. 33, p. 105–125, 2009.
- [4] R. Ramlau et G. Teschke, « A Tikhonov-based projection iteration for nonlinear ill-posed problems with sparsity constraints », *Numer. Math.*, t. 104, n° 2, p. 177–203, 2006.
- [5] I. Daubechies et al., « An iterative thresholding algorithm for linear inverse problems with a sparsity constraint », *arXiv preprint math/0307152*, 2003.

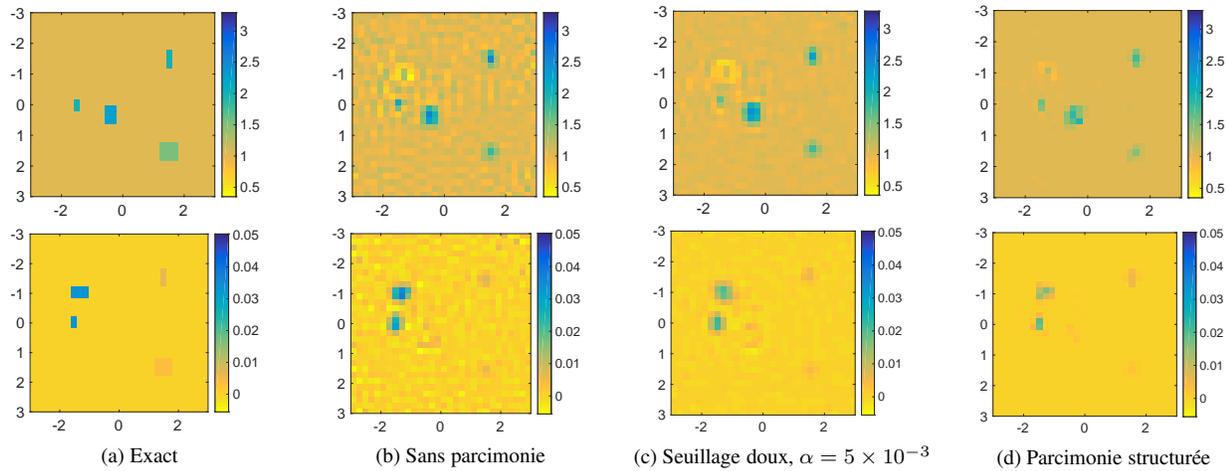


FIGURE 2: Reconstruction de la permittivité (ε_r , haut) et de la conductivité (σ , bas) à partir de données bruitées (SNR = 10 dB).

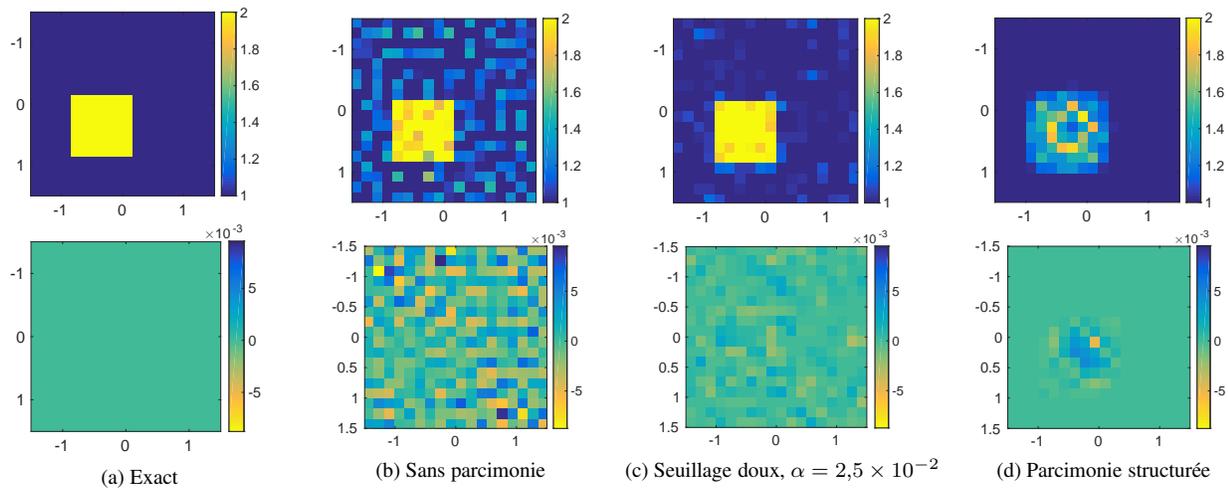


FIGURE 3: Reconstruction de la permittivité (ε_r , haut) et de la conductivité (σ , bas) à partir de données bruitées (SNR = 10 dB).

- [6] B. Jin et P. Maass, « Sparsity regularization for parameter identification problems », *Inverse Prob.*, t. 28, n° 12, p. 123 001, 2012.
- [7] A. Desmal et H. Bagci, « Sparse Electromagnetic Imaging Using Nonlinear Landweber Iterations », *Prog. Electromagn. Res.*, t. 152, p. 77–93, 2015.
- [8] S. Jun et al., « Signal processing for microwave array imaging: TDC and sparse recovery », *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, t. 50, n° 11, p. 4584–4598, 2012.
- [9] S.-J. Wei et al., « Sparse array microwave 3-D imaging: Compressed sensing recovery and experimental study », *Prog. Electromagn. Res.*, t. 135, p. 161–181, 2013.
- [10] E. J. Candès et M. B. Wakin, « An introduction to compressive sampling », *IEEE Signal Processing Mag.*, t. 25, n° 2, p. 21–30, 2008.
- [11] H. Zaimaga et M. Lambert, « Sparsity-Enforced Microwave Inverse Scattering using Soft Shrinkage Thresholding », *EU-SIPCO 2016*, Budapest, p. 350–354.
- [12] —, « Soft Shrinkage Thresholding Algorithm for Nonlinear Microwave Imaging », *J. Phys. Conf. Ser.*, t. 756, n° 1, p. 012 011, 2016.
- [13] M. Yuan et Y. Lin, « Model selection and estimation in regression with grouped variables », *J R Stat Soc Series B Stat Methodol.*, t. 68, n° 1, p. 49–67, 2006.
- [14] W. Deng et al., « Group sparse optimization by alternating direction method », *SPIE Optical Engineering+ Applications*, 2013, 88580R–88580R15.
- [15] D. Baron et al., « Distributed Compressive Sensing », *arXiv preprint arXiv:0901.3403*, 2009.
- [16] J. Richmond, « Scattering by a dielectric cylinder of arbitrary cross section shape », *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, t. 13, n° 3, p. 334–341, 1965.
- [17] A. Abubakar et P. M. van den Berg, « Iterative forward and inverse algorithms based on domain integral equations for three-dimensional electric and magnetic objects », *J. Comput. Phys.*, t. 195, n° 1, p. 236–262, 2004.