

Matching Pursuit en présence de cibles radar non résolues

Jonathan BOSSE, Olivier RABASTE, Dominique POUILLIN

ONERA, The French Aerospace Lab
BP 80100 91123 Palaiseau Cedex, France
nom.prénom@onera.fr

Résumé – Dans cet article nous proposons un nouvel algorithme de type matching pursuit, où le signal est projeté orthogonalement à un sous-espace qui décrit la case de résolution radar détectée. La philosophie est la suivante : puisqu’il n’est souvent pas possible de distinguer deux contributeurs non résolus (séparés par une distance inférieure à la largeur à 3dB du lobe principal du filtre adapté), nous n’essayons pas de les distinguer, mais lorsqu’une contribution est détectée dans une case de résolution, tous les contributeurs possibles appartenant à cet intervalle continu doivent être rejetés; Pour cela, la case de résolution (continue) est approximée par un sous-espace approprié, puis une projection orthogonale à cet espace est réalisée. La base du projecteur associé est choisie de façon à minimiser l’erreur de projection moyenne sur la case de résolution concernée. Le rang du projecteur est choisi de manière adaptative quant au rapport signal à bruit de la cible. Nous montrons alors que de cette façon le niveau des lobes secondaires après projection (réjection) assure une probabilité de détection des lobes secondaires faible. L’algorithme matching pursuit proposé fonctionne alors de façon plus efficace en présence de cibles non résolues.

Abstract – In this article, we propose a new matching pursuit algorithm performing a "continuous" radar resolution cell rejection. The philosophy is the following: as it is usually not possible to distinguish several unresolved (separated by less than a 3 dB matched filter main lobe width) scatterers, we do not try to distinguish them, but when a scatterer is detected, then every contribution in the corresponding resolution cell should be cleaned. For that the continuous cell interval is approximated by a subspace and the corresponding orthogonal projector is built. The projector basis is chosen so that it minimizes the projection residue inside the interval and a method is proposed to select its dimension according to the rejected target SNR. We show it enables to control the sidelobe level after rejection (orthogonal projection), so that the sidelobe detection probability after rejection can be maintained low. It allows matching pursuit to work well even if the target parameter distribution differs from a delta Dirac distribution inside the resolution cell.

1 Introduction

Traditionnellement, à l’entrée de la chaîne de traitement du signal radar on trouve le filtre adapté (FA) qui réalise à la fois la détection et l’estimation des paramètres recherchés (distance et vitesse de la cible, en général) [1]. Ce dernier constitue en effet à la fois la solution du test du rapport de vraisemblance généralisé ainsi que l’estimateur du maximum de vraisemblance sous hypothèse de bruit additif Gaussien. Ce filtre est généralement évalué sur un espace discrétisé des paramètres (grille).

Lorsque ces deux étapes d’estimation et de détection sont répétées de manière itérative, en y intercalant une étape de projection orthogonale sur le sous-espace estimé à l’itération courante, on obtient une procédure dite de cleaning [2], ou de manière équivalente de matching pursuit (MP) [3]. Cet algorithme est particulièrement intéressant en radar où il peut être vu comme une approximation du filtre adapté (ou maximum de vraisemblance) en présence de plusieurs cibles. Ce dernier, bien qu’optimal, s’avère complexe à mettre en œuvre et très coûteux en temps de calcul. De plus, l’algorithme clean ou le MP ont l’avantage d’utiliser le FA, cible de nombreux travaux en radar, de sorte que ces algorithmes peuvent réexploiter quantité de travaux de la littérature et être ainsi transposés à divers cas d’étude (Fouillis non Gaussien par exemple). Les si-

gnaux radar traités ne correspondant en règle générale pas aux modèles traités en compressed sensing (échantillonnage aléatoire), nous ne considérons pas ce cadre théorique. Du reste, la plupart des algorithmes dédiés doivent faire face à un problème dit de grille, les paramètres des cibles radar n’ayant aucune raison de correspondre exactement avec l’ensemble discret des paramètres choisis.

Une hypothèse implicite pour qu’une procédure de type cleaning ou MP fonctionne bien est qu’il n’existe pas de sources non résolues : c’est à dire qu’il n’existe pas de contributeurs séparés d’une distance inférieure à la largeur à 3dB du lobe principal du FA. Sinon, l’estimateur du filtre adapté peut devenir tellement biaisé que l’étape de réjection ne peut plus être efficace et de nombreuses détections erronées se produisent. Ce phénomène peut aussi conduire à l’absence de détection d’une cible faible, cachée dans les lobes secondaires d’une cible de forte intensité. En radar, la haute résolution n’est possible que dans certains cas particulièrement favorables [4], si bien que la séparation de cibles non résolues est généralement peu réaliste.

Dans cet article, afin de traiter le cas de cibles non résolues, nous proposons d’approximer une case résolution radar par un sous-espace approprié. Lorsqu’une cible y est détectée la réjection de cette contribution au signal mesuré s’effectue alors simplement par une projection orthogonale au sous-espace cor-

respondant. Nous étudions ici, comme dans [5] le cas du radar FMCW, qui est d'un intérêt particulier puisqu'il concerne principalement des dispositifs à bas coût qui s'accordent bien avec le coût de calcul peu élevé de la méthode que nous proposons. Notons que d'autres travaux ont aussi proposé d'utiliser une projection sur un sous-espace afin de rejeter des échos diffus, mais le choix de la dimension du sous-espace n'était pas traité [6]. L'article [7] propose de construire un projecteur basé sur une grille suréchantillonnée d'un facteur 2 : comme nous le verrons, cette technique est mise en défaut lorsque le rapport signal à bruit (RSB) de la cible est important. Dans [8] le choix du rang du projecteur est fait sans étude de l'impact sur la probabilité de détection des lobes secondaires.

Le plan du présent article est le suivant : dans la deuxième section nous présentons le modèle du signal. Nous nous focalisons ici dans un contexte radar mais il peut être étendu à d'autres cas d'application. Ensuite, l'algorithme de type MP est expliqué. Enfin, nous concluons par quelques simulations numériques qui en illustrent les performances.

2 Modélisation du signal et problématique

Nous considérons que le modèle s'écrit de la façon suivante :

$$\mathbf{y} = \sum_{m=1}^M \alpha_m \mathbf{u}(\boldsymbol{\theta}_m) + \mathbf{n}, \quad (1)$$

où \mathbf{y} est un vecteur d'observation complexe de taille $N \times 1$, $\boldsymbol{\theta}_m$ représente le paramètre d'intérêt inconnu, α_m est une amplitude complexe inconnue et déterministe (modèle de cible Swerling 0 [1]), $\mathbf{u}(\cdot)$ est un vecteur connu de norme 1 et \mathbf{n} un bruit blanc additif (supposé blanc circulaire et Gaussien de covariance $\sigma^2 \mathbf{I}$). Nous supposons ici par simplicité que la puissance du bruit σ^2 est connue. Un tel modèle est très général : dans le cas du radar $\mathbf{u}(\cdot)$ représente la forme d'onde et $\boldsymbol{\theta}$ contient par exemple la distance et le Doppler de la cible. Afin d'estimer $\boldsymbol{\theta}_m$, l'algorithme MP (ou clean) est bien adapté. Cet algorithme est résumé par l'algorithme 1. Ici, le critère d'arrêt est le suivant, nous itérons tant que le filtre adapté produit encore des détections à l'itération i :

$$\frac{|\mathbf{y}_{(i)}^H \mathbf{u}(\boldsymbol{\theta})|^2}{\|\mathbf{u}(\boldsymbol{\theta})\|^2} \underset{\mathcal{H}_1}{\overset{\mathcal{H}_0}{\leq}} \gamma, \quad (2)$$

où le seuil $\gamma = -\sigma^2 \log(P_{fa})$ est lié de façon classique à la probabilité de fausse alarme P_{fa} .

Le modèle du radar FMCW que nous traitons particulièrement ici, s'écrit de la façon suivante [5]

$$\mathbf{y} = \sum_{m=1}^M \alpha_m \mathbf{u}(\nu_m, \tau_m) + \mathbf{n}, \quad (5)$$

avec

$$\mathbf{u}(\nu, \tau) = \mathbf{a}_P(\nu T_p) \otimes \mathbf{a}_N(-\alpha \tau T_s) \quad (6)$$

Algorithm 1 Matching pursuit (cleaning) en radar

$\mathbf{y}_{(0)} = \mathbf{y}, \boldsymbol{\theta}_{(0)} = \{\emptyset\}, i = 0$

while le critère d'arrêt n'est pas vérifié **do**

1. Filtre adapté : estimation des paramètres (sur une grille définie)

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(i)} = \arg \max_{\tau, \nu} \frac{|\mathbf{y}_{(i)}^H \mathbf{u}(\boldsymbol{\theta})|^2}{\|\mathbf{u}(\boldsymbol{\theta})\|^2}. \quad (3)$$

2. Projection orthogonale à la composante estimée (réjection) :

$$\mathbf{y}_{(i+1)} = \mathbf{y}_{(i)} - \mathbf{\Pi}(\mathbf{u}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(i)}))\mathbf{y}_{(i)} = \mathbf{\Pi}^\perp(\mathbf{u}(\hat{\boldsymbol{\theta}}_{(i)}))\mathbf{y}_{(i)}, \quad (4)$$

où $\mathbf{\Pi}(\mathbf{u})$ est le projecteur orthogonal sur \mathbf{u} .

$i = i + 1$

end while

$$\mathbf{a}_P(f) = \frac{1}{\sqrt{P}} [1 \quad \dots \quad e^{j2\pi f(P-1)}]^T, \quad (7)$$

où la durée temps court correspond à $T_p = NT_s$, T_s étant la durée d'échantillonnage, P le nombre d'impulsions (temps long) et \otimes représentant le produit de Kroncker. On a également défini en fonction du retard lié à la cible τ , de son Doppler ν et d'un paramètre lié à la bande du signal radar α .

Dans le cas du radar, le steering vecteur s'écrit de façon séparable vis à vis de ses paramètres (τ, ν) . Dans ce cas là, on peut simplifier l'étude en considérant un paramètre θ scalaire, l'extension au cas $\boldsymbol{\theta} = [\tau, \nu]^T$ étant alors aisée [5].

3 Un algorithme MP pour cibles non résolues

Pour traiter le cas de cibles non résolues, nous proposons de modifier l'étape 2) de l'algorithme MP en construisant un projecteur sur un sous-espace adapté à la case de résolution radar. Pour cela, il faut tout d'abord se poser la question du choix de la base puis sélectionner la dimension du projecteur de façon pertinente en fonction du RSB de la cible. Notons que généralement, dans la littérature, le sous-espace en question est choisi de dimension 1 et de façon non adaptative.

3.1 Choix de la base de projection

Notons θ_0 un point de la grille du filtre adapté et $\mathcal{R}(\theta_0, \Delta) = \{\theta / |\theta - \theta_0| < \frac{\Delta}{2}\}$ une case de résolution de largeur Δ , centrée en θ_0 . Nous choisirons le projecteur $\mathbf{\Pi}_K$, de rang arbitraire K , qui minimise l'erreur quadratique de projection suivante :

$$\mathcal{E}(\theta_0, \Delta, \mathbf{\Pi}_K) = \frac{1}{\Delta} \int_{\theta_0 - \frac{\Delta}{2}}^{\theta_0 + \frac{\Delta}{2}} \left\| \mathbf{\Pi}^\perp \mathbf{u}(\theta) \right\|^2 d\theta. \quad (8)$$

Le projecteur optimal, est alors donné par les K premiers vecteurs propres de la matrice suivante [9, 10]

$$\mathbf{U}(\theta_0, \Delta) = \frac{1}{\Delta} \int_{\theta_0 - \frac{\Delta}{2}}^{\theta_0 + \frac{\Delta}{2}} \mathbf{u}(\theta) \mathbf{u}^H(\theta) d\theta, \quad (9)$$

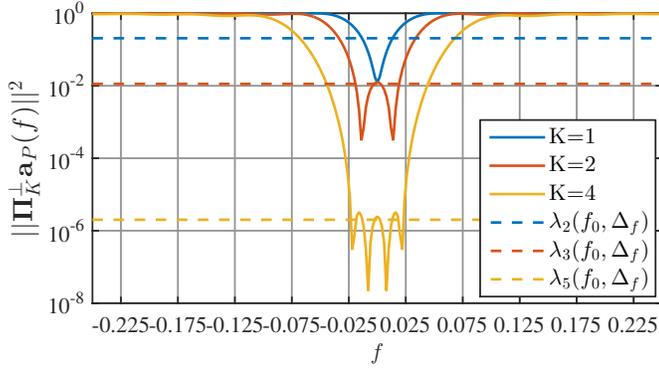


FIGURE 1 – Erreur de projection pour le steering vector (7), en fonction de f , pour divers K , quand $\mathbf{\Pi}_K$ est choisi de manière optimale selon l’EQM (12), $f_0 = 0$, $P = 20$, $\Delta_f = \frac{1}{P}$

associés aux K valeurs propres les plus grandes. Dans notre cas cette matrice s’écrit, avec $\mathbf{u}(\theta) = \mathbf{a}_P(f)$

$$\mathbf{U}(\theta_0, \Delta) = [\mathbf{a}_P(f_0) \mathbf{a}_P^H(f_0)] \odot \mathbf{B}_{P, \frac{\Delta_f}{2}}, \quad (10)$$

où \odot représente le produit de Hadamard et

$$[\mathbf{B}_{P,W}]_{kl} = 2W \text{sinc}(2W(k-l)), \quad 1 \leq k, l \leq P. \quad (11)$$

Les vecteurs propres d’intérêt sont alors simplement déduits du produit de Hadamard du vecteur $\mathbf{a}_P(f_0)$ avec les vecteurs propres de $\mathbf{B}_{P,W}$ [5]. Les vecteurs propres de la matrice $\mathbf{B}_{P,W}$ sont les Discrete Prolate Spheroidal Sequences vectors (DPSS) [11]. C’est par définition la base orthogonale de dimension P qui est la plus concentrée spectralement dans $[-W, W]$. Les valeurs propres correspondantes notées $\lambda_k(P, W)$ ont la particularité de décroître très rapidement (de manière exponentielle). Les valeurs propres de $\mathbf{U}(\theta_0, \Delta)$ sont précisément ici données par $\lambda_k(P, \frac{1}{2P})$. Leur décroissance est illustrée à la Figure 1.

3.2 Choix de la dimension du sous-espace

On observe à la Figure 1 l’erreur de projection, lorsque $\mathbf{\Pi}$ est choisi de façon optimale comme décrit au paragraphe précédent. Certes, choisir un rang K important permet de diminuer l’erreur de projection et donc d’assurer potentiellement une meilleure réjection des contributions réparties dans $\mathcal{R}(\theta_0, \Delta)$, mais que cela s’effectue au détriment de la probabilité de détection aux abords de la zone de réjection. Il convient donc de choisir le rang approprié au RSB des cibles à rejeter. Lorsque le projecteur $\mathbf{\Pi}_K$, de rang K , est choisi de façon optimale, on a [9, 10]

$$\mathcal{E}(\theta_0, \Delta, \mathbf{\Pi}_K) = \sum_{k=K+1}^N \lambda_k(\theta_0, \Delta). \quad (12)$$

On peut montrer [10] que contrôler l’EQM de projection (12), permet de contrôler également le niveau des lobes secondaires et donc de s’assurer que l’étape de projection n’engendre pas une probabilité de détecter des lobes secondaires (en moyenne,

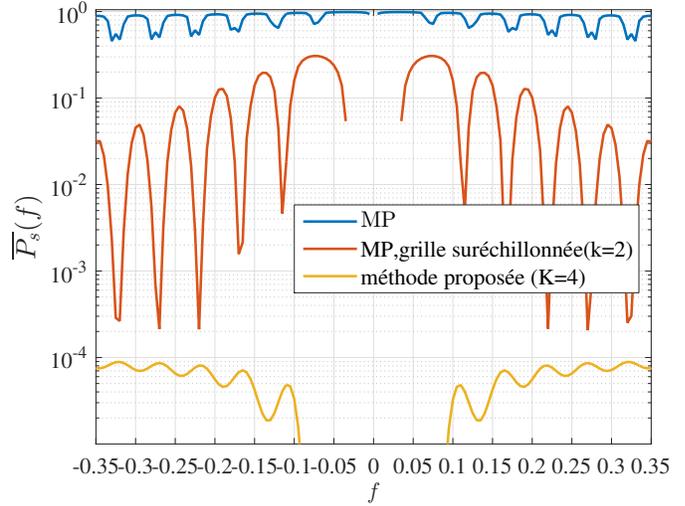


FIGURE 2 – Probabilité $\bar{P}_s(f)$ de détection en fonction de f d’un lobe secondaire après projection, moyennée sur l’ensemble des positions dans $\mathcal{R}(f_0, \Delta_f)$, $f_0 = 0$, $P = 20$, $P_{fa} = 10^{-4}$, $\Delta_f = \frac{1}{P}$

pour l’ensemble des positions possibles dans $\mathcal{R}(\theta_0, \Delta)$) bien supérieure à la probabilité de fausse alarme. On peut d’ailleurs montrer que la probabilité maximale de détecter un lobe secondaire (moyennée par les positions possible d’une cible dans $\mathcal{R}(\theta_0, \Delta)$) \bar{P}_s^{max} s’approche rapidement vers la probabilité de fausse alarme [10]

$$\bar{P}_s^{max} \leq P_{fa} \left(1 + \mathcal{O}\left(\sqrt{RSB\mu}\right)\right). \quad (13)$$

Cette probabilité est contrôlée par le paramètre

$$\mu = \max_{\theta \in \mathcal{R}(\theta_0, \Delta)} \left\| \mathbf{\Pi}^\perp \mathbf{u}(\theta) \right\|^2, \quad (14)$$

qui dans notre cas (7) s’écrit

$$\mu = 1 - \min_{f \in \mathcal{R}(f_0, \Delta_f)} \frac{1}{P} \sum_{k=1}^K \left| U_k \left(P, \frac{\Delta_f}{2}; f \right) \right|^2. \quad (15)$$

où $U_k(P, W; f)$ est par définition la k -ième Discrete Prolate Spheroidal Wave Function (DPSWF) [11]. Généralement μ décroît presque aussi vite que les valeurs propres $\lambda_k(\theta_0, \Delta)$.

En pratique, on choisira K tel que l’erreur moyenne de projection (12) est inférieure à ε petit (pris égal à 0.3, empiriquement) multiplié par le RSB de la cible, lui même estimé par $|\mathbf{y}_{(i)}^H \mathbf{u}(\theta_0)|^2$.

4 Résultats Numériques

Nous observons à la Figure 2, dans le cas du modèle (7), que la probabilité de détection des lobes secondaires après projection (moyennée sur la case de résolution) \bar{P}_s peut être contrôlée à un niveau proche du taux de fausse alarme (ici 10^{-4}). Une réjection classique de rang 1 telle qu’utilisée couramment dans

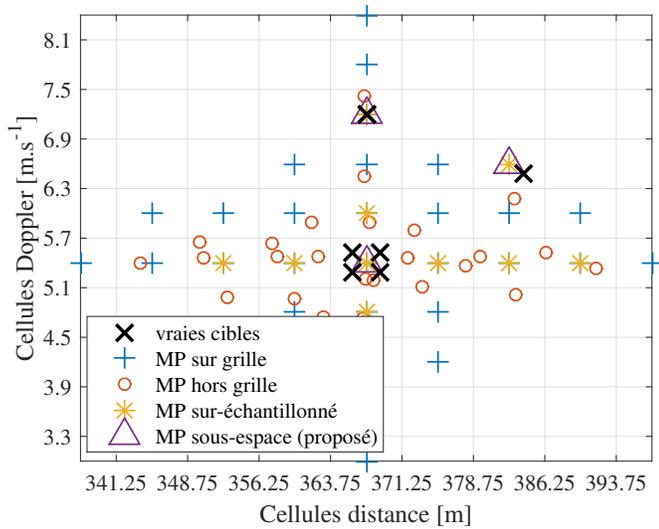


FIGURE 3 – Sortie de divers algorithmes MP. La cible non résolue est constituée d’un ensemble de 4 contributeurs en phase, d’un RSB identique, égal à 55 dB. Les 2 cibles ponctuelles sont d’un RSB égal à 20 dB. $T_s = 2 \mu s$, $T_p = 1 ms$, $\lambda = 0.3 m$, $\alpha = \pi \times 200 MHz/s$, $N = P = 500$, $P_{fa} = 10^{-6}$, $K = 4$.

l’algorithme MP ou bien en utilisant le projecteur basé sur une grille sur-échantillonnée d’un facteur 2, proposé dans [7], sont mis en défaut pour des cibles à fort RSB.

Nous considérons maintenant un modèle de signal radar FMCW, tel que décrit par (5). La structure Kronecker du modèle permet de déduire facilement le projecteur désiré en tirant parti de la séparabilité des variables τ et ν . Le projecteur recherché est alors simplement un produit de Kronecker entre un projecteur sur l’axe retard et un autre sur l’axe Doppler [5].

La Figure 3 présente un cas d’application où l’on dispose d’une cible de fort RSB composée de quatre contributeurs non résolus et deux contributeurs ponctuels de faible RSB. La plupart des versions de type MP sont mises en défaut dans ce cas, et produisent de nombreuses détections indésirables : il devient alors compliqué de distinguer les deux cibles d’intensité plus faibles, noyées dans les lobes secondaires issus d’une mauvaise réjection de la cible forte. La méthode proposée, quant à elle permet bien de détecter la cible forte ainsi que les deux cibles de plus faible RSB.

5 Conclusion

Nous avons proposé ici un nouvel algorithme de type matching pursuit, efficace en présence de cibles non résolues. Alors que les techniques de la littérature sont pour la plupart mises en défaut dans ce cadre et tendent à produire de nombreuses détections non pertinentes, nous proposons une approche différente. Plutôt que de chercher à séparer plusieurs contributeurs non résolus, nous proposons de modifier l’étape de projection orthogonale pour s’assurer que cette dernière n’engendre pas

de détection dues aux lobes secondaires de la cible rejetée. La cellule de résolution radar, dimension minimale sous laquelle il est peu probable de distinguer un ou plusieurs contributeurs, est alors approximée par un sous-espace. Le choix de la base est optimal au sens de l’erreur quadratique et la dimension retenue est fonction de la puissance de la cible à rejeter. Ce faisant, l’algorithme proposé permet de mieux contrôler la probabilité de détecter les lobes secondaires après projection orthogonale.

Références

- [1] M. A. Richards, *Fundamentals of radar signal processing*. Tata McGraw-Hill Education, 2005.
- [2] J. Tsao and B. D. Steinberg, “Reduction of sidelobe and speckle artifacts in microwave imaging : the clean technique,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 36, no. 4, pp. 543–556, 1988.
- [3] S. G. Mallat and Z. Zhang, “Matching pursuits with time-frequency dictionaries,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 41, no. 12, pp. 3397–3415, 1993.
- [4] C. Ren, J. Galy, E. Chaumette, P. Larzabal, and A. Renaux, “High resolution techniques for radar : Myth or reality ?” *In proceedings of EUSIPCO 2013*, 2013.
- [5] J. Bosse, O. Rabaste, and D. Poullin, “Matching pursuit via continuous resolution cell rejection in presence of unresolved radar targets,” *European Signal Processing Conference (EUSIPCO)*, pp. 1816–1820, 2015.
- [6] M. A. Davenport, S. R. Schnelle, J. Slavinsky, R. G. Baraniuk, M. B. Wakin, and P. T. Boufounos, “A wide-band compressive radio receiver,” *Military Communications Conference, MILCOM 2010*, pp. 1193–1198, 2010.
- [7] M. Cattenoz, L. Savy, and S. Marcos, “Adaptive processing methods for mimo radar experimental signals,” *in proceedings of IEEE RADAR 2014*, 2014.
- [8] Z. Zhu and M. B. Wakin, “On the dimensionality of wall and target return subspaces in through-the-wall radar imaging,” *in Compressed Sensing Theory and its Applications to Radar, Sonar and Remote Sensing (CoSeRa), 2016 4th International Workshop on*. IEEE, 2016, pp. 110–114.
- [9] M. A. Davenport and M. B. Wakin, “Compressive sensing of analog signals using discrete prolate spheroidal sequences,” *Applied and Computational Harmonic Analysis*, vol. 33, no. 3, pp. 438–472, 2012.
- [10] J. Bosse and O. Rabaste, “Subspace rejection for matching pursuit in presence of extended/unresolved targets,” *Submitted to IEEE Transactions on Signal Processing*, 2017.
- [11] D. Slepian, “Prolate spheroidal wave functions, fourier analysis, and uncertainty-V : The discrete case,” *Bell System Technical Journal*, vol. 57, no. 5, pp. 1371–1430, 1978.