

Activation adaptative et distribuée des unités d'un réseau de capteurs

Mengyi ZHANG, Alban GOUPIL, Maxime COLAS et Guillaume GELLÉ

Laboratoire CReSTIC, UFR Sciences Exactes et Naturelles, Université de Reims

Moulin de la Housse, BP 1039, 51687 Reims Cedex 2, France

{mengyi.zhang, alban.goupil, maxime.colas, guillaume.gelle}@univ-reims.fr

Résumé – La sélection des unités d'un réseau de capteurs à activer pour augmenter sa durée de vie tout en garantissant la couverture est un problème primordial pour lequel nous proposons une méthode complètement distribuée qui s'adapte automatiquement en cas d'extinction de capteurs en ne réveillant que les unités nécessaires. Cette méthode repose sur l'utilisation de l'homologie et de la théorie de Morse discrète.

Abstract – Thanks to homology computation and discrete Morse theory, we develop an algorithm which selects active sensors in a wireless sensor network in order to optimize its lifetime. Our distributed algorithm reactivates only the necessary sensors when a neighbor turns off while assuring the coverage.

1 Introduction

Pour augmenter la durée de vie d'un réseau de capteurs densément déployé, il est judicieux de mettre en veille certaines unités surnuméraires. Leur réactivation doit s'effectuer seulement en cas de besoin lorsque les unités actives restantes s'avèrent insuffisantes pour garantir la couverture.

De Silva et Ghrist [1] ont développé une approche basée sur la topologie algébrique [2], notamment l'homologie, qui permet de résoudre le problème de la certification d'une couverture complète mais aussi celui de la sélection des capteurs à activer sans même connaître la position des capteurs. Nous proposons une solution de mise en œuvre à faible complexité de leur approche grâce à la théorie de Morse discrète de Forman [3].

Notre solution est entièrement distribuée et est adaptative afin de répondre rapidement aux modifications du réseau comme l'extinction de capteurs ou pour prendre en compte leur mobilité potentielle. Nous nous restreindrons ici à la sélection des capteurs mais notre solution s'applique aussi à la détection des trous de couverture.

La section 2 décrit l'approche par homologie présentée en [1]. La théorie de Morse fait ensuite l'objet de la section 3. Les sections 4 et 5 présentent l'algorithme distribué et son application à l'activation adaptative des capteurs. Enfin la section 6 clôture cet article.

2 Couverture par l'homologie

Un exemple permettra dans cette communication d'expliquer l'utilisation de l'homologie dans la détection de trou et la sélection de capteurs. Nous avons déployé virtuellement deux réseaux de capteurs dans le disque unité dont une vingtaine forment la frontière de la zone à surveiller. Pour simplifier, chaque unité

couvre un petit disque autour de lui. Ces réseaux sont représentés sur la figure 1 ; le premier, à gauche, comporte 60 unités et le second, à droite, 400. Dans le premier cas, il y a des trous de couverture que l'algorithme localise en les entourant par des cycles indiqués en rouge. Dans la seconde situation, le réseau est suffisamment dense pour couvrir le disque unité et l'algorithme met en veille une centaine d'unités, signalées par une croix rouge, tout en préservant la couverture.

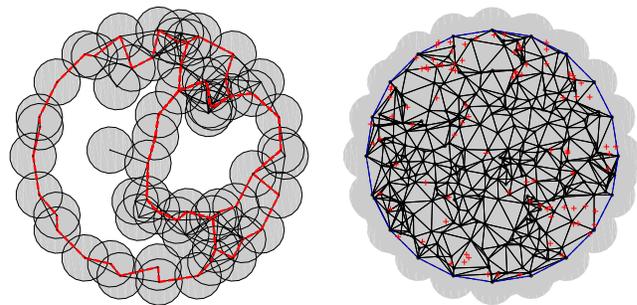


FIGURE 1 – Application de l'homologie aux réseaux de capteurs

La première partie de la méthode consiste à construire un espace combinatoire abstrait qui représente la couverture du réseau de façon suffisamment précise. Cet espace est un complexe simplicial \mathcal{C} de dimension 3, c'est-à-dire qu'il est composé de sommets, d'arêtes, de triangles et de tétraèdres. L'articulation de ces différents éléments est réalisée par la notion de bord et d'incidence : le bord d'une arête est la somme de ses sommets, le bord d'un triangle est composé de ses arêtes, et le bord d'un tétraèdre est formé par ses triangles.

Initialement, les sommets de \mathcal{C} figurent les capteurs du réseau. Si trois capteurs a , b et c couvrent ensemble la zone délimitée par l'enveloppe convexe de leur position, alors le triangle abc ainsi que ses arêtes ab , ac et bc sont ajoutés à \mathcal{C} . *Mutatis mutandis*, il

en est de même des tétraèdres $abcd$ associés aux sommets a, b, c et d .

Détecter si l'enveloppe convexe de plusieurs capteurs est couverte sans connaître leur position peut être déterminé selon [1] à partir du réseau de communication et d'une relation entre les rayons de communication et de couverture ou encore, selon nos travaux présentés dans [4], par l'utilisation des corrélations entre les mesures. Par souci de clarté, nous nous restreindrons dorénavant au modèle basique de disque de couverture pour lequel les positions des capteurs sont spécifiées ; la construction du complexe \mathcal{C} s'en trouve simplifiée.

Nous remarquons que la construction précédente ne fait intervenir que des unités proches les unes des autres et peut donc être gérée localement en utilisant la structure de données distribuée décrite dans l'article [5] pour représenter \mathcal{C} .

Pour la seconde partie de la méthode, le groupe d'homologie $H_1(\mathcal{C})$ sur le corps binaire \mathbb{Z}_2 est calculé. Nous n'entrons pas dans les détails mathématiques qui peuvent être retrouvés dans [2], mais le premier groupe est un espace vectoriel sur le corps binaire dont une base est donnée par les cycles entourant les trous de couverture. Il y a donc autant de trous détectés que la dimension de $H_1(\mathcal{C})$. Les vecteurs d'une base de H_1 sont représentés en rouge à gauche sur la figure 1.

S'il n'y a aucun trou de couverture alors le groupe d'homologie relative $H_2(\mathcal{C}, \mathcal{F})$ est calculé pour lequel \mathcal{F} est la frontière de la zone à couvrir, c'est-à-dire dans notre exemple le polygone dessiné en bleu à droite de la figure 1 approchant le cercle unité. Encore une fois les détails sont mis de côté vue la place limitée de ce papier, toutefois ce groupe est lui aussi un espace vectoriel dont la dimension vaut soit 0 soit 1. Dans le premier cas, des trous sont détectés sans pour autant pouvoir les localiser comme précédemment. Dans le second cas, la base se compose d'un unique vecteur qui est formé par un ensemble de triangles. En activant seulement les capteurs aux sommets de ces triangles, la couverture reste garantie malgré la mise en veille des autres capteurs devenus redondants [1].

Il faut noter que les bases des espaces vectoriels $H_1(\mathcal{C})$ et $H_2(\mathcal{C}, \mathcal{F})$ ne sont pas canoniques et que leurs vecteurs ne sont pas nécessairement optimaux. Toutefois, les simulations que nous avons menées fournissent habituellement de bons résultats et, si nécessaire, des optimisations sur leur « taille » restent envisageables et sont actuellement des sujets d'études actives.

3 Théorie de Morse discrète

Bien que d'une formulation absconse de premier abord, les groupes $H_1(\mathcal{C})$ et $H_2(\mathcal{C}, \mathcal{F})$ sont efficacement calculables par une simple modification des algorithmes de réduction de matrice binaire sous forme échelonnée. Toutefois, les matrices mises en jeu ont une taille de l'ordre du nombre de simplexes de \mathcal{C} , et comme ce calcul est centralisé les coûts en communication et en énergie pour détecter des trous de couverture ou pour sélectionner les capteurs actifs deviennent prohibitifs.

La solution proposée dans [5] repose sur une simplification distribuée et localisée de \mathcal{C} suivie par la récupération du com-

plexe résultant par un capteur maître qui se chargera de la réduction matricielle.

Notre méthode est différente car la simplification distribuée de \mathcal{C} se fait très simplement par la théorie de Morse discrète introduite par Forman [3]. Puis, avec une grande probabilité [6], les groupes $H_1(\mathcal{C})$ et $\mathcal{H}_2(\mathcal{C}, \mathcal{F})$ sont directement lisibles sur le résultat.

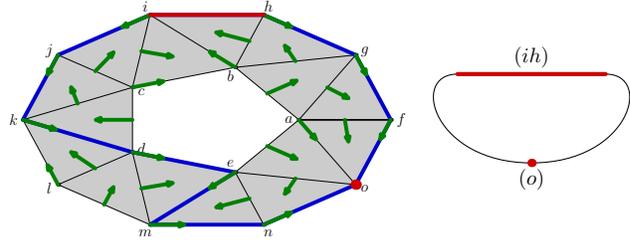


FIGURE 2 – Vecteurs discrets et complexe de Morse

Une nouvelle fois, montrons sur un exemple notre méthode. À gauche de la figure 2 est dessiné un complexe simplicial \mathcal{X} de dimension 2. L'espace vectoriel $H_1(\mathcal{X})$ est de dimension 1 indiquant la présence d'un trou dans le complexe.

La théorie de Morse consiste à plaquer un champ de vecteurs discrets V sur l'espace \mathcal{X} . À partir de ce champ V , un nouvel espace \mathcal{M} est construit, beaucoup plus simple tout en restant équivalent à l'original \mathcal{X} .

Plus précisément, un vecteur discret est une paire de simplexes σ et τ , noté $\sigma \rightarrow \tau$ telle que σ soit sur le bord de τ . Chaque simplexe ne peut être associé qu'à un seul vecteur discret. Les vecteurs discrets de notre exemple sont représentés par des flèches vertes d'origine σ et de pointe τ . Il y a ainsi un vecteur $ab \rightarrow abg$ de l'arête ab vers le triangle abg ou encore $c \rightarrow bc$ allant du sommet c vers l'arête bc .

La construction d'un champ de vecteurs discrets dépend de l'application mais nous nous sommes tournés ici vers une approche aléatoire et gloutonne [6] qui se montre particulièrement attrayante car facile à mettre en œuvre de façon distribuée.

Une fois le champ de vecteurs discrets fixé, la majorité des simplexes interviennent dans un vecteur discret soit en tant qu'origine ou en tant que pointe. La minorité des simplexes qui ne sont pas apparés par un vecteur sont dits critiques et vont jouer un rôle déterminant par la suite — ceux de l'exemple sont indiqués en rouge sur la figure 2.

En effet, les simplexes critiques sont l'ingrédient principal du nouvel espace \mathcal{M} , appelé le complexe de Morse : à chaque simplexe critique σ de \mathcal{X} nous lui associons un simplexe (σ) de même dimension dans \mathcal{M} . Par exemple, aux simplexes critiques o et ih de l'exemple, nous associons respectivement les simplexes (o) et (ih) dans \mathcal{M} , la notation avec les parenthèses distinguant les simplexes du complexe initial \mathcal{X} de ceux du complexe de Morse \mathcal{M} .

Pour connecter les simplexes de \mathcal{M} il suffit de suivre la déformation des simplexes critiques de \mathcal{X} indiquée par le champ de vecteurs discrets V . Dans notre exemple, le simplexe ih se déforme en $ij + ih + hg$ sous l'action de V qui devient $jk + ij + ih + hg + gf$ et ainsi de suite jusqu'à obtenir le cycle

bleu à gauche de la figure 2. Le simplexe o est atteint à la fin du processus des deux côtés ce qui nous indique qu'il faut relier (ih) à (o) par deux fois. Au final, le complexe de Morse \mathcal{M} de notre exemple est celui représenté à droite de la même figure.

La construction du complexe de Morse est plus détaillée dans [3] et y est mathématiquement justifiée une fois tout le formalisme posé. Par exemple, la procédure pour construire les bords des cellules du complexe de Morse y est décrit comme le résultat de l'itération du flot Φ défini par

$$\Phi\sigma = \sigma + \partial V\sigma + V\partial\sigma, \quad (1)$$

où ∂ est l'opérateur qui à une somme de simplexes fait correspondre la somme de leurs bords. Dans ce cadre, tous les opérateurs sont linéaires et les calculs effectifs deviennent matriciels ; les vecteurs binaires y représentent alors un agglomérat de simplexes.

La grande force de cette théorie est que le complexe initial \mathcal{X} et le complexe de Morse associé \mathcal{M} sont complètement équivalents homologiquement. Si le champs de vecteurs apparie en quantité les simplexes de \mathcal{X} , le nombre de simplexes critiques sera limité et le complexe de Morse petit. En utilisant la méthode de construction de [6], il y a quasiment toujours un vecteur de la base de $H_1(\mathcal{M})$ par cellule critique de \mathcal{X} ; les calculs matriciels sont par conséquent soit inexistantes soit très limités. De plus, il n'y a pas de perte réelle d'information dans ce processus car il est très simple de passer d'un cycle de $H_1(\mathcal{M})$ à un cycle de $H_1(\mathcal{X})$ en suivant le flot déterminé par le champ de vecteurs discrets.

L'explication donnée ci-dessus concerne le groupe H_1 afin de faciliter la visualisation de notre exemple mais il n'y a aucune difficulté à l'adapter pour le calcul du groupe H_2 .

Toutes les opérations élémentaires de notre méthode sont algorithmiquement facilement distribuables car elles ne font intervenir que des opérations locales entre des unités voisines. En effet, les vecteurs associent toujours deux simplexes qui sont incidents entre eux donc gérés au pire par des capteurs voisins.

4 Mise à jour du champ de vecteurs

Une fois le champ de vecteurs discrets initialisé, il est parfois nécessaire de le remettre à jour car le complexe \mathcal{C} représentant la couverture est modifié par l'ajout ou le retrait successif de simplexes. Nous avons proposé dans [7] un algorithme pour faire ce suivi.

À chaque modification élémentaire du complexe, par exemple la suppression de simplexes, notre algorithme crée une liste de simplexes susceptibles d'être à nouveau impliqués dans un vecteur discret. Ils s'agit des simplexes qui étaient auparavant associés avec un des simplexes supprimés ou bien un simplexe préalablement critique qui est au bord d'un simplexe supprimé. Une fois cette liste construite, ces simplexes sont à nouveau appariés aléatoirement et de façon gloutonne pour compléter le champs de vecteurs discrets.

Par exemple, sur la figure 3, à gauche, l'arête ac et les deux triangles abc et acd seront supprimés de cette partie du complexe. La liste des simplexes devant être réexaminés est indiquée

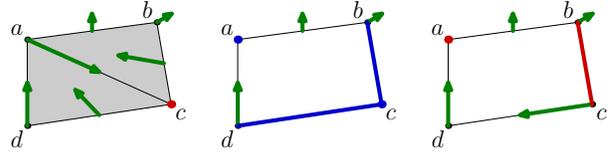


FIGURE 3 – Étapes de la mise à jour lors du retrait de simplexes

en bleu au centre. Nous y retrouvons bien sûr les arêtes bc et cd car les vecteurs auxquels elles étaient associées ont disparus. Il en est de même du sommet a . N'oublions pas que le sommet c doit aussi être ajouté à la liste car il était critique et sur le bord de l'arête ac supprimée. À droite de la figure, nous retrouvons la nouvelle configuration du champ de vecteurs discrets issue d'un appariement aléatoire et glouton des simplexes de la liste à réexaminer a, c, bc et cd . Nous remarquons au passage que, puisqu'un nouveau trou apparaît, une arête est devenue critique et elle sera en relation avec un élément de la base du groupe H_1 du complexe de Morse.

5 Sélection des capteurs actifs

Dans cette application, des capteurs ont été déployés uniformément dans le disque unité et une vingtaine forment le bord de la zone à surveiller. Chaque capteur a un stock d'énergie initialisé aléatoirement selon une loi de Poisson sauf les capteurs sur la frontière dont, pour des raisons de simplification, le stock est infini. Les capteurs actifs puisent de l'énergie dans leur stock contrairement aux capteurs en veille. Bien que rudimentaire, ce modèle permet de tester notre approche pour la gestion des capteurs actifs.

La construction du complexe \mathcal{C} représentant la couverture utilise un rayon de communication fixé à 0.3 selon la méthode de [1]. Un champ de vecteurs discrets est construit aléatoirement et de façon gloutonne sur \mathcal{C} . À partir de ce champ, le groupe $H_2(\mathcal{C}, \mathcal{F})$ est calculé pour récupérer les capteurs actifs selon une méthode décrite ci-dessous. Lorsqu'un capteur disparaît suite à un stock d'énergie insuffisant, le complexe \mathcal{C} est remis à jour ainsi que le champ de vecteurs selon la méthode décrite à la section précédente. Toutes ces opérations sont naturellement distribuées dans le réseau.

La figure 4 représente l'état du réseau entre différentes étapes de mise à jour de l'algorithme : entre les étapes 0 et 1 (a–b), 4 et 5 (c–d), 20 et 21 (e–f). Les capteurs actifs sont numérotés en rouge, ceux mis en veille en vert et le noir correspond aux capteurs « morts. » Les triangles bleus sont ceux intervenant dans le vecteur de la base de $H_2(\mathcal{C}, \mathcal{F})$ et aident à la visualisation de la couverture ainsi que de sa redondance.

Notre algorithme active 102 capteurs sur les 211 possibles pour garantir la couverture soit moins de la moitié. La redondance est assez limitée comme le montre la faible proportion de bleu foncé de la vignette (a). Lorsqu'un capteur disparaît par manque d'énergie, l'algorithme n'en réveille qu'un autre la plupart du temps. Par exemple, comme nous le voyons sur les vignettes (a–b) de la figure 4 la disparition du premier capteur,

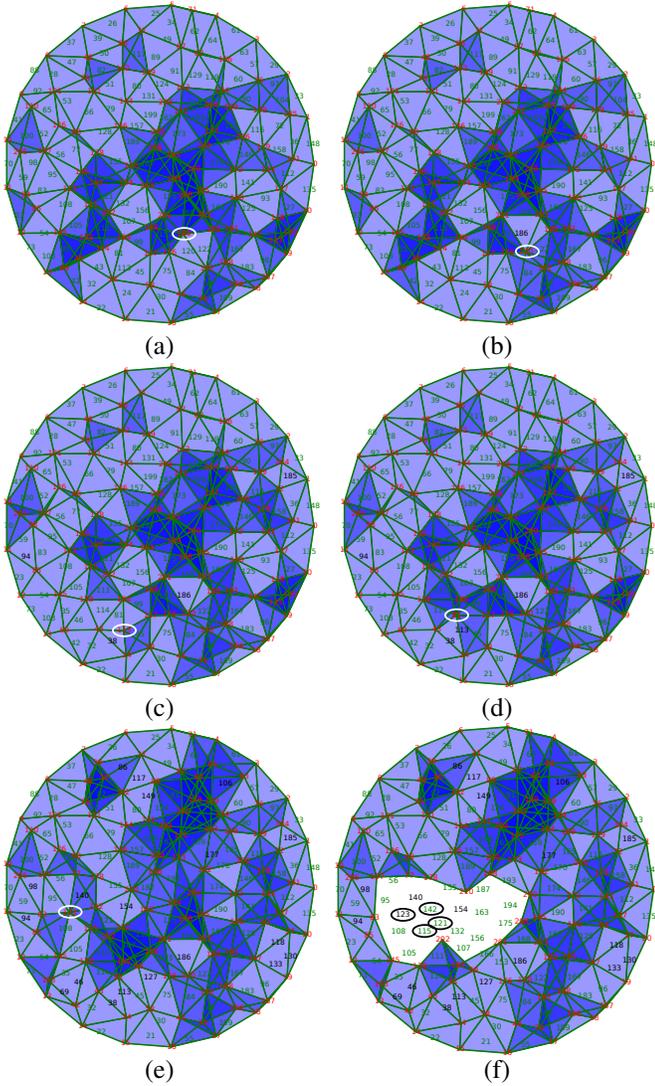


FIGURE 4 – Instantanés de la vie du réseau de capteurs

le numéro 186, entouré sur la vignette (a), ne réveille que le capteur numéro 120, lui aussi entouré sur la seconde vignette (b), qui suffit pour reprendre en charge localement la couverture. Il en est de même lors de la disparition du capteur numéro 113 (c–d), qui n’engendre que le réveil du capteur 81. Par contre le réveil de ce dernier densifie la couverture autour du capteur 184 comme l’indique la teinte bleue plus foncée. Dans cet exemple les capteurs 184 et 81 sont suffisamment proches pour être redondants. Les vignettes (e–f) de la figure 4 illustrent la rupture de la couverture causée par la disparition du capteur 123, à gauche de la zone découverte, qui n’est pas résorbée par le réveil d’autres capteurs.

Il reste à décrire le calcul de $H_2(\mathcal{C}, \mathcal{F})$ avec le champ de vecteurs discrets qui permet de sélectionner les capteurs actifs. Une seule des deux méthodes que nous avons développées dans [8] sera présentée. L’idée est à partir des arêtes σ qui forment la frontière de la zone \mathcal{F} de suivre le champs de vecteurs selon la mise à jour

$$\sigma \leftarrow \sigma + \partial V \sigma. \quad (2)$$

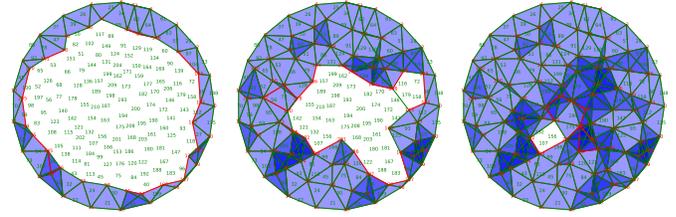


FIGURE 5 – Étapes de la construction de la base de $H_2(\mathcal{C}, \mathcal{F})$

Tous les capteurs qui ont été impliqués dans un des σ lors de ces itérations sont activés, les autres sont mis en veille.

La figure 5 montre l’évolution des capteurs sélectionnés à différentes itérations de l’équation (2). Bien que synchrone dans notre cas, cette procédure de calcul pour chaque simplexe de la frontière \mathcal{F} ne doit pas être nécessairement effectuée de façon synchrone, et par conséquent la sélection des capteurs actifs est très simple, très rapide et distribué avec des algorithmes qui ne font intervenir que des capteurs proches les uns des autres. En résumé, il s’agit d’une « diffusion asynchrone » de proche en proche contrôlée par le champ de vecteurs initiée par les arêtes de la bordure.

6 Conclusion

Notre solution au problème de sélection de capteurs actifs est particulièrement attrayante car elle ne fait appel qu’à des algorithmes entièrement distribués et peu complexes et dont les messages restent localisés aux voisinages. Elle se montre particulièrement stable et robuste et s’adapte facilement à plusieurs types de calcul de couverture. Nos travaux [8] y ont ajoutés des améliorations notables qui feront l’objet de publications futures.

Références

- [1] V. de Silva and R. Ghrist, “Coordinate-free coverage in sensor networks with controlled boundaries via homology,” *Int. J. Robot. Res.*, vol. 25, no. 12, pp. 1205–1222, 2006.
- [2] A. Hatcher, *Algebraic topology*. Cambridge University Press, 2001.
- [3] R. Forman, “Morse theory for cell complexes,” *Adv. Math.*, vol. 134, pp. 90–145, 1998.
- [4] M. Zhang, A. Goupil, M. Colas, and G. Gellé, “WSN sensing coverage based on correlation,” in *Proceedings of WCSP*, Hangzhou, China, 2013.
- [5] P. Dłotko, R. Ghrist, M. Juda, and M. Mrozek, “Distributed computation of coverage in sensor networks by homological methods,” *Appl. Algebra Engrg. Comm. Comput.*, vol. 23, pp. 29–58, 2012.
- [6] B. Benedetti and F. H. Lutz, “Random discrete Morse theory and a new library of triangulations,” *Exp. Math.*, vol. 23, no. 1, pp. 66–94, 2014.
- [7] M. Zhang, A. Goupil, M. Colas, and G. Gellé, “Adaptive and distributed homology computation with application to large scale sensor networks,” in *Proceedings of WCSP*, Hefei, China, 2014.
- [8] M. Zhang, “Optimisation de la couverture de communications et de mesure dans les réseaux de capteurs,” Thèse, Université de Reims, 2015.