

Une redéfinition des conditions aux limites de la méthode Lattice Boltzmann pour le débruitage d'images

Laurent NAVARRO¹, Guy COURBEBASSE², Christian ROUX¹,

¹Ecole Nationale Supérieure des Mines,
CIS-EMSE, CNRS : UMR 5307, LGF, F-42023 Saint-Etienne, France

²Université de Lyon,
CREATIS, CNRS UMR 5220, INSERM U1044, UCB Lyon1, INSA Lyon, France
laurent.navarro@mines-stetienne.fr, guy.courbebaisse@creatis.insa-lyon.fr,
christian.roux@mines-stetienne.fr

Résumé – Nous présentons une nouvelle approche pour le débruitage d'images par la méthode Lattice Boltzmann. Plus précisément, nous couplons la diffusion anisotrope à une redéfinition des conditions limites du problème pour y intégrer le gradient de l'image. Cette redéfinition des conditions limites permet de donner plus d'importance aux fortes transitions dans l'image et donne de bon résultats en terme de PSNR en comparaison avec la diffusion anisotrope de Perona-Malik dans une application de débruitage d'image.

Abstract – We present a new approach for image denoising using the Lattice Boltzmann Method. More precisely, we couple anisotropic diffusion to redefinition of the boundary conditions of the problem to include the image gradient. This redefinition of the boundary conditions gives more importance to the high transitions in the image and gives good results in terms of PSNR compared to the Perona-Malik anisotropic diffusion in image denoising application.

1 Introduction

La méthode Lattice Boltzmann, ou de Boltzmann sur réseau, bien que développée initialement pour résoudre des problèmes de mécanique des fluides, est aujourd'hui utilisée pour des applications en traitement d'images telles que la segmentation, le débruitage [7], [2], [1], [13], [6]. La méthode Lattice Boltzmann a été utilisée avec succès pour la restauration d'images bruitées [8], [5], [4], [12], [14]. L'intérêt de cette méthode réside dans la formulation d'un problème numérique lié à un phénomène physique décrit à l'échelle macroscopique, en prenant en considération des paramètres à une échelle microscopique. Pour le traitement d'image, l'échelle macroscopique correspond aux objets et formes de l'image, l'échelle microscopique aux pixels dont le niveau de gris sera assimilé à une densité de probabilité de particules.

Le problème du débruitage des images, dans le cas 2D par exemple, consiste à estimer une version non bruitée $f(x, y)$ d'une image $g(x, y)$ corrompue par un bruit qui peut être gaussien $w(x, y)$ par exemple. On peut donc écrire le problème comme :

$$g(x, y) = f(x, y) + \alpha w(x, y) \quad (1)$$

où α est la variance du bruit.

L'approche Lattice Boltzmann classique pour le débruitage repose sur l'utilisation de la diffusion anisotrope, qui peut être mise en place naturellement si l'on utilise l'approximation BGK

(Bhatnagar-Gross-Krook) [3]. Dans la plupart des algorithmes de débruitage par diffusion anisotrope, l'utilisation du gradient de l'image comme carte de densités initiales assure un débruitage intéressant des zones de faible gradient tout en conservant de manière efficace les contours de l'image.

Les auteurs de [14] expriment la diffusion de Perona-Malik [11] avec la méthode Lattice Boltzmann. Ils montrent qu'il existe une équivalence entre la formulation classique et la formulation Lattice Boltzmann.

Dans le même esprit, nous proposons une nouvelle méthode qui intègre le gradient de l'image dans les conditions limites du problème. Cette méthode consiste à interpréter les valeurs du gradient de l'image comme des densités de particules, puis de reconsidérer le comportement de ces particules aux conditions limites du problème.

Dans cet article la méthode proposée est explicitée en présentant successivement les bases de la méthode Lattice Boltzmann, notre méthode de débruitage spécifique, et un exemple d'application de débruitage sur une image 2D.

2 La méthode Lattice Boltzmann

L'idée principale de la méthode Lattice Boltzmann est de modéliser des phénomènes macroscopiques en utilisant des densités de particules se déplaçant sur un réseau. Un exemple d'un

tel réseau est présenté figure 1. Cet exemple considère un réseau D2Q9 (deux dimensions, neuf directions) à maille carrée, mais il est possible d'imaginer différents types de réseaux ; non carrés, non réguliers, et plusieurs dimensions [9]. Les images constituent naturellement un bon support pour cette méthode, car les niveaux de gris des pixels ou des voxels peuvent être considérés comme des densités de particules. En effet, les phénomènes physiques qui conduisent à la formation de la plupart des images justifient le choix de cette hypothèse. A titre d'exemples, on remarquera que l'on est en présence de densités de photons dans le cas des caméras classiques, ou de densités de matière dans le cas de l'imagerie scanner.

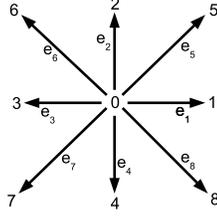


FIGURE 1 – Réseau D2Q9 en deux dimensions et neuf directions.

La méthode comprend deux étapes : une étape de translation (advection) dans laquelle les particules vont se déplacer sur le réseau en passant d'un noeud à l'autre, et une étape de collision dans laquelle les directions et les vitesses des particules sont reconsidérées à chaque noeud. Ces deux étapes peuvent être représentées par l'équation Lattice Boltzmann discrète qui constitue une simplification et une discrétisation de l'équation de Boltzmann. L'approximation BGK (Bhatnagar-Gross-Krook) [3] de cette équation permet la linéarisation de l'opérateur de collision (membre de droite de (2)) de l'équation de Boltzmann et la description d'un phénomène physique au moyen d'un temps de relaxation. Cette approximation est particulièrement adaptée à la discrétisation des équations de diffusion, elle peut être exprimée sous la forme :

$$\begin{aligned} f_i(\vec{r} + \sigma_h \vec{e}_i, t + \sigma_t) - f_i(\vec{r}, t) &= \Omega_i(f) \\ &= -\frac{1}{\tau} (f_i(\vec{r}, t) - f_i^{eq}(\vec{r}, t)) \end{aligned} \quad (2)$$

où $i = 0, 1, \dots, 8$, et $f_i(\vec{r} + \sigma_h \vec{e}_i, t + \sigma_t)$ est la fonction de distribution de la densité au noeud $\vec{r} + \sigma_h \vec{e}_i$, au temps $t + \sigma_t$ avec σ_h le pas du réseau et σ_t le pas de temps ; $f_i(\vec{r}, t)$ est la densité de distribution au noeud \vec{r} au temps t , suivant la direction \vec{e}_i :

$$\vec{e}_i = \begin{cases} 0 & \text{pour } i = 0; \\ (\cos(\pi(i-1)/2), \sin(\pi(i-1)/2)) & \text{pour } i = 1, 2, 3, 4; \\ \sqrt{2}(\cos(\pi(i-\frac{9}{2})/2), \sin(\pi(i-\frac{9}{2})/2)) & \text{pour } i = 5, 6, 7, 8. \end{cases} \quad (3)$$

Le membre de droite de l'équation 2 représente le terme de collision et τ est un temps de relaxation qui contrôle la vi-

tesse d'approche de l'équilibre. La densité ρ totale pour chaque noeud peut être exprimée en termes de fonctions de distribution de particules comme [15] :

$$\sum_{i=0}^8 f_i = \sum_{i=0}^8 f_i^{eq} = \rho \quad (4)$$

La fonction d'équilibre $f_i^{eq}(\vec{r}, t)$ dépend seulement des densités locales et des vitesses, et peut être calculée comme suit :

$$f_i^{eq} = \frac{1}{9} \rho \quad (5)$$

Enfin, les conditions limites du problème, ou plus clairement les conditions aux bords de l'image, doivent être précisées. En général, pour décrire les conditions de bord on utilise une condition de réflexion (bounceback en anglais) sans glissement. Dans ce cas précis, les conditions limites peuvent donc s'écrire pour tout pixel appartenant au bord :

$$f_i(\vec{r} + \sigma_h \vec{e}_i, t + \sigma_t) = f_j(\vec{r}, t) \quad (6)$$

$$\text{avec } (i, j) \in \{(1, 3), (2, 4), (3, 1), (4, 2), (5, 7), (6, 8), (7, 5), (8, 6)\}$$

3 Méthode proposée

L'originalité de notre méthode réside dans l'inclusion du gradient de l'image dans l'ensemble des conditions limites du problème Lattice-Boltzmann, tout en réalisant une opération de diffusion anisotrope. Cette diffusion anisotrope est réalisée en modifiant la constante de relaxation τ en la rendant dépendante du gradient l'image : $\tau = F(\nabla f)$. Ensuite, nous considérons que les particules qui se déplacent sur le réseau et qui rencontrent le gradient sont réfléchies, et repartent en conséquence avec la même vitesse dans la direction opposée.

Dans la plupart des algorithmes de diffusion anisotrope, le gradient intervient dans l'expression de la diffusion. Nous proposons une diffusion anisotrope à deux niveaux, selon que le gradient est supérieur (appartient aux conditions limites) ou inférieur (n'appartient pas aux conditions limites) pour un certain seuil à déterminer.

Cette méthode impose donc un seuillage du gradient pour permettre son intégration aux conditions limites du problème. Nous avons choisi d'utiliser la méthode de Otsu [10] car elle constitue un point de référence de seuillage automatique et que l'histogramme du gradient est la plupart du temps bimodal. Dans ce cas il est déjà possible de réaliser une simulation en utilisant directement l'équation 6.

Pour éviter des réflexions abruptes sur les bords du gradient seuillé, on peut ne considérer qu'une quantité réduite des particules réfléchies alors que le reliquat continue son trajet dans la même direction. Il y a une réduction de la densité (et par conséquent de la vitesse) dans les deux sens. On peut donc écrire

pour tout pixel appartenant au bord :

$$f_i(\vec{r} + \sigma_h \vec{e}_i, t + \sigma_t) = \nabla f \cdot f_j(\vec{r} + \sigma_h \vec{e}_i, t + \sigma_t) - (1 - \nabla f) \cdot f_j(\vec{r}, t) \quad (7)$$

avec $(i, j) \in \{(1, 3), (2, 4), (3, 1), (4, 2), (5, 7), (6, 8), (7, 5), (8, 6)\}$

L'algorithme que nous utilisons peut être exprimé de la manière suivante :

Données : image bruitée f , nombre d'itérations $nbiter$

Résultat : image débruitée

Calcul de ∇f

Seuillage de ∇f à l'aide de la méthode de Otsu

Initialisation de f avec les valeurs de l'image

pour $i=1$ à $nbiter$ **faire**

calcul de $\rho = \sum_{i=0}^8 f_i$

Calcul de la fonction d'équilibre $f_i^{eq} = \frac{1}{9}\rho$

Application de l'opérateur de collision

Calcul des conditions limites

Déplacement des densités de particules sur le réseau

fin

Algorithme 1 : Algorithme de débruitage proposé

4 Résultats et discussion

Nous comparons ici notre algorithme avec la diffusion anisotrope de Perona-Malik [11]. Cette comparaison permet d'appréhender les qualités de la méthode présentée sans qu'aucune optimisation n'ait été réalisée et nous avons choisi expérimentalement un nombre d'itérations égal à 12.

Nous rappelons l'équation de diffusion anisotrope de Perona Malik pour une image f :

$$f_t = c(x, y, t)\Delta f + \nabla c \cdot \nabla f \quad (8)$$

Si c est une constante on retrouve l'équation de diffusion classique $f_t = c(x, y, t)\Delta f$. Dans cette comparaison nous utilisons :

$$c(x, y, t) = e^{-(\nabla f / \kappa)^2} \quad (9)$$

Cette expression augmente la sensibilité aux forts gradients dans l'image. La valeur de $\kappa = 30$ a été déterminée expérimentalement comme une valeur donnant de bons résultats de PSNR (Peak Signal to Noise Ratio) pour notre exemple. Nous rappelons que le PSNR entre deux images f et g est calculé avec l'expression :

$$PSNR(f, g) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{255^2}{\frac{1}{mn} \sum_{x=0}^{m-1} \sum_{y=0}^{n-1} (f(x, y) - g(x, y))^2} \right). \quad (10)$$

La figure 2 montre les résultats obtenus sur une partie de l'image Lena à laquelle est additionné un bruit gaussien de moyenne nulle et de variance croissante. Le gain en PSNR

est calculé pour chaque méthode et est présenté sous la forme d'un graphique. On remarque que notre méthode fournit de meilleurs résultats que la diffusion anisotrope classique de Perona-Malik pour des valeurs de variances relativement faibles. En revanche, pour des valeurs de variances plus élevées, les deux méthodes présentent sensiblement les mêmes performances.

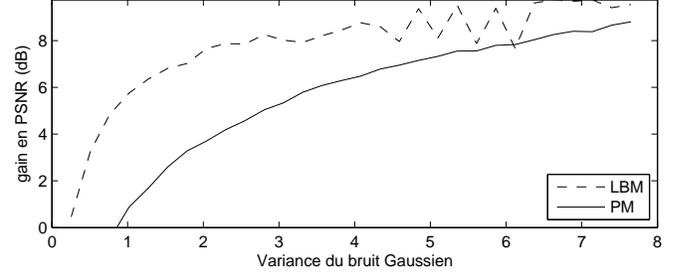


FIGURE 2 – Courbes de gain en PSNR comparées pour notre méthode et la méthode de Perona-Malik.

La figure 3 permet d'observer qualitativement les différences entre les deux méthodes. Cette figure présente l'image originale (a), l'image bruitée avec un bruit de variance égale à 2 (b), l'image fournie par notre méthode basée sur la méthode Lattice Boltzmann (c), et l'image débruitée avec la diffusion de Perona-Malik (d). On remarque que la diffusion anisotrope de Perona-Malik tend à donner une image avec un effet de flou. Ceci s'explique par le fait que, contrairement à notre méthode, les contours aussi sont diffusés. Cette diffusion des contours survient inévitablement à partir du nombre d'itérations nécessaire pour faire augmenter le PSNR. Notre algorithme préserve mieux les contours de l'image et le PSNR est plus élevé. Cependant, comme l'image est corrompue, le gradient l'est aussi et le bruit commence à faire partie des conditions limites à partir d'un certain niveau. C'est une des raisons pour lesquelles les courbes de PSNR de notre méthode et de celle de la diffusion anisotrope de Perona-Malik se rejoignent quand la variance augmente.

En ce qui concerne les temps de calcul, il n'y a pas de différence notable entre les deux méthodes et les vitesses des deux algorithmes sont comparables. Pour une image de taille 134×134 bruitée avec un bruit gaussien de variance 2 et pour 12 itérations, notre méthode ainsi que la diffusion anisotrope de Perona-Malik (implémentée à l'aide de la méthode Lattice Boltzmann [14]) prennent environ $200ms$. Ces calculs ont été effectués sur un ordinateur portable grand public sans capacité de calcul importante. Notre méthode pourra être ultérieurement optimisée car l'un des avantages de la méthode de Boltzmann est de permettre le calcul parallèle sur une image partitionnée, seules les valeurs frontières étant à transmettre d'une zone à l'autre pour obtenir le résultat du traitement global de l'image considérée.

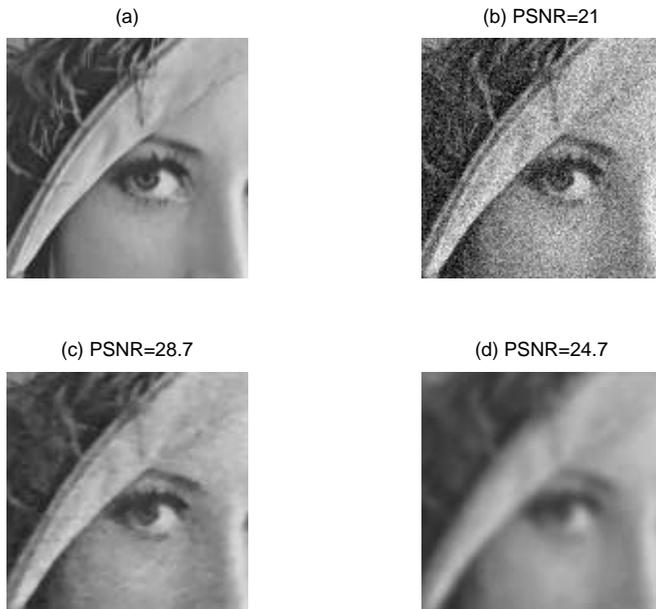


FIGURE 3 – (a) Image originale. (b) Image bruité avec un bruit gaussien de variance égale à 2. (c) Image débruité à l’aide de la méthode proposée. (d) Image débruitée à l’aide de la diffusion de Perona-Malik.

5 Conclusion

Ce papier est dédié à la présentation d’une méthode originale de débruitage qui s’appuie sur la méthode Lattice Boltzmann pour réaliser une diffusion anisotrope avec des conditions limites liées au gradient de l’image. Nous avons décrit la méthode et l’algorithme de principe, et donné les résultats obtenus sur l’image Lena à laquelle est additionné un bruit gaussien. Une comparaison avec la diffusion anisotrope de Perona-Malik a été réalisée pour un même nombre d’itérations. Les résultats montrent l’avantage de notre méthode en termes de PSNR et de perception visuelle. Cette nouvelle méthode permet de mieux conserver les contours, en particulier pour des niveaux de bruit relativement faibles. Nous constatons aussi que lorsque le niveau de bruit augmente, les performances de notre méthode tendent à rejoindre les performances de la diffusion anisotrope de Perona-Malik. En termes de perspectives, les possibilités d’optimisation concernent le choix du nombre d’itérations et de la méthode de seuillage du gradient. Il conviendrait aussi d’étudier la robustesse à différentes natures de bruits à des fins d’applications en imageries médicale ou hyperspectrale.

Références

[1] Souleymane Balla-Arabé and Xinbo Gao. Image multi-thresholding by combining the lattice boltzmann model and a localized level set algorithm. *Neurocomputing*, 93 :106–114, 2012.

[2] Souleymane Balla-Arabe, Bin Wang, and Xinbo Gao. Level set region based image segmentation using lattice boltzmann method. In *Computational Intelligence and Security (CIS), 2011 Seventh International Conference on*, pages 1159–1163. IEEE, 2011.

[3] Prabhu Lal Bhatnagar, Eugene P Gross, and Max Krook. A model for collision processes in gases. i. small amplitude processes in charged and neutral one-component systems. *Physical review*, 94(3) :511, 1954.

[4] Q. Chang and T. Yang. A lattice boltzmann method for image denoising. *Image Processing, IEEE Transactions on*, 18(12) :2797–2802, 2009.

[5] Y. Chen, Z. Yan, and Y.H. Qian. An anisotropic diffusion model for medical image smoothing by using the lattice boltzmann method. In *7th Asian-Pacific Conference on Medical and Biological Engineering*, pages 255–259. Springer, 2008.

[6] Yu Chen, Laurent Navarro, Yan Wang, and Guy Courbebaïsse. Segmentation of the thrombus of giant intracranial aneurysms from ct angiography scans with lattice boltzmann method. *Medical image analysis*, 18(1) :1–8, 2014.

[7] Yu Chen, Zhuangzhi Yan, and Jun Shi. Application of lattice boltzmann method to image segmentation. In *Annual International Conference of the IEEE Engineering in Medicine and Biology Society.*, volume 2007, pages 6562–6565, 2006.

[8] B. Jawerth, P. Lin, and E. Sinzinger. Lattice boltzmann models for anisotropic diffusion of images. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 11(3) :231–237, 1999.

[9] Francesca Nannelli and Sauro Succi. The lattice boltzmann equation on irregular lattices. *Journal of Statistical Physics*, 68(3-4) :401–407, 1992.

[10] N. Otsu. A threshold selection method from gray-level histograms. *Automatica*, 11(285-296) :23–27, 1975.

[11] Pietro Perona and Jitendra Malik. Scale-space and edge detection using anisotropic diffusion. *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions on*, 12(7) :629–639, 1990.

[12] ZhiQiang Wang, ZhuangZhi Yan, YueHong Qian, and George Chen. Lattice boltzmann model of anisotropic diffusion for image denoising. In *Information Computing and Telecommunications (YC-ICT), 2010 IEEE Youth Conference on*, pages 21–24. IEEE, 2010.

[13] Qian Wu, Yu Chen, and Gang Teng. Lattice boltzmann anisotropic diffusion model based image segmentation. In *Computer, informatics, cybernetics and applications*, pages 577–585. Springer, 2012.

[14] Wenhuan Zhang and Baochang Shi. Application of lattice boltzmann method to image filtering. *Journal of Mathematical Imaging and Vision*, 43(2) :135–142, 2012.

[15] Q. Zou and X. He. On pressure and velocity flow boundary conditions for the lattice boltzmann bgk model. *Physics of Fluids*, 9(6) :1591–1598, 1997.