

Reconstruction des modes de propagation en acoustique sous-marine par acquisition compressée

Angélique DRÉMEAU, Florent LE COURTOIS, Julien BONNEL

ENSTA Bretagne and Lab-STICC UMR 6285, Brest, F-29200, France

angelique.dremeau@ensta-bretagne.fr, florent.le_courtois@ensta-bretagne.fr,
julien.bonnel@ensta-bretagne.fr

Résumé – En acoustique sous-marine basse fréquence, les environnements "petits fonds" se comportent comme des guides d'onde dispersifs. La propagation est alors décrite par la théorie des modes : tout signal propagé est la somme de composantes dites modales, se propageant longitudinalement selon leurs nombres d'onde. Parmi les différentes méthodes s'attachant à discriminer les composantes modales, les représentations "fréquence-nombre d'onde" ($f - k$) permettent une observation directe de la dépendance fréquentielle des nombres d'onde. Le calcul de ces représentations requiert néanmoins une grande antenne horizontale (plusieurs centaines de capteurs) alignée avec la source. Cet article s'intéresse à l'obtention de représentations $f - k$ dans un contexte moins contraint. Pour réduire le nombre de capteurs utiles, l'approche proposée s'appuie sur l'exploitation d'un modèle parcimonieux à l'instar de récents travaux, mais s'attache en outre, à la prise en compte d'une connaissance a priori sur les nombres d'onde des modes propagés. La méthode repose sur un algorithme Bayésien de la littérature, exploitant un modèle Bernoulli-Gaussien. Ce modèle, bien adapté aux représentations parcimonieuses, permet d'intégrer naturellement une information a priori à travers un choix judicieux des paramètres de Bernoulli. Validée sur des simulations réalistes, l'approche présente de bonnes performances au regard d'autres procédures de l'état de l'art n'exploitant pas d'a priori physique.

Abstract – In underwater acoustics, shallow water environments act as dispersive waveguides when considering low-frequency sources, and propagation is described by modal theory: propagated signals are composed of few so-called modal components, each of them propagating according to its own wavenumber. Wavenumber-frequency ($f - k$) representations are classical methods allowing modal separation. They however require large horizontal line sensor arrays aligned with the source. In this paper, we are interested in the obtention of such representations in less constrained setups. To reduce the number of sensors, the proposed approach exploits a sparse model, in the continuation of recent works, but in addition, combines it with prior knowledge on the propagated wavenumbers. The method resorts to a state-of-the-art Bayesian algorithm exploiting a Bernoulli-Gaussian model. The latter, well-suited to the sparse representations, makes possible a natural integration of prior information through a wise choice of the Bernoulli parameters. Validated on realistic simulations, the approach outperforms classical sparse representation algorithms that do not benefit from physical a priori.

1 Introduction

En acoustique sous-marine, les environnements "petits fonds" (d'une profondeur d'environ 100 m) agissent comme des guides d'onde dispersifs lorsqu'on considère des sources de basses fréquences (inférieures à 250Hz). Les signaux propagés sont alors classiquement décrits par un petit ensemble de modes se propageant longitudinalement selon leurs nombres d'onde horizontaux. La connaissance de ces modes est d'une grande importance pour la caractérisation du milieu d'observation et, en conséquence, pour la localisation de sources.

Parmi les différentes méthodes s'attachant à discriminer ces composantes modales, les représentations "fréquence-nombre d'onde" ($f - k$) permettent une observation directe de la dispersion (*i.e.*, la dépendance fréquentielle) des nombres d'onde. Intrinsèquement envisageables pour un réseau horizontal de capteurs alignés avec la source, elles sont notamment très utilisées en géophysique [1]. De récentes contributions se sont intéressées à la construction de plans $f - k$ par l'exploitation de schémas d'acquisition moins contraints, permettant d'envisa-

ger leur utilisation en acoustique sous-marine [2]. Puisque la propagation est décrite par un faible nombre de modes, l'utilisation de modèles parcimonieux semble appropriée. Quelques contributions [3] ont ainsi proposé le recours au paradigme de "l'acquisition compressée" (compressed sensing) pour estimer la dispersion modale. Cependant, si ces méthodes s'avèrent pertinentes, elles sont toujours exposées selon une approche purement mathématique, et ne bénéficie d'aucun a priori physique sur la propagation étudiée.

Dans cet article, nous proposons une méthode de construction de représentation $f - k$ adaptée à la propagation acoustique sous-marine basse fréquence en milieu "petits fonds". Pour cela, nous combinons un algorithme parcimonieux Bayésien de la littérature [4] et des connaissances physiques sur les nombres d'onde propagés. L'algorithme exploite notamment un modèle Bernoulli-Gaussien, permettant d'intégrer naturellement un a priori physique. L'article est divisé de la façon suivante. La deuxième section rappelle les principes physiques de la propagation modale et les connaissances a priori dont nous disposons

pour construire la représentation $f - k$. La troisième section s'intéresse à une formulation mathématique du problème et à la prise en compte de l'a priori physique. Enfin, la dernière section propose un cadre expérimental synthétique permettant de valider l'approche proposée.

2 Propagation modale en milieu sous-marin "petits fonds"

2.1 Signal acquis

En petits fonds, la propagation acoustique est décrite par la théorie des modes. L'environnement agit alors comme un filtre dispersif. En considérant une source de spectre $s(f)$, le signal reçu sur un récepteur à la distance r et à la fréquence f est décrit par

$$y(f, r) = \frac{s(f)}{\sqrt{r}} \sum_{m=1}^M A_m(f) e^{-jrk_{rm}(f)} + w(f, r), \quad (1)$$

où M est le nombre de modes propagés, $k_{rm}(f)$ le nombre d'onde horizontal attaché au mode m et $A_m(f)$ l'amplitude de ce mode [5]. La quantité $w(f, r)$ est vue comme la transformée de Fourier (TF) fréquentielle du bruit spatio-temporel attaché à la mesure.

Le facteur $1/\sqrt{r}$ décrit l'atténuation du signal reçu. Considérant une antenne horizontale de capteurs équi-répartis et alignés avec la source, le ℓ -ième capteur est distant de $r = (\ell - 1)\Delta_r + r_0$ de la source, où r_0 est la distance du premier capteur et Δ_r l'espacement entre capteurs. Pour une source éloignée (vérifiant $r_0 \gg \Delta_r$), le facteur d'atténuation peut être considéré comme constant sur l'ensemble de l'antenne.

Classiquement, si le nombre de capteurs est suffisant, une simple TF spatiale permet alors de remonter aux k_{rm} [1]. L'objectif de cet article est de calculer des représentations $f - k$ en contexte moins contraint, en particulier quand le nombre de capteurs est faible.

2.2 Dépendance fréquentielle des nombres d'onde

Dans tout guide d'onde, les nombres d'onde vérifient la relation de dispersion

$$\left(\frac{2\pi f}{c}\right)^2 = k_{rm}(f)^2 + k_{zm}(f)^2. \quad (2)$$

Pour une fréquence f , cette expression lie les nombres d'onde horizontaux $k_{rm}(f)$ aux nombres d'onde verticaux $k_{zm}(f)$ et à la célérité du son c . Discrétisant l'axe fréquentiel (avec $f = \nu\Delta_f$ pour ν entier), les nombres d'onde attachés à deux indices successifs seront alors tels que

$$k_{rm}[\nu + 1]^2 = k_{rm}[\nu]^2 + (2\nu + 1) \left(\frac{2\pi\Delta_f}{c}\right)^2 + \epsilon[\nu], \quad (3)$$

où Δ_f est la période d'échantillonnage, et $\epsilon[\nu] = k_{zm}[\nu]^2 - k_{zm}[\nu + 1]^2$. En acoustique sous-marine, les nombres d'onde

verticaux dépendent peu de la fréquence [5]. Dans l'équation (3), le terme $\epsilon[\nu]$ est relativement négligeable face aux autres, et peut être considéré comme un bruit [2].

3 Acquisition compressée

Le cadre de l'acquisition compressée s'impose naturellement au problème de la construction de représentation $f - k$ avec un petit nombre de capteurs : la propagation est régie par un petit nombre de modes et l'acquisition est réalisée dans le domaine spatio-temporel, incohérent par définition avec le domaine fréquentiel (*i.e.*, des nombres d'onde) dans lequel le signal recherché est parcimonieux.

3.1 Formulation Bayésienne

On adopte la formulation matricielle suivante. Pour un indice fréquentiel ν , le signal $\mathbf{y}_\nu \in \mathbb{C}^L$ acquis sur l'ensemble des L capteurs est modélisé linéairement par

$$\mathbf{y}_\nu = \mathbf{D}\mathbf{z}_\nu + \mathbf{w}, \quad (4)$$

où \mathbf{D} est un dictionnaire d'atomes de Fourier discrets et $\mathbf{z}_\nu \in \mathbb{C}^N$ représente la transposée de la ν -ième ligne du plan $f - k$ que l'on cherche à estimer¹.

On adopte en outre un point de vue Bayésien : le bruit \mathbf{w} est supposé circulaire gaussien (noté \mathcal{CN}) de moyenne nulle et de variance σ_w^2 , et \mathbf{z}_ν est vu comme la réalisation d'un modèle Bernoulli-Gaussien, $\mathbf{z}_\nu = \mathbf{s}_\nu \odot \mathbf{x}_\nu$, où \odot représente ici le produit terme à terme, et

$$p(\mathbf{s}_\nu) = \prod_{n=1}^N p(s_{\nu,n}) \quad \text{avec} \quad p(s_{\nu,n}) = \text{Ber}(p_{\nu,n}), \quad (5)$$

$$p(\mathbf{x}_\nu) = \prod_{n=1}^N p(x_{\nu,n}) \quad \text{avec} \quad p(x_{\nu,n}) = \mathcal{CN}(0, \sigma_x^2). \quad (6)$$

Considérant le modèle (4)-(6), plusieurs estimateurs peuvent être envisagés. Ici, on propose de s'intéresser à une estimation marginalisée au sens du Maximum A Posteriori de \mathbf{s}_ν :

$$\hat{\mathbf{s}}_\nu = \underset{\mathbf{s}_\nu}{\text{argmax}} p(\mathbf{s}_\nu | \mathbf{y}_\nu), \quad (7)$$

avec $p(\mathbf{s}_\nu | \mathbf{y}_\nu) = \int_{\mathbf{x}_\nu} p(\mathbf{s}_\nu, \mathbf{x}_\nu | \mathbf{y}_\nu) d\mathbf{x}_\nu$. Ce problème peut être résolu de différentes manières. On adopte ici la procédure variationnelle Bayésienne exploitant une approximation de champ moyen, proposée dans le cadre des représentations parcimonieuses dans [4]. L'approche résulte dans l'algorithme appelé Soft Bayesian Pursuit Algorithm (SoBaP).

Une fois le support de la décomposition parcimonieuse estimé, les coefficients $\hat{\mathbf{x}}_\nu$ sont simplement déduits d'une pseudo-inversion des colonnes du dictionnaire \mathbf{D} pour lesquelles les éléments de $\hat{\mathbf{s}}_\nu$ sont non-nuls.

1. Selon ces notations, N correspond donc au nombre de points de discrétisation des nombres d'onde, soit $k_{rm}[\nu] = 2\pi \frac{\nu}{N\Delta_r}$ avec $n \in \{0, \dots, N-1\}$.

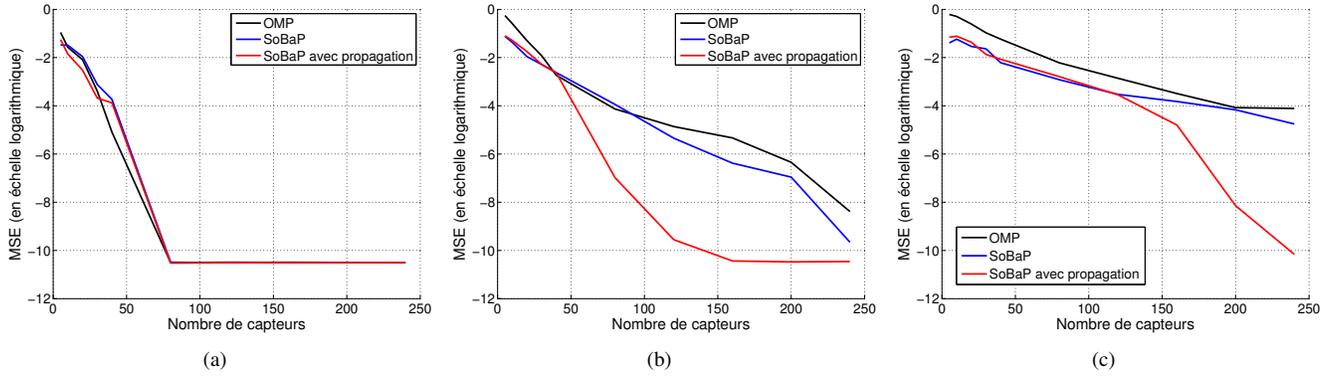


FIGURE 1 – Erreur quadratique moyenne normalisée (MSE) sur les nombres d’onde, en échelle logarithmique, en fonction du nombre de capteurs traités : (a) cas sans bruit, (b) rapport signal-à-bruit (SNR) de 10 et (c) SNR de 5.

3.2 Intégration d’a priori physique

Le modèle Bernoulli-Gaussien s’est avéré un bon modèle pour les représentations parcimonieuses [4, 6]. Plus spécifiquement, il permet, par le recours à une variable dédiée, s_ν , d’expliciter le support de la décomposition parcimonieuse et d’intégrer aisément une connaissance a priori par le biais des paramètres de Bernoulli, $p_{\nu,n}$.

Dans le cas de propagation modale qui nous intéresse ici, les nombres d’onde déterminés à l’indice fréquentiel ν définissent par la relation physique (3) un a priori fort sur les nombres d’onde attendus à l’indice fréquentiel suivant $\nu + 1$, et par conséquent sur le support de la décomposition attendue.

Pour prendre en compte cette connaissance, on fixe itérativement les paramètres de Bernoulli comme suit :

$$p_{\nu+1,n} = \begin{cases} 0.7 & \text{si } n \in \mathcal{I}_\nu, \\ M/N & \text{sinon,} \end{cases} \quad (8)$$

avec

$$\mathcal{I}_\nu = \left\{ n \mid n = \left\lceil \sqrt{n'^2 + (2\nu + 1) \left(\frac{N\Delta_r\Delta_f}{c} \right)^2} \right\rceil, \hat{s}_{\nu,n'} = 1 \right\},$$

où $\lceil \cdot \rceil$ représente l’arrondi à l’entier le plus proche. La valeur 0.7 est arbitrairement fixée de façon à donner davantage de poids aux nombres d’onde pressentis².

Ainsi, si les lignes (indicées par ν) du plan $f - k$ sont estimées indépendamment les unes des autres en résolvant le problème (7), elles sont liées de par leurs a priori (8).

4 Simulations

Dans cette section, on évalue l’approche proposée sur un ensemble de données générées selon un modèle de guide de Pekeris [5, 7]. L’environnement modélisé est constitué d’une colonne d’eau (d’une profondeur de 130 m, de masse volumique

1 kg.m^{-3} et admettant une vitesse du son de $c = 1500 \text{ m.s}^{-1}$) sur un fond marin fluide semi-infini (avec une vitesse du son de 2000 m.s^{-1} et une masse volumique 2 kg.m^{-3}). Le réseau d’hydrophones est supposé au sol, avec un espacement de $\Delta_r = 25 \text{ m}$, résultant en une antenne de 6 km. On pose $N = 240$. Le signal source est une impulsion parfaite d’une étendue fréquentielle de 0 à 50 Hz ($\Delta_f = 0.2 \text{ Hz}$). Il est localisé à la même profondeur que les capteurs, soit 130 m. Dans ce cas, $M = 5$ modes de propagation sont attendus.

Trois algorithmes de décompositions parcimonieuses sont comparés : Orthogonal Matching Pursuit (OMP) [8], SoBaP - dans une implémentation sans mémoire, appliquée indépendamment sur chaque signal fréquentiel reçu (pour SoBaP, on pose $p_{\nu,n} = M/N, \forall (\nu, n)$) - et SoBaP “avec propagation”, qui exploite l’a priori physique de dépendance fréquentielle des nombres d’onde propagés comme suggéré dans la section précédente. On considère les critères d’arrêt suivants : OMP est arrêté dès lors que la norme du résidu $\|\mathbf{y}_\nu - \mathbf{D}\hat{\mathbf{x}}_\nu\|_2$ est inférieure à $\sqrt{L\sigma_w^2}$, SoBaP lorsque la divergence de Kullback-Leibler entre la distribution jointe $p(\mathbf{s}, \mathbf{x}|\mathbf{y})$ et son approximation variationnelle est inférieure à 10^{-4} .

Leurs performances sont estimées en termes d’erreur quadratique moyenne normalisée (MSE) sur les nombres d’onde en fonction du nombre de capteurs. On ne retient ici pour chaque indice ν que les M nombres d’onde pour lesquels les coefficients de $\hat{\mathbf{x}}_\nu$ sont les plus grands. La métrique MSE choisie donne alors une mesure de la distance moyenne de ces nombres d’onde aux vrais nombres d’onde donnés par la physique de Pekeris. La figure 1 présente les courbes résultantes pour 3 SNR différents. Comme on le voit sur la figure 1(a), le cas sans bruit est un cas idéal : dans le cadre expérimental proposé, les courbes de performances des 3 algorithmes se superposent et une reconstruction parfaite des nombres d’onde est obtenue pour 80 capteurs (à noter que la MSE résiduelle observée dépend de la finesse de la grille utilisée). Dans les cas expérimentaux bruités en revanche, l’approche proposée s’avère plus intéressante : on remarque ainsi sur la figure 1(b) que si les performances des algorithmes se trouvent dans l’ensemble dégradées, la procédure SoBaP exploitant la dépendance fré-

2. Notons qu’un modèle plus souple, intégrant explicitement la quantité $\epsilon[\nu]$ de l’équation (3) par un a priori $p_{\nu+1,n+1} = p_{\nu+1,n-1} = 0.1$ si $n \in \mathcal{I}_\nu$ donne des résultats similaires.

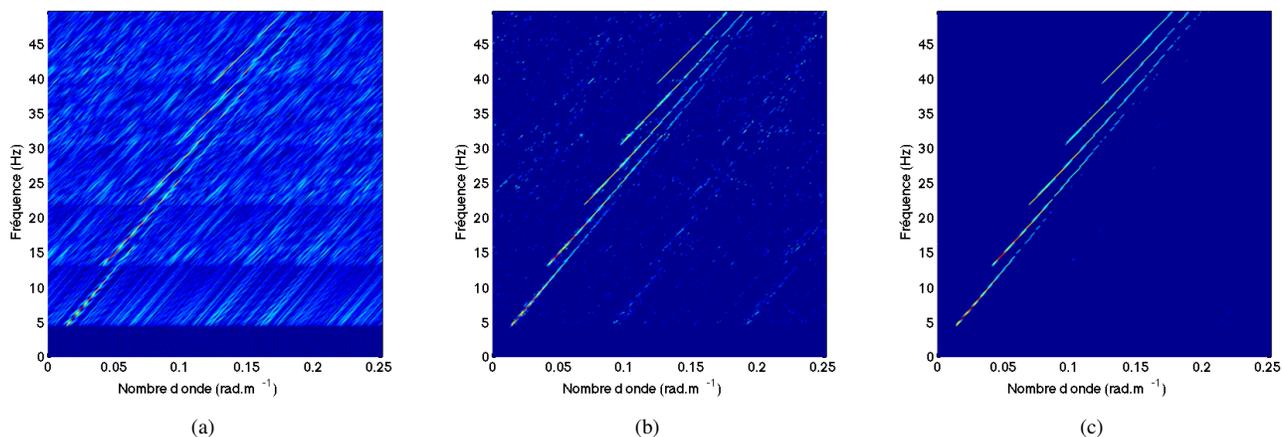


FIGURE 2 – Reconstruction des courbes de dispersion à partir de données acquises par 30 capteurs avec un rapport signal à bruit de 10 : (a) par simple inversion, (b) par l’algorithme OMP, (c) par l’algorithme SoBaP avec propagation du support.

quentielle des nombres d’onde se révèle plus robuste au regard des 2 autres approches. Elle conserve des valeurs de MSE satisfaisantes à nombre de capteurs identique (pour 80 capteurs, on relève une MSE de -7) et réussit à atteindre la MSE minimale (pour 160 capteurs). Le cas le plus bruité (SNR=5, figure 1(c)) entraîne une détérioration notable des performances de l’approche proposée : sa courbe se superpose à celle de son homologue sans mémoire pour un nombre de capteurs inférieur à 120. Au delà cependant, l’approche réussit à diminuer de façon significative la MSE sur la reconstruction des nombres d’onde (près de -5 pour 160 capteurs).

Les représentations $f-k$ obtenues par simple inversion (pseudo-inverse sans régularisation parcimonieuse), OMP et SoBaP “avec propagation” sont illustrées sur la figure 2 pour 30 capteurs et un SNR de 10. A la différence de l’analyse de la figure 1, les résultats sont ici directement issus des algorithmes, sans connaissance a priori du nombre de modes attendus permettant un seuillage approprié. On remarque d’abord un bon comportement des approches parcimonieuses, soulignant leur pertinence pour ce problème. OMP semble plus sensible au bruit que l’approche proposée, ainsi certains nombres d’onde sont sélectionnés par erreur. En comparaison, l’approche proposée permet d’obtenir une représentation débruitée. Ces résultats préliminaires devront être approfondis par une analyse de données réelles, acquises en milieu marin.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons élaboré une nouvelle méthode de représentation $f-k$ en acoustique sous-marine. L’approche, basée sur une estimation parcimonieuse des nombres d’onde à chaque fréquence insonifiée par la source, recourt à un algorithme Bayésien et le particularise en fixant les paramètres du modèle Bernoulli-Gaussien classiquement exploité selon une loi physique vraie dans tout guide d’onde. Intégré de cette fa-

çon, l’a priori physique établit un lien souple dans l’estimation des nombres d’onde d’une fréquence à une autre. Ainsi, testée dans le cadre de simulations réalistes, l’approche permet d’obtenir de bonnes représentations $f-k$ en contexte bruité sur un nombre réduit de capteurs.

Références

- [1] L. Amundsen and B. Ursin, “Frequency-wavenumber inversion of acoustic data,” *Geophysics*, vol. 56, no. 7, 1991.
- [2] F. Le Courtois and J. Bonnel, “Wavenumber tracking in a low resolution frequency-wavenumber representation using particle filtering,” in *Proc. IEEE Int’l Conf. on Acoustics, Speech and Signal Processing*, 2015.
- [3] J. B. Harley and J. M. F. Moura, “Dispersion curve recovery with orthogonal matching pursuit,” *JASA Express Letters*, vol. 1, no. 137, January 2015.
- [4] A. Drémeau, C. Herzet, and L. Daudet, “Boltzmann machine and mean-field approximation for structured sparse decompositions,” *IEEE Trans. On Signal Processing*, vol. 60, no. 7, July 2012.
- [5] F. B. Jensen, W. A. Kuperman, M. B. Porter, and H. Schmidt, *Computational Ocean Acoustics*, American Institute of Physics, New York, 2nd edition, chap. 5, 2011.
- [6] C. Soussen, J. Idier, D. Brie, and J. Duan, “From bernoulli-gaussian deconvolution to sparse signal restoration,” *IEEE Trans. On Signal Processing*, vol. 59, no. 10, June 2011.
- [7] C. L. Pekeris, *Theory of propagation of explosive sound in shallow water*, Geological Society of America Memoir 27 : Propagation of sound in the ocean, 1945.
- [8] Y. C. Pati, R. Rezaiifar, and P. S. Krishnaprasad, “Orthogonal matching pursuit : Recursive function approximation with applications to wavelet decomposition,” in *Proc. Asilomar Conf. on Signals, Systems, and Computers*, 1993.