

Nouvelle approche de détection de spectre pour la 5G basée sur la divergence de Kullback-Leibler

Asma BEN HADJ HMIDA¹, Guillaume FERRÉ², Hichem BESBES¹, Sofiane CHERIF¹

¹COSIM Research Lab, Higher School of Communications of Tunis (SUP'COM), University of Carthage, Tunisia

²University of Bordeaux - Bordeaux INP ENSEIRB MATMECA, IMS, Talence Cedex, France

{asma.benhadjhmida, hichem.besbes, sofiane.cherif}@supcom.tn
guillaume.ferre@ims-bordeaux.fr

Résumé – Dans cet article, nous proposons une approche originale d'écoute de spectre. Notre proposition est basée sur une association de la divergence de Kullback-Leibler (DKL) avec la corrélation croisée de signaux reçus par plusieurs antennes. Des expressions analytiques des probabilités de détection et de fausse alarme sont établies en se basant sur la loi logistique. Ces expressions sont ensuite vérifiées par simulation. Enfin, une analyse de performance est présentée en termes de : fonction d'efficacité du récepteur (courbes ROC), corrélation spatiale d'antennes et niveau d'incertitude sur l'estimation de la variance de bruit. Les résultats de simulation confirment l'efficacité de l'approche proposée vis-à-vis d'un traitement n'utilisant pas la DKL, mais aussi vis-à-vis du test classique de détection utilisant le détecteur d'énergie comme métrique.

Abstract – In this paper, we propose a novel approach of spectrum sensing. Our proposal is based on a combination of the Kullback-Leibler divergence with the cross-correlation of different received signals. Closed form expressions of detection and false alarm probabilities are derived based on the Logistic distribution. These expressions are then verified by simulation. Finally, a performance analysis is presented in terms of: Receiver Operating Characteristic (ROC), spatial antennas correlation and robustness to the noise level estimation error. Simulation results prove the efficiency of the proposed approach compared to other conventional sensing method using the energy detector as a decision metric.

1 Introduction

La radio intelligente présente, aujourd'hui, un défi majeur pour les nouvelles technologies de communications telle que la 5G. Dans ce contexte, plusieurs façons d'accéder au spectre ont été définies. Il s'agit des accès *interweave*, *overlay* et *underlay* [1]. En *interweave*, la détection de la non occupation de spectre d'un utilisateur primaire (UP) est un des défis majeurs. En effet, la détection d'activité où non d'un UP, dans une bande de fréquence spécifique est nécessaire pour une utilisation de cette dernière par des utilisateurs opportunistes dits secondaires (US). Les techniques de détection peuvent être classées en deux catégories : celles basées sur une ou plusieurs informations *a priori* sur le primaire et les approches aveugles telle que le détecteur d'énergie (DE). Notons que quelque soit l'approche utilisée, les performances en terme de détection se dégradent lorsque le rapport signal sur bruit (RSB) diminue mais aussi dès lors qu'il existe une incertitude sur l'estimation de la variance du bruit. L'utilisation de multiples antennes à la réception permet d'améliorer les performances de détection. A ce titre, nous avons proposé, dans [2], une nouvelle approche basée sur la corrélation croisée des signaux reçus. Considérer des corrélations

entre antennes non nulles en 5G est une hypothèse d'autant plus réaliste que des réseaux d'antennes massifs sont envisagés. Dans [2], un mélange original des moments croisés de second ordre (MCSO) calculés pour les différentes combinaisons des sorties des antennes prises par paires, est utilisé comme métrique de décision.

Dans cet article, nous avons notamment montré que ce détecteur présentait de bonnes performances, comparé aux détecteurs classiques tel que le DE, en termes de ROC et de robustesse par rapport à une mauvaise estimation de la variance du bruit. De plus, comparé au détecteur d'énergie, il présente une complexité équivalente mais une meilleure robustesse contre l'incertitude d'estimation du niveau de bruit.

Les densités de probabilité des MCSO, correspondants aux deux tests d'hypothèses H_0 (UP absent) et H_1 (UP présent), ont été étudiées. La distance entre les deux densités de probabilité étant remarquable, dans cet article nous proposons d'utiliser une mesure de cette distance afin d'améliorer les performances de détection des MCSO. Ainsi, nous développons une nouvelle métrique de décision basée sur une estimation de la DKL à partir des fonctions de répartition [3], que nous appliquons aux MCSO.

L'article est organisé de la façon suivante. Nous commen-

cons par présenter le modèle du système étudié. Puis nous détaillons la technique de détection proposée, et nous proposons une analyse théorique des performances. Les résultats de simulation sont ensuite présentés et examinés. Enfin, nous concluons et donnons quelques perspectives quant à la généralisation de l'approche proposée dans ce papier.

2 Formulation du problème

Considérons un système secondaire équipé de deux antennes¹, qui désire détecter la présence d'un primaire sur une bande de fréquence donnée. Sans perte de généralité, le signal $s(n)$ du primaire est supposé déterministe inconnu et transmis sur un canal non sélectif en fréquence, à évanouissement de Rayleigh constant par bloc h_j . L'indice $j = 1, 2$ désigne le numéro de l'antenne. La corrélation spatiale entre les deux antennes est définie par :

$$\rho = E\{h_1 h_2^*\} \quad (1)$$

tel que $0 \leq \rho \leq 1$. Le signal reçu est perturbé par un terme de bruit complexe additif, supposé blanc et Gaussien. On note $\eta_j(n)$ ce terme. $y_j(n)$ désigne le signal reçu par la $j^{\text{ème}}$ antenne. Ainsi, le test d'hypothèse que nous considérons est le suivant :

$$\begin{cases} H_0 : y_j(n) = \eta_j(n) \\ H_1 : y_j(n) = h_j s(n) + \eta_j(n) \end{cases}$$

où $n \in \{1, \dots, M\}$, M représente le nombre d'échantillons observés.

Pour deux antennes de réception, le MCSO est défini comme suit :

$$m_l = \frac{1}{N} \left| \sum_{n=0}^{N-1} y_1(n) y_2^*(n) \right| \quad (2)$$

où $l \in \{1, \dots, P\}$ sachant que $P = M/N$ désigne le nombre d'observation de N échantillons distincts. Dans [2], il a été montré que (2) suivait une loi Gamma de fonction de répartition donnée par :

$$G(x) = \frac{1}{\Gamma(K_i)} \gamma\left(K_i, \frac{x}{\theta_i}\right) \quad (3)$$

où $\gamma(.,.)$ est la fonction gamma incomplète. Les paramètres de forme et d'échelle, respectivement K_i et θ_i , de la loi Gamma, pour les hypothèses H_0 et H_1 , peuvent être estimés à partir d'un certain nombre d'observations $y_j(n)$. Pour K_i et θ_i donnés, les expressions analytiques des probabilités de fausse alarme et de détection peuvent être respectivement présentées comme suit

$$\begin{cases} P_{fa}^{DM} = \frac{\Gamma\left(K_0, \frac{\lambda_m}{\theta_0}\right)}{\Gamma(K_0)} \\ P_d^{DM} = \frac{\Gamma\left(K_1, \frac{\lambda_m}{\theta_1}\right)}{\Gamma(K_1)} \end{cases} \quad (4)$$

1. L'étude peut se généraliser à un nombre quelconque N_r d'antennes.

où λ_m est le seuil de décision, $\Gamma(.)$ est la fonction Gamma et $\Gamma(.,.)$ est la fonction Gamma incomplète.

Pour une faible corrélation spatiale et une variance de bruit connue, le DE surpasse le détecteur basé sur les MCSO en terme de probabilité de détection. Cependant, dans le cadre du détecteur basé sur les MCSO, il est intéressant de constater que la distance entre les distributions correspondant aux deux tests d'hypothèses est importante. Cette distance impactant la capacité du détecteur à prendre une bonne décision, nous proposons d'étudier ce paramètre comme métrique de décision associée aux MCSO afin d'améliorer les performances de détection de l'approche MCSO seule.

La DKL fournit une mesure de distance entre deux distributions de probabilité f et g et peut être présentée comme suit [4] :

$$D(f||g) = \int f(x) \log \left[\frac{f(x)}{g(x)} \right] dx \quad (5)$$

Dans ce qui suit, nous allons montrer que la distance mesurée entre les densités de probabilité des variables de tests basées sur les MCSO est une métrique de décision plus fiable et plus robuste aux erreurs d'estimation que les détecteurs classiques tel que DE ou celui que nous avons proposé dans [2].

3 Approche proposée

Afin d'améliorer les performances de détection de la technique MCSO, nous proposons d'analyser la mesure de la distance séparant les deux distributions correspondantes aux deux hypothèses, moyennant la DKL.

Pour utiliser cette métrique comme une technique de détection, nous avons besoin de déterminer un seuil de décision. La détermination analytique de ce dernier se déduit des expressions théoriques de la courbe ROC. Pour ce faire, nous commençons par déterminer la loi de probabilité de notre métrique de décision.

3.1 Estimateur de la DKL

Plusieurs modèles d'estimation de la DKL ont été proposés dans la littérature [5]. Le modèle général dans le cas discret est défini comme suit

$$\hat{D}(f||g) = \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \log \left[\frac{\partial f(x_p)}{\partial g(x_p)} \right] \quad (6)$$

Plusieurs formulations de cet estimateur en termes des fonctions de répartition F et G , correspondantes aux densités de probabilité f et g , sont établies dans la littérature. Par exemple, [3] propose une méthode d'estimation de la DKL à base des fonctions de répartition empiriques, sans qu'il soit nécessaire d'estimer les densités, et pour

lesquelles l'estimateur converge presque sûrement vers la vraie divergence. L'estimateur que nous proposons peut être décomposé en trois termes principaux :

$$\hat{D}(f||g) = D(f||g) + 1 - \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \log [P\Delta G(m_l(p))] - \gamma_E \quad (7)$$

où $\gamma_E = 0,5772$ est la constante d'Euler-Mascheroni. Ainsi, asymptotiquement, le terme $\frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \log [P\Delta G(m_l(p))] \rightarrow -\gamma_E$ et ainsi $\hat{D}(f||g) - 1 \rightarrow D(f||g)$ (pour plus de détails le lecteur peut se référer à [3]).

A partir de (7), des considérations précédentes, et sur le fait que $D(f||g) = 0$ lorsque f est similaire à g , la métrique de décision basée sur les MCSO peut être exprimée comme suit :

$$\hat{D} = -\gamma_E - \frac{1}{P} \sum_{p=1}^P \log [P\Delta G(m_l(p))] \quad (8)$$

$$\text{où} \quad \Delta G(m_l(p)) = G(m_l(p)) - G(m_l(p-1)) \quad (9)$$

Puisqu'on connaît la distribution des MCSO (loi Gamma), la DKL peut être estimée à partir d'une fonction de répartition empirique et de celle théorique de la loi Gamma. La fonction de répartition G de (9) est alors remplacée par son expression donnée par (3).

Dans ce qui suit, une analyse théorique des courbes ROC ainsi que le seuil de décision du détecteur DKL-MCSO, décrit par (8), est établie.

3.2 Performance du détecteur DKL-MCSO

Etant donné que (2) suit une loi Gamma, l'approche proposée est alors équivalente à une mesure de la distance séparant deux distributions Gamma de paramètres différents. En effet, à l'instant $N \times P$ la métrique de décision, \hat{D} donnée par (8) est déterminé à partir de P valeurs de (2), puis comparée à un seuil prédéfini λ_d .

Afin de déterminer les expressions théoriques du seuil de décision et les courbes ROC, il faut tout d'abord déterminer la distribution de la métrique de décision (8). Dans ce qui suit, nous essayons de montrer cela empiriquement. Pour ce faire, nous présentons sur la Figure 1 la distribution empirique de la métrique \hat{D} comparée à la loi Logistique dont les paramètres sont estimés à partir des observations. On remarque que la distribution de la métrique proposée est similaire à celle de la loi logistique.

On peut donc faire l'hypothèse que la métrique proposée suit une loi logistique de paramètres μ_i et S_i , $i = 0, 1$ (respectivement sous les hypothèses H_0 , H_1), et que la densité de probabilité s'écrit ainsi :

$$f_{\hat{D}}(d) = \frac{\exp\left(-\frac{d - \mu_i}{S_i}\right)}{S_i \left(1 + \exp\left(-\frac{d - \mu_i}{S_i}\right)\right)^2} \quad (10)$$

où $S_i = \sqrt{3\sigma_i^2/\pi^2}$, sachant que μ_i et σ_i^2 représentent, respectivement la moyenne et la variance de la variable

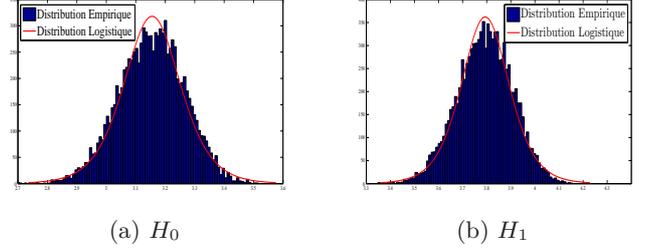


FIGURE 1 – Distribution empirique de la métrique proposée (\hat{D}) comparée à la loi logistique, $N = 10$.

aléatoire présentée par (8) pour l'hypothèse H_i . Ces paramètres peuvent, par exemple, être estimés par la méthode d'échantillonnage aléatoire [6].

Etant donné (10), la probabilité de fausse alarme peut être dérivée en fonction du seuil comme suit :

$$P_{fa}^{KL} = Pr\left(\hat{D} > \lambda_d | H_0\right) = \frac{\exp\left(-\frac{\lambda_d - \mu_0}{S_0}\right)}{1 + \exp\left(-\frac{\lambda_d - \mu_0}{S_0}\right)} \quad (11)$$

Cette expression est dérivée de l'intégration de la densité de probabilité de \hat{D} donnée par (10).

Le seuil de décision peut alors être déterminé pour une certaine probabilité de fausse alarme :

$$\lambda_d = S_0 \log \left[\frac{1 - P_{fa}^{KL}}{P_{fa}^{KL}} \right] + \mu_0 \quad (12)$$

Enfin, la probabilité de détection peut être déterminée sous H_1 comme :

$$P_d^{KL} = Pr\left(\hat{D} > \lambda_d | H_1\right) = \frac{\exp\left(-\frac{\lambda_d - \mu_1}{S_1}\right)}{1 + \exp\left(-\frac{\lambda_d - \mu_1}{S_1}\right)} \quad (13)$$

Afin de vérifier et analyser ces expressions théoriques des fonctions caractéristiques du détecteur, une analyse numérique va être établie dans la section suivante.

4 Résultats de simulation

Afin d'évaluer les performances du détecteur proposé, une comparaison avec le DE et le détecteur basé sur les MCSO a été établie. Des simulations de Monte-Carlo des approches considérées sont réalisées dans les mêmes conditions où la vraie détection est envisagée que si 1000 détections, au moins, sont atteintes. Dans ce qui suit, nous considérons le cas d'une faible corrélation spatiale $\rho = 0.3$. Il est bien connu que les erreurs de décision augmentent quand le chevauchement des densités de probabilités s'accroissent. La Figure 2 ((a) et (b)) présente la densité de probabilité estimée sous H_0 et H_1 de l'approche proposée et le DE respectivement. On constate que la distance entre les deux distributions est plus importante dans le cas

de l'approche proposée, entraînant une diminution des erreurs de décision. De plus, la Figure 2 (c) représente la variance des trois métriques. Une nette diminution de la variance du DKL-MCSO est observée.

Dans le cas d'une erreur sur l'estimation de la variance du bruit N_0 , un intervalle d'incertitude [7], peut être considéré, $[\frac{1}{\alpha}N_0, \alpha N_0]$ pour $\alpha = 10^{\frac{U}{20}}$, où U s'exprime en dB et représente le niveau d'incertitude.

La Figure 3 illustre la probabilité de détection en fonction de la P_{fa} pour les trois techniques, obtenues par simulation et à partir des expressions théoriques (11) et (13). Nous constatons que les courbes simulées et théoriques sont concordantes et confirment nos résultats théoriques. La précision de la décision de l'approche proposée est justifiée et les performances du détecteur en terme de probabilité de détection sont meilleures que celles affichées par le DE et celui basé sur les MCSO. En effet, pour notre détecteur la probabilité de détection approche 1, même pour une incertitude sur l'estimation du niveau de bruit et à faible RSB. Les résultats fournis par la Figure 4 corroborent la précédente constatation du point de vue efficacité mais cette fois-ci en terme de rapidité de décision. La méthode proposée possède donc une bonne probabilité de détection pour de faibles fausses alarmes et est robuste aux erreurs d'estimation sur la variance du bruit. Notons de plus que ces résultats sont obtenus pour des temps d'écoute plus courts que ceux des approches classiques. Ainsi, en plus de meilleures performances de détection, notre méthode permet d'améliorer l'efficacité spectrale du lien secondaire.

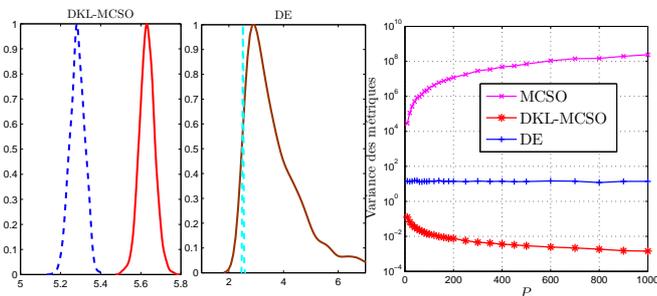


FIGURE 2 – Distributions de probabilité des (a)DKL-MCSO et (b)DE pour H_1 (lignes) et H_0 (pointillés) pour $P = 1000$. (c) variance des métriques en fonction de P

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons proposé une nouvelle approche de détection qui se base sur la DKL et la corrélation croisée de deux antennes de réception. Une étude théorique et empirique des performances de détection a été faite. L'exactitude des expressions analytiques a été prouvée par des simulations de Monte Carlo. De plus, la méthode proposée offre de meilleures performances que le

détecteur d'énergie et celui basé sur les MCSO en particulier pour de faibles RSB, des incertitudes sur l'estimation de la variance du bruit et de faibles corrélations entre antennes. Une généralisation de cette approche peut être appliquée au cas d'un nombre quelconque d'antennes de réception en utilisant un schéma de combinaison (soft ou hard) des MCSO.

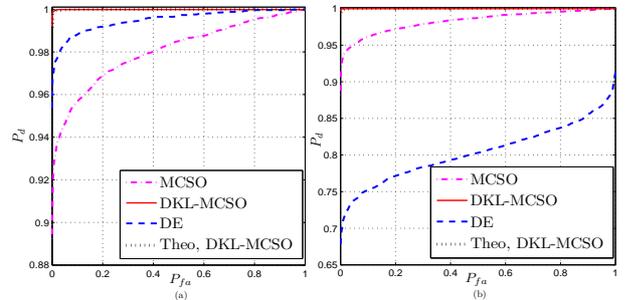


FIGURE 3 – ROC pour RSB=-6dB, $N = 10$ et $P = 100$ (a) $U = 0$ dB et (b) $U = 0.8$ dB.

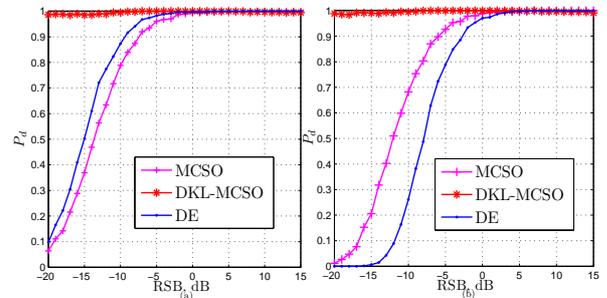


FIGURE 4 – P_d vs RSB pour $N = 10$, $P = 100$ et $P_{fa} = 0.01$. (a) $U = 0$ dB et (b) $U = 2$ dB.

Références

- [1] Y. Zeng, Y. C. Liang, A. T. Hoang, and R. Zhang, "A review on spectrum sensing for cognitive radio : challenges and solutions". EURASIP J. Adv. Signal Process, January 2010.
- [2] A. Ben Hadj Hmida, S. Cherif, and H. Besbes, "A Novel Cross-Correlation Combining based Spectrum Sensing Approach,". IEEE Conference on Vehicular Technology, VTC Spring 2013.
- [3] F. Perez-Cruz, "Kullback-Leibler divergence estimation of continuous distributions,". IEEE International Symposium on Information Theory (ISIT 2008), July 2008.
- [4] F. Mosteller and J. W. Tkey, "Data Analysis and Regression : A second Course in statistics,". Addison-Wesley Publishing Company, 1977.
- [5] D. Ramirez, J. Via, I. Santamaria, and P. Crespo, "Entropy and kullback-leibler divergence estimation based on zego's theorem," European Signal Processing Conference, EUSIPCO 2009.
- [6] W. A. Abu-Dayyeh, S. A. Al-Subh and H. A. Muttalak "Logistic parameters estimation using simple random sampling and ranked set sampling data,". Elsevier Applied Mathematics and Computation, 2004.
- [7] R. Tandra, and A. Sahai, "SNR walls for signal detection". IEEE Journal of Selected Topics in Signal Processing, vol. 2, 2008.