

Un Pisteur Multi-cibles basé sur une approche CPHD

Yohan PETETIN¹, Daniel CLARK², Branko RISTIC³,

¹Institut Telecom / Telecom SudParis / Département CITI et CNRS UMR 5157,
9 rue Charles Fourier, 91011 Evry, France

²Joint Research Institute in Signal and Image Processing, Heriot-Watt University
Riccarton, Edinburgh EH14 4AS, United Kingdom

³ISR Division, DSTO
PO Box 1500, Edinburgh SA 5111 Australia
yohan.petetin@it-sudparis.eu, danielclark@ieee.org
branko.Ristic@dsto.defence.gov.au

Résumé – Les équations du filtre PHD sont une solution à la problématique de filtrage multi-cibles. Certaines solutions ont été proposées pour adapter le filtre PHD afin d’être capable de différencier les trajectoires des cibles. Cependant, ces solutions ne sont pas performantes dès lors que les cibles sont proches ou qu’elles se croisent. Nous proposons dans cet article un algorithme permettant de différencier les trajectoires des cibles basé sur une implémentation Gaussienne du filtre CPHD et sur une approche locale qui consiste à regrouper les différentes Gaussiennes d’une même zone avant l’étape de mise-à-jour. La gestion des différentes trajectoires est effectuée avec une méthode d’affectation. L’algorithme inclut enfin des techniques de gating afin de diminuer les coûts de calcul.

Abstract – Since the derivation of PHD filter, a number of track management schemes have been proposed to adapt the PHD filter for tracking multiple objects. Nevertheless, such approaches can fail when targets are too close or cross. In this paper, we propose to improve the tracking step by maintaining a set of locally-based trackers and managing the tracks with an assignment method. Furthermore, the new algorithm is based on a Gaussian mixture implementation of the CPHD filter, by clustering neighbouring Gaussians before the updating step and updating each cluster with the CPHD filter update. In order to be computationally efficient, the algorithm includes gating techniques for the local trackers and constructs local cardinality distributions for the targets and clutter within the gated regions.

1 Introduction

Les techniques de filtrage mono-cible (Filtrage de Kalman, Méthodes de Monte-Carlo) ne sont pas directement adaptables dans le cadre du filtrage multi-cibles, où le problème consiste à retrouver le nombre de cibles ainsi que l’état caché de chaque cible, car des cibles apparaissent et disparaissent à tout instant, les observations dont on dispose peuvent être des mesures de fausses alarmes et enfin les cibles ne sont pas systématiquement détectées. Le PHD (Probability Hypothesis Density) repose sur la théorie des Ensembles Statistiques Finis [7], outil qui permet de prendre en compte les contraintes du filtrage multi-cibles et de généraliser le filtre bayésien pour cette problématique. Le PHD est en fait une densité surfacique multi-modale permettant d’évaluer un nombre aléatoire de vecteurs aléatoires (des objets ou des cibles) appartenant à \mathbb{R}^p ainsi que leurs paramètres. Le problème consiste alors à calculer de façon récursive le PHD, noté $v_{k|k}(x)$ à l’instant k , connaissant l’historique des observations, avec $x \in \mathbb{R}^p$. Les équations du filtre PHD propagent récursivement la densité $v_{k|k}(x)$, en supposant que la densité multi-objets prédite est une densité de Poisson [7, p.651]. Il est possible de relaxer cette dernière hypothèse [8] et d’avoir une loi de probabilité du nombre de cibles arbitraire. Dans ce cas,

on doit aussi propager cette loi de probabilité, et on parle de filtre CPHD (Cardinalized PHD). Il s’ensuit une amélioration de l’estimateur du nombre de cibles et donc de la densité PHD. Cette amélioration a cependant un coût important, puisque la complexité du filtre devient cubique en nombre d’observations alors qu’elle était linéaire sous l’hypothèse de Poisson.

Dans ce papier, nous introduisons, dans l’algorithme de filtrage CPHD, des techniques de pistage permettant de différencier les trajectoires des différentes cibles, puis d’améliorer l’association en introduisant des techniques de clustering et de gating, permettant de diviser la zone observée, en plusieurs zones caractérisées chacune par une densité PHD. Notre approche est testée sur simulations avec le filtre CPHD classique, en terme de distance OSPA [5] pour le filtrage et le pistage.

2 Filtrage Multi-Cibles

Nous nous plaçons dans les conditions du modèle linéaire et Gaussien : le vecteur d’état à l’instant k , X_k , de chaque cible appartient à \mathbb{R}^p , ainsi que l’observation associée Y_k , si elle existe, appartient à \mathbb{R}^m , suivent un modèle linéaire et Gaussien, et la probabilité de survie $p_{s,k}$ et de détection d’une cible

$p_{d,k}$ ne dépendent pas de l'état caché de la cible [4]. Le PHD $v_{k|k}(x)$, où x appartient à \mathbb{R}^p s'exprime alors sous forme d'un mélange Gaussien :

$$v_{k|k}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k|k}} w_{k|k}^{(i)} \mathcal{N}(x, m_{k|k}^{(i)}, P_{k|k}^{(i)}) \quad (1)$$

où $\mathcal{N}(x, m, P)$ est la densité de probabilité de la loi normale, de moyenne m et de matrice de covariance P prise en x . Le nombre estimé de cibles à l'instant k est alors donné par $N_{k|k} = \sum_{i=1}^{J_{k|k}} w_{k|k}^{(i)}$ et un estimateur des paramètres cachés des cibles est donné par la moyenne $m_{k|k}^{(i)}$ des $N_{k|k}$ (ou l'entier le plus proche) Gaussiennes dont le poids est le plus élevé. On cherche alors à propager la densité $v_{k|k}(x)$ récursivement, ce qui est équivalent à propager les poids, moyennes et matrices de covariance du mélange, en fonction des paramètres du modèle statistique et des observations disponibles à l'instant k . Deux algorithmes permettent d'écrire cette propagation, le filtre PHD et le filtre CPHD, auquel on s'intéresse dans cet article. Ce dernier se décompose en deux parties, prédiction et mise-à-jour.

2.1 Prédiction

Cette étape consiste à appliquer l'étape de prédiction du filtre de Kalman à chaque moyenne et matrice de covariance du mélange initial. L'expression des poids prédit est $w_{k|k-1}^{(i)} = p_{s,k} w_{k-1|k-1}^{(i)}$, où $p_{s,k}$ désigne la probabilité de survie d'une cible à l'instant k . On suppose que cette probabilité est indépendante de la position des cibles, donc de x . On ajoute enfin à ce nouveau mélange les Gaussiennes de l'intensité du processus de naissance, $\gamma_k(x) = \sum_{i=1}^{J_{k,\gamma}} w_{k,\gamma}^{(i)} \mathcal{N}(x; m_{k,\gamma}^{(i)}, P_{k,\gamma}^{(i)})$.

2.2 Mise-à-jour

On dispose à présent d'un mélange qui s'écrit

$$v_{k|k-1}(x) = \sum_{i=1}^{J_{k|k-1}} w_{k|k-1}^{(i)} \mathcal{N}(x, m_{k|k-1}^{(i)}, P_{k|k-1}^{(i)}).$$

Les moyennes et matrices de covariance de ce mélange sont corrigées par application de l'étape de mise-à-jour du filtre de Kalman, pour toutes les observations disponibles à l'instant k , ainsi que pour le terme de non-détection. Pour ce dernier cas, les moyennes et matrices de covariance restent identiques aux moyennes et matrices de covariance prédites. On note $\langle f, g \rangle = \int f(x)g(x)dx$ (ou $\sum f(n)g(n)$, si f et g sont discrètes) le produit scalaire des fonctions f et g . La mise-à-jour des poids du mélange s'effectue de la manière suivante [3] :

$$w_i(\emptyset) = (1 - p_{D,k}) \frac{\langle \Psi_k^1[w_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle}{\langle \Psi_k^0[w_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle} w_{k|k-1}^{(i)}, \quad (2)$$

$$w_i(z_j) = p_{D,k} q_k^{(i)}(z) \times \frac{\langle \Psi_k^1[w_{k|k-1}, Z_k \setminus \{z_j\}], p_{k|k-1} \rangle}{\langle \Psi_k^0[w_{k|k-1}, Z_k], p_{k|k-1} \rangle} w_{k|k-1}^{(i)} \quad (3)$$

où $p_{k|k-1}(n)$ représente la loi de probabilité du nombre de cibles prédites.

$$\Psi_k^u[w, Z](n) = \sum_{j=0}^{\min(|Z|, n)} (|Z| - j)! p_{K,k} (|Z| - j) P_{j+u}^n \times \frac{(1 - p_{D,k})^{n-(j+u)}}{\langle 1, w \rangle^{j+u}} e_j(\Xi_k(w, Z)), \quad (4)$$

$P_{K,k}$ représente la distribution de cardinalité des mesures de fausses alarmes, e_j la j ème fonction symétrique élémentaire, $p_{D,k}$ la probabilité de détection d'une cible (qu'on suppose constante), $|Z|$ le nombre de mesures disponibles et $P_{j+u}^n = n!/(n-j-u)!$,

$$\Xi_k(w, Z) = \left\{ \frac{\langle 1, \kappa \rangle}{\kappa(z)} p_{D,k} w^T q_k(z) : z \in Z \right\}, \quad (5)$$

où $\kappa(z)$ est l'intensité du fouillis,

$$w_{k|k-1} = [w_{k|k-1}^{(1)}, \dots, w_{k|k-1}^{(J_{k|k-1})}]^T, \quad (6)$$

$$q_k(z) = [q_k^{(1)}(z), \dots, q_k^{(J_{k|k-1})}(z)]^T, \quad (7)$$

$$q_k^{(i)}(z) = \mathcal{N}(z; H_k m_{k|k-1}^{(i)}, R_k + H_k P_{k|k-1}^{(i)} H_k^T) \quad (8)$$

$q_k^{(i)}(z)$ représente la vraisemblance de l'état de la i -ème piste prédite avec la mesure z .

Remarque 1 *Le CPHD propage en plus la loi de probabilité du nombre de cibles $p_{k|k}(n)$. Notre solution utilise des lois de probabilité locales, construites à chaque instant, et n'utilise donc pas les équations de propagation de $p_{k|k}(n)$.*

3 Gestion de pistes, clustering et gating

Les filtres PHD et CPHD ne permettent pas de différencier les trajectoires des différentes cibles. Pour remédier à ce problème une solution simple consiste à attribuer un label aux différentes Gaussiennes du mélange [6]. Cependant, ce simple schéma n'est pas efficace lorsque les cibles sont proches les unes des autres, pour différentes raisons :

1. Différentes cibles peuvent être représentées par des gaussiennes dont le label est identique ainsi qu'une même cible peut être représentée par des Gaussiennes différentes.
2. Les cibles ont échangées leurs labels, et il n'est donc plus possible d'interpréter correctement le comportement des trajectoires des différentes cibles.

Pour résoudre le premier problème, nous proposons d'introduire une méthode d'affectation qui sera combinée avec des méthodes dites de clustering et de gating. Une cible potentielle (ou piste) est représentée, à l'instant $k-1$ par la moyenne de son vecteur d'état $m_{k-1|k-1}^{(i)}$, sa covariance $P_{k-1|k-1}^{(i)}$, son poids $w_{k-1|k-1}^{(i)}$ et un unique label $\tau_{k-1|k-1}^{(i)}$. On suppose qu'à l'instant prédit $k|k-1$, il y a $J_{k|k-1}$ pistes. L'idée est de regrouper les composantes d'une même région, et d'appliquer un

filtre CPHD, différent, pour chaque région ainsi créée. Une région doit alors être caractérisée par un mélange, une intensité de fausses alarmes, ainsi qu'une loi de probabilité du nombre de cibles, d'après les équations (2)-(7). Nous expliquons comment créer ces zones, déduire leur distribution de cardinalité, ainsi que l'intensité du fouillis associée, à partir du mélange prédit $v_{k|k-1}(x)$.

3.1 Clustering

On évalue la distance entre la i ème Gaussienne et les autres Gaussiennes du mélange :

$$d_c = \left[m_{k|k-1}^{(i)} - m_{k|k-1}^{(j)} \right]^T \left[P_{k|k-1}^{(i)} \right]^{-1} \left[m_{k|k-1}^{(i)} - m_{k|k-1}^{(j)} \right] \quad (9)$$

Si $d_c \leq T_c$, où T_c est un seuil que l'on se donne, alors la i ème et j ème Gaussienne appartiennent au même cluster. On recommence jusqu'à ce que toutes les Gaussiennes soient affectées à un cluster.

3.2 Gating

Il n'est pas envisageable de prendre en compte, pour chaque cluster, toutes les observations disponibles. On cherche alors les observations associées à chaque cluster, en considérant la distance $d_g(z)$.

$$d_g(z) = \left[z - H m_{k|k-1}^{(i)} \right]^T \left[R + H P_{k|k-1}^{(i)} H^T \right]^{-1} \left[z - H m_{k|k-1}^{(i)} \right] \quad (10)$$

Si $d_g(z) < T_d$, seuil que l'on se donne, pour au moins une des Gaussiennes du cluster considéré, alors la mesure z appartient à ce cluster.

3.3 Loi de probabilité du nombre de cibles

Pour chaque cluster, nous avons besoin de la loi de probabilité du nombre de cibles. On supposera pour cela que la densité multi-objet est multi-Bernoulli, c'est à dire que cette loi peut être reconstruite à partir des poids des N_j Gaussiennes du cluster considéré, $w_{k|k-1}^{(1)}, w_{k|k-1}^{(2)}, \dots, w_{k|k-1}^{(N_j)}$. Cette distribution est alors donnée par $p_{k|k-1}(n)$ tel que $p_{k|k-1}(0) = \prod_{i=1}^{N_j} (1 - w_i)$, $p_{k|k-1}(1) = \sum_{j=1}^{N_j} w_j \prod_{i \neq j} (1 - w_i)$, $p_{k|k-1}(2) = \sum_{j=1}^{N_j} w_j \sum_{k \neq j} w_k \prod_{i \neq j, k} (1 - w_i) \dots$ et $p(N_j) = \prod_{i=1}^{N_j} w_i$.

3.4 Intensité des mesures de fausses alarmes

Il reste enfin à redéfinir l'intensité des mesures de fausses alarmes, spécifique à chaque cluster, à cause de l'étape de gating. Pour chaque cluster, le volume de la région est défini par la somme des volumes de chaque Gaussienne, i.e $V_{new} = \sum_{i=1}^{N_j} V_{new}^{(i)}$, $V_{new}^{(i)} = c_z \sqrt{|R + H P_{k|k-1}^{(i)} H^T|} \gamma^{n_z/2}$, c_z est le volume de l'hypersphère unité de dimension n_z [9]. Dans notre

partie simulation, le fouillis est supposé uniforme sur la région observée, son intensité est donc donnée par $\kappa(z) = M_k u(z)$, où M_k est le nombre moyen de fausses alarmes, et $u(z)$ la densité de la loi uniforme sur la région observée, de volume V . Dans ce cas, pour chaque cluster, on a $\kappa_{new}(z) = M_{new,k} u_{new}(z)$ où $M_{new} = \frac{M}{V} V_{new}$, et $u_{new}(z)$ la densité uniforme sur V_{new} . La quantité V_{new} dépend évidemment du cluster considéré.

3.5 Gestion des pistes

Nous appliquons à présent à chaque cluster l'étape de mise-à-jour d'un filtre CPHD spécifique pour calculer le poids de chaque Gaussienne avec chaque observation (c.f section 2.2). Si l'observation n'appartient pas au cluster de la Gaussienne considérée, le poids est alors considéré comme nul. On obtient alors une matrice d'affectation, comme présentée à la Table 1.

TABLE 1 – Matrice d'affectation : on cherche à maximiser la somme des poids

	Piste préd 1	Piste préd 2	...	Piste préd $N_{k k-1}$
Z_1	$w_1(z_1)$	$w_2(z_1)$...	$w_J(z_1)$
Z_2	$w_1(z_2)$	$w_2(z_2)$...	$w_J(z_2)$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
Z_m	$w_1(z_m)$	$w_2(z_m)$...	$w_J(z_m)$
\emptyset	$w_1(\emptyset)$	$w_2(\emptyset)$...	$w_J(\emptyset)$

On utilise alors une méthode d'affectation 2-D (Munkres...) [1] afin de maximiser la somme globale des poids et de garantir qu'une Gaussienne ne représente qu'une et une seule cible. Les moyennes et matrices de covariance de chaque Gaussienne sont alors corrigées par l'étape de mise-à-jour du filtre de Kalman, correspondant à l'observation affectée, ou restent identiques aux moyennes et matrices de covariance prédites si le terme de non détection est affecté.

Remarque 2 On peut initialiser les pistes suivant le schéma classique (initialisation de Gaussiennes autour de zones où les cibles sont susceptibles d'apparaître) ou bien initialiser une Gaussienne autour de chaque mesure non affectée.

4 Simulations

Notre approche locale (Clustering 2-D CPHD) est comparée à un filtre CPHD auquel on a ajouté la méthode d'affectation 2-D (voir 3.5) ainsi qu'à un pisteur CPHD classique (Filtre CPHD, avec labellisation des Gaussiennes [6]), en utilisant un scénario de croisement de 5 cibles illustré par la Figure 1(a). Le résultat du pistage est présenté à la Figure 1(b) Pour étudier l'apport de notre méthode pour l'estimation de la densité PHD, on utilise la distance OSPA (Optimal Subpattern Assignment Metric) [5], rappelée ici. Soient $X_k = \{x_1, \dots, x_m\}$ et $Y_k = \{y_1, \dots, y_n\}$ deux ensembles finis. Ici, X_k représente l'ensemble estimé à l'instant k et Y_k représente l'ensemble des vraies cibles. Pour $1 \leq p < +\infty$ et $c > 0$, on note

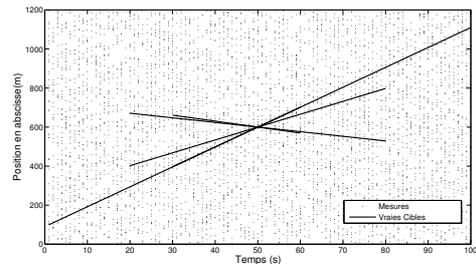
$d^c(x, y) = \min(c, \|x - y\|)$ et Π_n l'ensemble des permutations sur $\{1, 2, \dots, n\}$. La distance OSPA est alors définie par :

$$\bar{d}_p^c(X_k, Y_k) := \left(\frac{1}{n} \left(\min_{\pi \in \Pi_n} \sum_{i=1}^m d^{(c)}(x_i, y_{\pi(i)})^p + c^p(n - m) \right) \right)^{\frac{1}{p}} \quad (11)$$

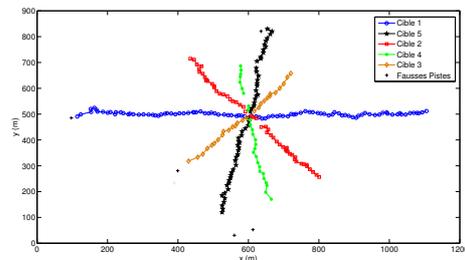
si $m \leq n$ et $\bar{d}_p^c(X_k, Y_k) := \bar{d}_p^c(Y_k, X_k)$ si $m > n$. Il est possible de généraliser cette distance [2] de façon à prendre en compte les changements de label des cibles estimées, en choisissant $d^c(x, y) = \min(c, \|x - y\| + \alpha \bar{\delta}(s, t))$, où s et t sont respectivement les labels des cibles dont les vecteurs d'état sont x et y , $\bar{\delta}(s, t) = 0$ si $s \neq t$ et 0 sinon, et α un paramètre qui pénalise une erreur sur l'estimation du label de la cible. Cette généralisation permet donc de mesurer les différents changements de label au cours du temps. La Figure 2 représente les performances de notre méthode par rapport à une méthode CPHD classique, en terme de distance OSPA, pour le filtrage (Fig.2(a)) et le pistage (Fig.2(b)). Notre approche permet une meilleure estimation du nombre de cibles ainsi que de leur position comme le montre la Figure 2(a) mais améliore surtout la robustesse du pistage comme le montre l'écart entre les trois algorithmes à la Figure 2(b).

Références

- [1] Samuel Blackman and Robert Popoli. *Design and Analysis of Modern Tracking Systems*. Artech House, 2009.
- [2] B.Ristic, B.N.Vo, D.Clark, and B.N.Vo. A metric for performance evaluation of multi-target tracking algorithms. *Submitted for publication, IEEE Transactions on Signal Processing*, February 2011.
- [3] B.Vo, B.Vo, and A.Cantoni. The Cardinalized Probability Hypothesis Density Filter for linear gaussian multi-target models. *IEEE Transactions on Signal Processing*, pages 3553–3367, July 2007.
- [4] B.Vo and W.K.Ma. The Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density Filter. *IEEE transactions Signal Processing*, 54 :4091–4104, November 2006.
- [5] D.Schuhmacher, B.T.Vo, and B.N.Vo. A consistent metric for performance evaluation of multi-object filters. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 56(8) :3447–3457, August 2008.
- [6] K.Panta, B.Vo, and D.E.Clark. An efficient track management scheme for the Gaussian Mixture Probability Hypothesis Density (GM-PHD) tracker. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, pages 1003–1016, July 2009.
- [7] Ronald Mahler. *Statistical Multisource Multitarget Information Fusion*. Artech House, 2007.
- [8] R.Mahler. A theory of PHD filters of higher order in target number. *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, pages 1523–1543, October 2007.

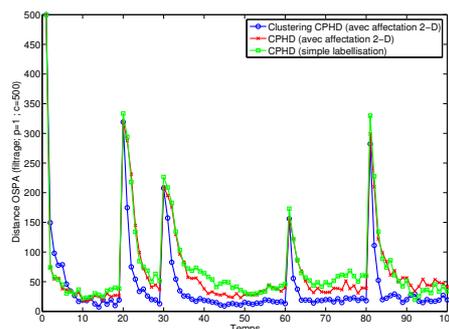


(a)

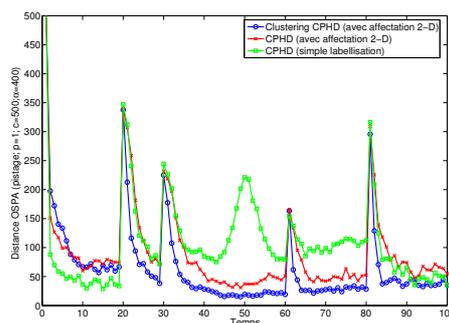


(b)

FIGURE 1 – Croisement de 5 cibles - Mesures et Positions des cibles en abscisse (a) - Trajectoires pistées (b)



(a)



(b)

FIGURE 2 – Distance OSPA - Filtrage (a) - Pistage (b)

- [9] Y.Bar-Shalom T.Kirubarajan. Probabilistic data association techniques for target tracking in clutter. In *Proceeding of IEEE*, volume 92 (3), pages 536–556, March 2004.