

# Un modèle de mélange de lois Rayleigh généralisées spatialement corrélées pour la segmentation d'échographies cutanées

Marcelo PEREYRA, Nicolas DOBIGEON, Hadj BATATIA, Jean-Yves TOURNERET

Université de Toulouse, IRIT/INP-ENSEEIH, 2 rue Charles Camichel, 31071 Toulouse Cedex 7, France

{marcelo.pereyra, nicolas.dobigeon, hadj.batatia, jean-yves.tourneret}@enseeiht.fr

**Résumé** – Cet article étudie le problème de l'estimation de la distribution statistique d'images échographiques cutanées et leur segmentation. Un mélange de lois de Rayleigh généralisées spatialement corrélées est proposé pour modéliser la distribution statistique de ces images. La cohérence spatiale inhérente aux tissus biologiques est introduite dans le modèle par la considération des dépendances entre pixels. Un algorithme Bayésien original utilisant une méthode de Monte Carlo par chaîne de Markov est développé pour estimer conjointement les paramètres du mélange et classifier les pixels de l'image. Le principe est de tirer à l'aide d'un échantillonneur Metropolis-within-Gibbs des données asymptotiquement distribuées selon la loi a posteriori du modèle Bayésien. Ces données servent à calculer les estimateurs Bayésiens des paramètres du modèle. La performance de l'algorithme est tout d'abord évaluée à l'aide de simulations effectuées avec des données synthétiques. La méthode est ensuite appliquée avec succès à la segmentation de lésions cutanées dans des échographies 3D de haute fréquence.

**Abstract** – This paper addresses the problem of jointly estimating the statistical distribution and segmenting multiple-tissue high-frequency ultrasound images. The distribution of multiple-tissue images is modeled as a spatially coherent finite mixture of heavy-tailed Rayleigh distributions. Spatial coherence inherent to biological tissues is introduced into the model by enforcing local dependance between pixels. An original Bayesian algorithm combined with a Markov chain Monte Carlo method is then derived to jointly estimate the mixture parameters and a label vector associating each voxel to a tissue. Precisely, a hybrid Metropolis-within-Gibbs sampler is proposed to draw samples that are asymptotically distributed according to the posterior distribution of the Bayesian model. These samples are then used to compute the Bayesian estimators of the model parameters. Simulation results are conducted on synthetic data to illustrate the performance of the proposed estimation strategy. The method is then successfully applied to the segmentation of an in-vivo lesion in a high frequency 3D ultrasound image.

## 1 Introduction

Le bruit de scintillement est une source d'information permettant d'interpréter des images échographiques [10, 6]. Ainsi, la caractérisation de tissus biologiques s'effectue souvent par l'analyse statistique des signaux ultrasons rétrodiffusés. Divers travaux ont exploité ses statistiques pour segmenter des images échographiques [5]. Dans [1], un modèle de mélange de lois Rayleigh a été proposé pour segmenter des images d'échographies intra-vasculaires. Ce modèle a été généralisé dans [2] par un mélange de lois Nakagami pour segmenter l'artère carotide. Dans la peau, la distribution de l'enveloppe de ces signaux a été approchée par une loi Rayleigh généralisée à queue lourde, notée  $\alpha$ -Rayleigh [9, 8]. Ce modèle mono-tissulaire a été généralisé à des régions multi-tissulaires en considérant un mélange de distributions  $\alpha$ -Rayleigh [7]. Cet article étend ce modèle afin d'exploiter la corrélation spatiale entre pixels voisins. On dérive un algorithme Bayésien combiné avec une méthode Monte Carlo par chaîne de Markov pour segmenter les différents tissus.

## 2 Formulation du problème

Soit  $r_n \in \mathbb{R}^+$  un pixel d'une image échographique vectorisée  $\mathbf{r} \in \mathbb{R}^N$ . Dans une récente étude, il a été établi que la

distribution de  $r_n$  peut être approchée par une loi  $\alpha$ -Rayleigh [9]

$$r_n \sim \alpha\mathcal{R}(\alpha_n, \gamma_n) \quad (1)$$

où les paramètres  $\alpha_n \in ]0, 2]$  et  $\gamma_n \in \mathbb{R}^+$  sont l'indice caractéristique et la dispersion associés à la cellule de résolution  $n$ . Cet article traite le cas où  $\mathbf{r} = (r_1, \dots, r_N)^T$  est composé de plusieurs tissus biologiques. On considère que chaque tissu a sa propre échogénéicité et donc ses propres paramètres  $\alpha_n$  et  $\gamma_n$ . Il est possible de modéliser une telle image par un processus stationnaire  $\alpha$ -Rayleigh à paramètres constants par morceaux [7]. On suppose donc qu'il existe un ensemble de classes  $\{C_1, \dots, C_K\}$  tel que

$$\forall r_n \in C_k, r_n \sim \alpha\mathcal{R}(\alpha_k, \gamma_k) \quad (2)$$

où  $\alpha_k$  et  $\gamma_k$  sont les paramètres associés à la classe  $C_k$ . La loi d'un pixel  $r_n$  est alors un mélange de lois  $\alpha$ -Rayleigh

$$r_n \sim \sum_{k=1}^K w_k \alpha\mathcal{R}(\alpha_k, \gamma_k) \quad (3)$$

où  $K$  est le nombre de classes et  $w_k$  est la probabilité a priori de la classe  $C_k$ . Notons que le mélange de lois  $\alpha$ -Rayleigh proposé dans cet article généralise le modèle de mélange proposé dans [1].

### 3 Modèle Bayésien

Dans cette section, on s'intéresse à l'estimation des paramètres du modèle de mélange (3). Notons  $\theta = (\alpha^T, \gamma^T)^T$  le vecteur des paramètres inconnus, où  $\alpha = (\alpha_1, \dots, \alpha_K)^T$  et  $\gamma = (\gamma_1, \dots, \gamma_K)^T$ . De plus, nous introduisons le vecteur d'étiquettes cachées  $\mathbf{z} = \{z_1, \dots, z_N\}$  associées au vecteur d'observations  $\mathbf{r} = \{r_1, \dots, r_N\}$  tel que  $z_n = k$  si  $r_n \in C_k$ . Avec cette formulation, la probabilité a priori d'avoir  $z_n = k$  est  $P[z_n = k] = \omega_k$ , où  $\omega_k$  a été défini dans (3). Les étiquettes  $z_k$  permettent de classer chaque observation et de discriminer les différents tissus. Notons que le nombre de classes  $K$  est supposé connu dans cet article. Même si son estimation pourrait être envisagée en utilisant un algorithme MCMC à sauts réversibles [3]. Cette section définit un modèle Bayésien associé au vecteur de paramètres  $\theta$  et au vecteur d'étiquettes  $\mathbf{z}$ , tous deux inconnus. Ce modèle nécessite la définition de la vraisemblance du vecteur des observations  $\mathbf{r}$  et des probabilités a priori des paramètres du modèle.

#### 3.1 Vraisemblance

En supposant que les observations  $r_n$  sont indépendantes et en utilisant le modèle de mélange (3), la vraisemblance d'un pixel de l'image à ultrasons peut s'écrire :

$$p(\mathbf{r}|\theta, \mathbf{z}) = \prod_{k=1}^K \prod_{\{n|z_n=k\}} p_{\alpha\mathcal{R}}(r_n|\alpha_k, \gamma_k) \quad (4)$$

où

$$p_{\alpha\mathcal{R}}(r_n|\alpha_k, \gamma_k) = r_n \int_0^\infty \lambda \exp[-(\gamma_k \lambda)^{\alpha_k}] J_0(r_n \lambda) d\lambda \quad (5)$$

et où  $J_0(\cdot)$  est la fonction de Bessel d'ordre 0 (voir [4] pour plus de détails).

#### 3.2 Lois a priori des paramètres

##### 3.2.1 Etiquettes

Pour modéliser la corrélation spatiale naturelle des tissus biologiques, un champ de Markov-Potts est choisi comme distribution a priori des étiquettes. En utilisant le théorème de Hammersley-Clifford, la loi du vecteur d'étiquettes peut s'écrire

$$P[\mathbf{z}] = \frac{1}{C(\beta)} \exp \left[ \sum_{n=1}^N \sum_{n' \in \mathcal{V}(n)} \beta \delta(z_n - z_{n'}) \right] \quad (6)$$

où  $\beta$  est le coefficient de granularité,  $C(\beta)$  est une constante de normalisation,  $\mathcal{V}(n)$  est un voisinage de premier ordre centré en  $z_n$  et  $\delta(\cdot)$  est la fonction de Kronecker. Le voisinage  $\mathcal{V}(n)$  peut être établi d'une manière bidimensionnelle (4 pixels) ou tridimensionnelle (6 voxels) pour traiter des images 3D.

##### 3.2.2 Paramètres $\alpha$ -Rayleigh

La loi a priori de chaque indice caractéristique  $\alpha_k \in ]0, 2]$  est choisie uniforme sur son domaine de définition, i.e.,

$$\alpha_k \sim \mathcal{U}(0, 2) \quad (7)$$

Une loi inverse Gamma est choisie comme loi a priori pour les paramètres  $\gamma_k$

$$\gamma_k \sim \mathcal{IG}(a_0, b_0), \quad k = 1, \dots, K \quad (8)$$

où les hyper-paramètres  $a_0$  et  $b_0$  sont fixés afin d'obtenir une loi a priori non-informative (les simulations seront menées avec  $a_0 = b_0 = 1$ ).

En supposant ces paramètres indépendants, la loi a priori du vecteur de paramètres est

$$p(\theta) = p(\alpha)p(\gamma) = \prod_{k=1}^K p(\alpha_k)p(\gamma_k). \quad (9)$$

#### 3.3 Loi a posteriori de $(\theta, \mathbf{z})$

Considérant les vecteurs de paramètres  $\theta$  et  $\mathbf{z}$  indépendants a priori, en utilisant le théorème de Bayes, nous pouvons exprimer la loi a posteriori du vecteur  $(\theta, \mathbf{z})$  comme

$$p(\theta, \mathbf{z}|\mathbf{r}) \propto p(\mathbf{r}|\theta, \mathbf{z})p(\theta)P(\mathbf{z}) \quad (10)$$

où la vraisemblance  $p(\mathbf{r}|\theta, \mathbf{z})$  et les lois a priori  $P(\mathbf{z})$  et  $p(\theta)$  ont été définies respectivement dans (4), (6) et (9). Cette loi a posteriori (10) est trop complexe pour obtenir des expressions analytiques des estimateurs Bayésiens de  $(\theta, \mathbf{z})$  comme l'estimateur du maximum a posteriori (MAP). Dans ce travail, nous proposons d'utiliser une méthode de Monte Carlo par chaînes de Markov (MCMC) pour générer des échantillons asymptotiquement distribués selon la loi (10). Ces échantillons sont ensuite utilisés pour approximer les estimateurs Bayésiens (voir [11] pour plus de détails).

### 4 Echantillonneur de Gibbs hybride

Un échantillonneur de Gibbs hybride a été étudié pour générer des données asymptotiquement distribuées selon la loi (10). Le principe de cette méthode consiste à simuler selon les lois conditionnelles de la loi cible (10), présentées ci-après. Pour plus de détails sur les méthodes MCMC, le lecteur pourra se référer à [11].

#### 4.1 Probabilité conditionnelle $P[\mathbf{z}|\theta, \mathbf{r}]$

Le vecteur d'étiquettes  $\mathbf{z}$  peut être mis à jour pour chaque pixel de l'image à l'aide d'un mouvement de Gibbs. Plus précisément, chaque étiquette  $z_n$  est générée à l'aide d'un tirage aléatoire d'une variable discrète  $\{1, \dots, K\}$  avec les probabilités

$$\begin{aligned} P[z_n = k | \mathbf{z}_{-n}, r_n, \alpha_k, \gamma_k] &\propto p(r_n | z_n = k, \alpha, \gamma) p(z_n | \mathbf{z}_{-n}) \\ &\propto \int_0^\infty \lambda \exp[-(\gamma_k \lambda)^{\alpha_k}] J_0(r_n \lambda) d\lambda \\ &\quad \times r_n \exp \left[ \sum_{n' \in \mathcal{V}(n)} \beta \delta(k - z_{n'}) \right] \end{aligned} \quad (11)$$

où  $k = 1, \dots, K$  ( $K$  est le nombre de classes) et  $z_{-n}$  est le vecteur  $z$  privé de sa  $n$ -ième composante. Notons que la probabilité a posteriori du vecteur  $z$  vérifiant (11) définit un champ de Markov. Simuler des étiquettes distribuées suivant (8) peut se faire en générant une variable aléatoire discrète dont les probabilités sont données par (8). Notons que l'intégrale apparaissant dans (8) peut s'approcher à l'aide d'expressions analytiques données dans [4].

## 4.2 Lois conditionnelles $p(\alpha|\gamma, z, r)$ et $p(\gamma|\alpha, z, r)$

La génération d'échantillons selon  $p(\alpha|\gamma, z, r)$  et  $p(\gamma|\alpha, z, r)$  est une tâche difficile. Dans ce travail, des vecteurs distribués selon ces lois sont générés coordonnée par coordonnée à l'aide de pas de Metropolis-Hastings, conduisant à un algorithme de type Gibbs hybride [11, p. 317]. Les lois de proposition associées à ces pas sont

$$\alpha_k^* \sim \mathcal{U}(0, 2)$$

pour  $\alpha_k$  et

$$\gamma_k^* \sim \mathcal{N}\left(\gamma_k^{(t-1)}, \sigma^2\right)$$

pour  $\gamma_k$ . Cette dernière stratégie est connue sous le nom de marche aléatoire [7]. Notons enfin que les vraisemblances  $p_{\alpha\mathcal{R}}(r_n|\alpha_k, \gamma_k^*)$  et  $p_{\alpha\mathcal{R}}(r_n|\alpha_k, \gamma_k^{(t-1)})$  ont été calculées à l'aide des approximations décrites dans le paragraphe 4.3.

## 4.3 Approximation de la vraisemblance

L'évaluation de la vraisemblance définie dans (4) nécessite le calcul de l'intégral indéfinie suivante

$$\int_0^\infty \lambda \exp[-(\gamma_k \lambda)^{\alpha_k}] J_0(r_n \lambda) d\lambda. \quad (12)$$

Ce calcul complexe doit être effectué pour chaque observation et à chaque étape de l'échantionneur de Gibbs. Une manière efficace d'approximer la vraisemblance (4) s'obtient grace aux développements asymptotiques suivants [12, 4]

$$p_{\alpha\mathcal{R}}(r_n|\alpha_k, \gamma_k) = \sum_{p=0}^P a_p r_n^{2p+1} + o\left(r_n^{2(P+1)+1}\right) \quad (13)$$

pour  $r_n \rightarrow 0$  et

$$p(r_n|\alpha_k, \gamma_k) = \sum_{p=1}^P b_p r_n^{-\alpha_k p - 1} + o\left(r_n^{-\alpha_k (P+1) - 1}\right) \quad (14)$$

pour  $r_n \rightarrow \infty$  et où les coefficients  $a_p$  et  $b_p$  sont

$$a_p = \frac{1}{\alpha_k \gamma_k} \frac{(-1)^p}{(p!)^2 2^{2p}} \Gamma\left(\frac{2p+2}{\alpha_k}\right) \gamma_k^{-2p-1}$$

$$b_p = \frac{(-1)^{p-1} 2^{p\alpha_k+1}}{p! \pi \gamma_k} \Gamma^2\left(\frac{p\alpha_k+2}{2}\right) \sin\left(\frac{p\pi\alpha_k}{2}\right) \gamma_k^{p\alpha_k+1}.$$

Le choix de l'ordre  $P$  et d'autres aspects importants de l'implantation de (13) et (14) ont été étudiés dans [12].

## 5 Validation

Les performances de la méthode proposée ont été évaluées sur des données simulées et des images réelles. Des simulations ont été effectuées à l'aide de données synthétiques pour évaluer la capacité de la méthode à estimer correctement les paramètres du modèle et pour illustrer ses performances pour l'estimation des étiquettes (i.e., pour classifier les pixels de l'image échographique).

### 5.1 Données simulées

Dans un premier temps l'algorithme proposé a été appliqué à une image composée de trois régions (figure 1(a)), simulée avec un mélange  $\alpha$ -Rayleigh où  $\alpha = [1, 99; 1, 99; 1, 8]$  et  $\gamma = [1; 5; 10]$ . La figure 1(b) montre le vecteur d'observations  $r$  résultant qui est la seule information fournie à l'algorithme. Notons que les observations ont une forte corrélation spatiale. Le tableau 1 montre les estimations des moyennes a posteriori (estimateur MMSE) effectuées pour chaque paramètre. Ces estimations sont le résultat d'une exécution de l'algorithme avec 25 000 itérations dont les 100 premières (période de chauffe) ont été supprimées. Dans ce cas, l'algorithme a été appliqué avec un champ de Markov-Potts sur un voisinage 2D du premier ordre. On constate que les estimations sont très proches des paramètres théoriques. La figure 1(c) montre les étiquettes MAP estimées. Les trois régions sont clairement identifiées malgré les faux-positifs.

TABLE 1 – estimation de paramètres

	vraies valeurs	moyennes a posteriori	écart types
$\alpha_1$	1.99	1.99	0.002
$\alpha_2$	1.99	1.99	0.003
$\alpha_3$	1.80	1.79	0.006
$\gamma_1$	1.00	1.00	0.003
$\gamma_2$	5.00	5.01	0.025
$\gamma_3$	10.00	9.96	0.036

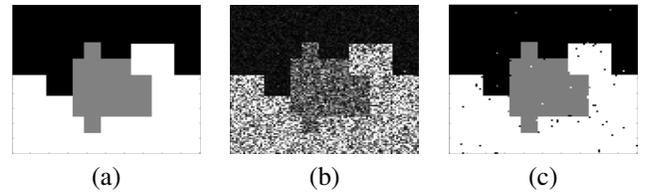
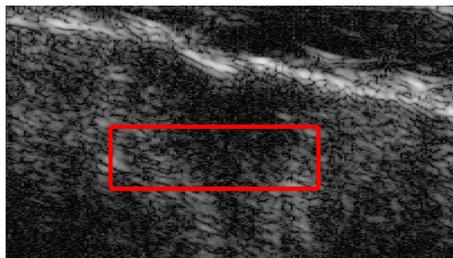


FIGURE 1 – (a) Régions d'origine, (b) observations  $r$ , (c) étiquettes estimées à l'aide de l'estimateur MAP.

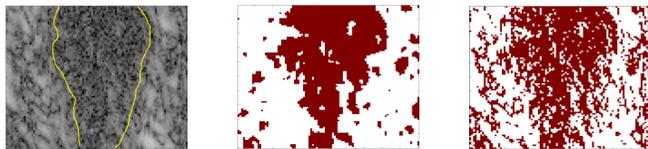
### 5.2 Image réelle

La méthode proposée a aussi été utilisée pour identifier une lésion cutanée dans une échographie 3D à très haute fréquence d'un tissu in-vivo. La figure 2(a) montre l'image en mode B avec une région d'intérêt mise en évidence par le rectangle rouge. La figure 2(b) montre la région d'intérêt, où la lésion

a été préalablement grossièrement entourée en jaune par un expert. Signalons que cette annotation n'a pas pour objectif d'établir une vérité terrain. Elle sert uniquement à la localisation de la lésion dans l'image afin d'établir la région d'intérêt. La figure 2(c) montre les étiquettes estimées avec la méthode proposée pour un champ de Markov-Potts bidimensionnel avec  $\beta = 1$ , les voxels blancs indiquant une peau saine et les voxels rouges indiquant une lésion. Dans un souci de comparaison, la figure 2(d) montre l'estimation obtenue avec l'algorithme présenté dans [7] où les étiquettes sont supposées indépendantes [7]. On observe que l'utilisation d'un champ de Markov comme a priori sur les étiquettes permet de mieux exploiter la dépendance entre les voxels.



(a) Image du derme avec une lésion (ROI =  $100 \times 100 \times 3$ ).



(b) ROI (slice #2) (c) Champ de Markov (d) Etiquettes Ind.

FIGURE 2 – Échographie (mode B) d'une lésion cutanée et les étiquettes correspondantes estimées (*sain* = blanc, *lésion* = rouge). Figure (c) algorithme 2D proposé, (d) algorithme proposé dans [7]

L'algorithme proposé a été ensuite appliqué à une image 3D. Les figures 3(a), 3(b) et 3(c) montrent trois coupes de l'image centrées sur la région d'intérêt. Les figures 3(d), 3(e) et 3(f) montrent les estimations obtenues avec l'algorithme présenté dans [7] où les étiquettes sont supposées indépendantes. Les figures 3(g), 3(h) et 3(i) montrent les étiquettes estimées avec la méthode proposée avec un champ de Markov-Potts tridimensionnel avec  $\beta = 1$ . On note que l'utilisation d'un champ de Markov tridimensionnel réduit significativement le nombre de mauvaises classifications et améliore l'adéquation avec l'annotation de l'expert.

## 6 Conclusion

Un modèle de mélange  $\alpha$ -Rayleigh a été proposé pour représenter la distribution des données dans des images à ultrasons de la peau. Un algorithme Bayésien a été élaboré pour estimer les paramètres de ce modèle. La méthode proposée est entièrement non-supervisée et ne nécessite pas de segmentation préalable. L'algorithme estime conjointement les paramètres du modèle de mélange et classe les voxels de l'image selon leurs tissus. L'application à une lésion in-vivo dans une

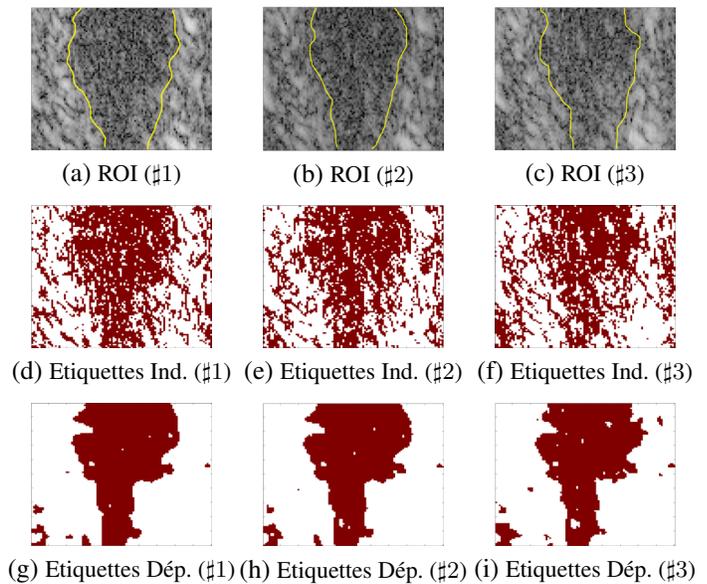


FIGURE 3 – Échographie (mode B) d'une lésion cutanée et les étiquettes correspondantes estimées (*sain* = blanc, *lésion* = rouge)

échographie haute fréquence donne des résultats prometteurs. Le travail futur consistera à comparer cet algorithme avec des méthodes de l'état de l'art et de corréler les résultats aux constatations cliniques.

## Références

- [1] M. H. R. Cardinal, J. Meunier, G. Soulez, R. L. Maurice, E. Therasse, and G. Cloutier, "Intravascular ultrasound image segmentation : A three-dimensional fast-marching method based on gray level distributions," *IEEE Trans. Med. Imag.*, May 2006.
- [2] F. Destremes, J. M. J., M. F. Giroux, G. Soulez, and G. Cloutier, "Segmentation in ultrasonic B-mode images of carotid arteries using mixture of Nakagami distributions and stochastic optimization," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 28, no. 2, pp. 215–229, Feb. 2009.
- [3] P. J. Green, "Reversible jump Markov chain Monte Carlo methods computation and Bayesian model determination," *Biometrika*, vol. 82, no. 4, pp. 711–732, Dec. 1995.
- [4] C. L. Nikias and M. Shao, *Signal Processing with Alpha-Stable Distribution and Applications*. New York (NJ) : Wiley, 1995.
- [5] J. Noble and D. Boukerroui, "Ultrasound image segmentation : a survey," *IEEE Trans. Med. Imag.*, vol. 25, no. 8, pp. 987–1010, Aug. 2006.
- [6] M. L. Oelze, W. D. O'Brien, and J. F. Zachary, "Quantitative ultrasound assessment of breast cancer using a multiparameter approach," in *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, New York, NY, Oct. 2007.
- [7] M. Pereyra, N. Dobigeon, H. Batatia, and J. Y. Tournet, "Labeling skin tissues in ultrasound images using a generalized rayleigh distribution mixture," in *Int. Conf. Acoust., Speech, and Signal Proc. (ICASSP'11)*, Prague, Czech Republic, Sept. 2011.
- [8] M. A. Pereyra and H. Batatia, "An alpha-stable model for ultrasound speckle statistics in skin," in *Proc. IEEE Eng. Med. Bio. Soc. (EMBC)*, Buenos Aires, Argentina, Sept. 2010.
- [9] —, "A Levy flight model for ultrasound in skin tissues," in *Proc. IEEE Ultrason. Symp.*, San Diego (CA), USA, Oct. 2010.
- [10] B. Raju and M. Srinivasan, "Statistics of envelope of high-frequency ultrasonic backscatter from human skin in vivo," *Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, IEEE Transactions on*, vol. 49, no. 7, pp. 871–882, 2002.
- [11] C. P. Robert and G. Casella, *Monte Carlo Statistical Methods*. New York : Springer-Verlag, 1999.
- [12] Z. Sun and C. Han, "Heavy-tailed rayleigh distribution : A new tool for the modeling of sar amplitude images," in *Geoscience and Remote Sensing Symposium, 2008. IGARSS 2008. IEEE International*, vol. 4, July 2008, pp. IV–1253–IV–1256.