

Approche adaptative basée Voronoï pour le remaillage semi-régulier

Aymen KAMMOUN¹, Frédéric PAYAN¹, Marc ANTONINI¹

¹Laboratoire d'Informatique, Signaux et Systèmes de Sophia-Antipolis
I3S - UMR6070 - UNS CNRS

2000, route des Lucioles - Les Algorithmes - bât. Euclide B - BP 121 - 06903 Sophia Antipolis Cedex - France

kammoun@i3s.unice.fr, fpayan@i3s.unice.fr, am@i3s.unice.fr

Résumé – Nous proposons dans ce papier un algorithme adaptatif pour le remaillage semi-régulier de surfaces 3D. Notre algorithme utilise le diagramme de Voronoï durant les deux phases de simplification et de raffinement. Au cours de la simplification, l'algorithme construit un premier diagramme de Voronoï sur les sommets du maillage irrégulier. Les sites des régions de Voronoï sont les sommets du maillage de base du maillage semi-régulier. Au cours de l'étape de raffinement, les nouveaux sommets sont ajoutés par subdivision régulière à chaque niveau de résolution et sont considérés comme de nouveaux sites de Voronoï. Nous utilisons ensuite la relaxation de Lloyd pour mettre à jour leurs positions pour enfin obtenir un maillage semi-régulier uniforme. Notre algorithme permet également un remaillage adaptatif à l'aide d'un seuil basé sur la masse des sites ajoutés par subdivision. Les résultats expérimentaux montrent que notre technique produit des maillages semi-réguliers de haute qualité, avec beaucoup moins de triangles lorsqu'on se compare à plusieurs remaillages de l'état de l'art.

Abstract – We propose an adaptive semi-regular remeshing algorithm for surface meshes. Our algorithm uses Voronoi tessellations during both simplification and refinement stages. During simplification, the algorithm constructs a first centroidal Voronoi tessellation of the vertices of the input mesh. The sites of the Voronoi cells are the vertices of the base mesh of the semi-regular output. During refinement, the new vertices added at each resolution level by regular subdivision are considered as new Voronoi sites. We then use the Lloyd relaxation algorithm to update their position, and finally we obtain uniform semi-regular meshes. Our algorithm also enables adaptive remeshing by tuning a threshold based on the mass probability of the Voronoi sites added by subdivision. Experimentation shows that our technique produces semi-regular meshes of high quality, with significantly less triangles than state of the art techniques.

1 Introduction

Les maillages denses créés par les scanners 3D ou les logiciels de modélisation 3D ont souvent un échantillonnage irrégulier. En raison de leur irrégularité et de la taille, ces maillages sont difficiles à manipuler dans des tâches courantes comme le stockage, l'affichage ou la transmission. Il est maintenant établi que les structures multi-résolutions sont bien adaptées pour traiter ces problèmes. Plusieurs approches existent. La première approche est de simplifier progressivement le maillage d'entrée pour obtenir plusieurs niveaux de détail [1]. La deuxième approche est d'étendre l'analyse multi-résolution aux maillages surfaciques, en utilisant soit des "ondelettes irrégulières" [2] directement sur le maillage d'entrée, ou des ondelettes basées sur la connectivité de subdivision [3, 4, 5] sur des maillages semi-réguliers *remaillés*.

1.1 Maillages semi-réguliers

Un maillage semi-régulier M_{sr} est basé sur une hiérarchie de maillages M_{sr}^l ($l \in \{0, 1, \dots, L\}$) qui représente une surface à différents niveaux de résolution. M_{sr}^0 correspond à la plus basse résolution, et est appelé le *maillage de base*. M_{sr}^l est une version subdivisée de M_{sr}^{l-1} , et correspond au l ème niveau de résolution. M_{sr}^L correspond à la plus haute résolution (Fig. 1).

Nous appelons *remaillage semi-régulier* le processus qui transforme un maillage irrégulier M_{ir} en un maillage semi-régulier M_{sr} . Ce processus consiste généralement à :

- simplifier le maillage irrégulier M_{ir} afin d'obtenir le maillage de base M_{sr}^0 . Cette étape s'appelle la *simplification*.
- raffiner M_{sr}^0 itérativement afin d'obtenir les résolutions intermédiaires, $M_{sr}^1, M_{sr}^2, \dots, M_{sr}^L$. Cette étape qu'on appelle *raffinement* est basée sur un schéma de subdivision. Ceci consiste à subdiviser chaque triangle en quatre en ajoutant des nouveaux sommets sur chaque arête, et après en mettant à jour leurs positions pour se rapprocher le plus possible de la surface originale (Fig. 1).

Les maillages semi-réguliers ont plusieurs avantages, par exemple :

- les surfaces peuvent être affichées, d'une manière implicite, à différents niveaux de résolution, s'adaptant ainsi à la résolution de l'écran ou de la position de la caméra.
- les surfaces sont compressées plus efficacement. Actuellement, il est établi que les codeurs prenant en entrée des maillages semi-réguliers et basés sur les ondelettes sont les plus efficaces [5, 6, 7].

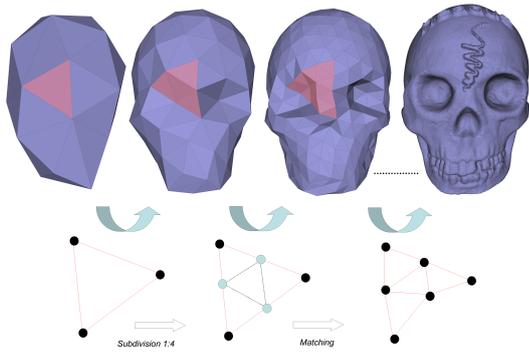


FIGURE 1 – Structure d’un maillage semi-régulier. En haut, de gauche à droite on a le maillage de base, le premier, le deuxième et le dernier niveau de résolution de SKULL. En bas, la procédure de subdivision qui produit les différents niveaux de résolution.

1.2 Etat de l’art sur le remaillage semi-régulier

Nous citons d’abord les travaux de Eck *et al.* [8] qui consistent à construire une paramétrisation basée sur un diagramme de Voronoï et des cartes harmoniques. En 1998, Lee *et al.* [9] ont proposé une technique de remaillage basée sur une décimation de sommets et une paramétrisation basée sur des cartes conformes. En 2000, Guskov *et al.* [10] ont introduit un algorithme de remaillage produisant des maillages semi-réguliers tel que chaque niveau de résolution l est un déplacement normal de la résolution $l - 1$. Ce dernier algorithme donne de bons résultats en compression [11] mais il opère seulement sur les surfaces fermées. En 2002, Kyu-Yeul *et al.* [12] l’ont amélioré afin de pouvoir remailler les surfaces ouvertes. En 2007, Guskov [13] a présenté une autre technique de remaillage semi-régulier basée sur une paramétrisation globalement lisse par rapport à une structure différentielle construite sur le maillage de base. Cette méthode exploite le diagramme de Voronoï pour la construction du maillage de base.

1.3 Approche proposée et contribution

Nous proposons un algorithme original pour le remaillage semi-régulier basé sur le diagramme de Voronoï. Le diagramme de Voronoï est très utilisé dans la littérature [14]. Par exemple, Valette *et al.* ont développé une technique de ré-échantillonnage pour les maillages surfaciques basée sur la construction d’un diagramme de Voronoï [15]. Alliez *et al.* ont proposé aussi une technique variationnelle pour la reconstruction de surfaces basée sur le diagramme de Voronoï [16].

L’originalité de notre méthode réside dans le fait que nous utilisons le diagramme de Voronoï non seulement durant l’étape de simplification mais aussi durant l’étape de raffinement. Nous proposons aussi un critère basé sur la densité des sommets du maillage d’entrée, qui permet de raffiner seulement les triangles se trouvant dans les régions détaillées. Ce qui permettra d’obtenir des maillages semi-réguliers adaptatifs.

Le reste du papier est organisé de la manière suivante. La section 2 présente les deux étapes de notre algorithme : simplification et raffinement. La section 3 présente quelques résultats expérimentaux. Finalement nous concluons dans la section 4.

2 Algorithme proposé

2.1 Simplification

Cette étape produit le maillage de base M_{sr}^0 à partir du maillage irrégulier M_{ir} . Notons s_k^l le k ème site de Voronoï à une résolution l . Le but est de créer un diagramme de Voronoï avec quelques sites s_k^0 . Ces sites correspondent aux sommets de M_{sr}^0 . Une fois les sites obtenus, tous les autres sommets de M_{ir} seront décimés pour obtenir M_{sr}^0 .

Nous avons choisi d’utiliser l’algorithme Linde-Buzo-Gray (LBG) [17] pour déterminer ces sites. L’algorithme LBG consiste à créer un diagramme de Voronoï initial composée par une seule région, puis itérer le processus suivant jusqu’à l’obtention du nombre de sites souhaité :

- diviser le site s_k^0 de chaque région R_k^0 en deux sites (le nombre de régions est ainsi multiplié par deux) ;
- utiliser la relaxation de Lloyd jusqu’à convergence pour mettre à jour le diagramme.

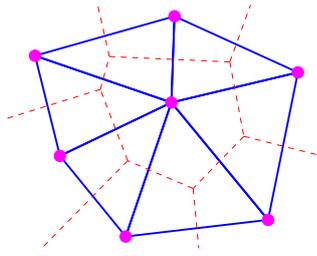
Une fois les sites sélectionnés, les sommets de M_{ir} restants (qui ne sont pas des sites de Voronoï) sont supprimés. Durant ce processus la paramétrisation proposée dans [9] est aussi calculée. Cette paramétrisation sera utilisée durant l’étape de raffinement.

2.2 Raffinement

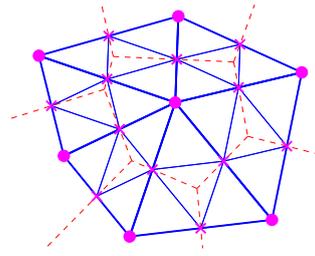
L’objectif de cette étape est de produire un maillage semi-régulier M_{sr} à partir du maillage grossier M_{sr}^0 . Le raffinement se fait de manière itérative. Pour une itération donnée, la procédure pour obtenir le maillage M_{sr}^l à partir de M_{sr}^{l-1} est la suivante (voir figure 2) :

- M_{sr}^{l-1} est subdivisé en associant un sommet à chacune de ses arêtes (voir figure 2(b)) ;
- chaque nouveau sommet est considéré comme un nouveau site de Voronoï s_k^l . Sa position est initialisée par le sommet le plus proche $v_i \in M_{ir}$, en utilisant la paramétrisation calculée lors de la simplification ;
- la relaxation Lloyd est finalement appliquée sur l’ensemble des sites $\{m_k^l; m = \{0, 1, \dots, l\}\}$, pour obtenir le maillage semi-régulier M_{sr}^l (voir figure 2(c)).

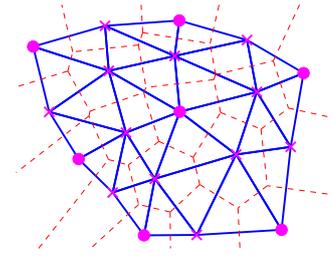
La limitation de cet algorithme est que subdiviser uniformément tous les triangles n’est pas toujours pertinent. En effet, il est inutile de subdiviser les triangles qui sont dans des régions plates, contrairement aux triangles qui sont dans des régions très détaillées. En effet, la résolution de chaque triangle doit être adaptée aux caractéristiques géométriques locales de la surface d’entrée. Par conséquent, nous proposons de rendre cet algorithme adaptatif. Ainsi, nous définissons d’abord, à chaque niveau de résolution l , une fonction de masse f associée à chaque



(a) En bleu : un ensemble de triangles à une résolution $(l - 1)$. En rouge : le diagramme de Voronoï.



(b) Les triangles sont subdivisés ; chaque nouveau sommet (représenté par '+'), est un nouveau site de Voronoï.



(c) Chaque nouveau site de Voronoï est initialisé par le sommet le plus proche $v_i \in M_{lr}$, et le diagramme de Voronoï est mis à jour avec la relaxation de Lloyd.

FIGURE 2 – Principe d'une itération de notre étape de raffinement.

site l_k^s tel que :

$$f(s_k^l) = |R_k^l|, \quad (1)$$

où $|R_k^l|$ est le nombre de sommets de M_{lr} associés à R_k^l , la k ème région de Voronoï à la résolution l . Ensuite, nous associons pour chaque triangle t^l de M_{sr}^l composé par trois sites de Voronoï $s_{k_1}^l$, $s_{k_2}^l$ et $s_{k_3}^l$, une fonction de masse g définie par :

$$g(t^l) = \min_{q \in \{k_1, k_2, k_3\}} (f(s_q^l)). \quad (2)$$

Une fois les masses calculées, uniquement les triangles avec une masse supérieure à un seuil donné par l'utilisateur ϵ seront subdivisés. Cette procédure permet de subdiviser seulement les régions détaillées ; ces régions contenant généralement plus de sommets que les régions plates.

3 Résultats expérimentaux

Afin d'observer l'impact du seuil ϵ utilisé au cours de l'étape de raffinement, nous avons remaillé VENUS avec différentes valeurs de ϵ et la figure 3 montre l'évolution de l'erreur de remaillage. Nous avons utilisé la distance surface-surface basée sur la distance de Hausdorff pour le calcul de ces erreurs de remaillage [18]. Nous observons que l'erreur de remaillage diminue plus rapidement lors de l'utilisation d'un seuil élevé. Cette observation confirme l'intérêt de notre seuillage lors de l'étape de raffinement puisque l'erreur de remaillage diminue plus fortement lorsqu'on subdivise les régions les plus détaillées.

Nous avons aussi comparé nos résultats avec les remaillieurs de [9, 10, 13]. Les figures reffig :venus-Voronoi, 4 et 5 montrent l'évolution de l'erreur de remaillage pour VENUS, SKULL et RABBIT. Nous observons que pour la même erreur de remaillage, notre approche réduit fortement le nombre de triangles nécessaire pour la construction du maillage semi-régulier (par rapport à [9, 10, 13]).

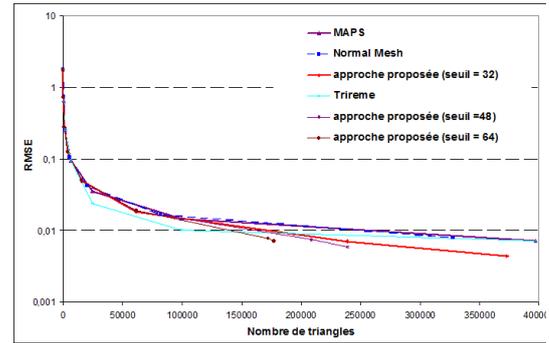


FIGURE 3 – Évolution de l'erreur de remaillage (échelle logarithmique) pour VENUS durant l'étape de raffinement.

4 Conclusion

Dans ce papier, nous avons proposé une méthode originale pour le remaillage semi-régulier. Un diagramme de base (composé par un nombre réduit de sites) est initialement construit sur le maillage original. Les sites de ce diagramme sont les sommets du maillage de base. Des sites de Voronoï sont alors ajoutés d'une manière adaptative afin de raffiner le diagramme de base et par suite obtenir un maillage semi-régulier multi-résolution.

En se comparant avec des remaillieurs de l'état de l'art, nous observons que :

- à basse résolution, quand la subdivision est effectuée d'une manière uniforme, notre méthode obtient la plus petite erreur de remaillage (à basse résolution, tout les triangles ont une grande probabilité). Ceci prouve l'intérêt d'utiliser une approche basée Voronoï ;
- à haute résolution, quand la subdivision est effectuée d'une manière adaptative, nous obtenons de très faible erreurs de remaillage tout en réduisant le nombre de triangles. Ceci prouve l'intérêt d'utiliser une approche adaptative.

Nos perspectives pour le futur sont :

- l'étude de notre algorithme sur des maillages plus denses et plus complexes ;

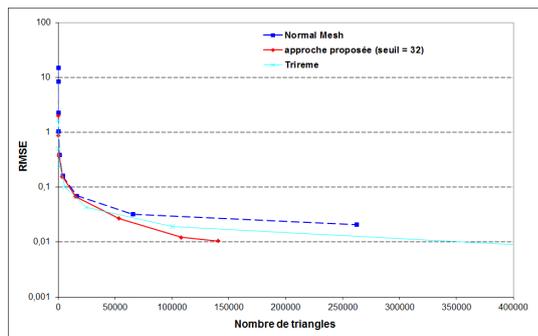


FIGURE 4 – Évolution de l’erreur de remaillage (échelle logarithmique) pour SKULL durant l’étape de raffinement.

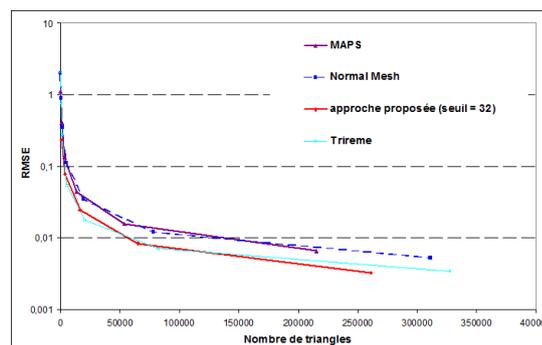


FIGURE 5 – Évolution de l’erreur de remaillage (échelle logarithmique) pour RABBIT durant l’étape de raffinement.

- l’adaptation de notre méthode pour des nuages de points, pour produire des maillages semi-réguliers directement à partir de la sortie de scanners 3D.

Références

- [1] H. Hoppe, “Progressive meshes,” in *SIGGRAPH ’96 : Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. New York, NY, USA : ACM, 1996, pp. 99–108.
- [2] S. Valette and R. Prost, “Wavelet based multiresolution analysis of irregular surface meshes,” *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 10, no. 2, march/april 2004.
- [3] A. Certain, J. Popovic, T. DeRose, T. Duchamp, D. Salesin, and W. Stuetzle, “Interactive multiresolution surface viewing,” in *SIGGRAPH ’96 : Proceedings of the 23rd annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. New York, NY, USA : ACM, 1996, pp. 91–98.
- [4] M. Lounsbery, T. DeRose, and J. Warren, “Multiresolution analysis for surfaces of arbitrary topological type,” *ACM Trans. Graph.*, vol. 16, no. 1, pp. 34–73, 1997.
- [5] A. Khodakovsky, P. Schröder, and W. Sweldens, “Progressive geometry compression,” in *SIGGRAPH ’00 : Proceedings of the 27th annual conference on Computer graphics and interactive techniques*. New York, NY, USA : ACM Press/Addison-Wesley Publishing Co., 2000, pp. 271–278.
- [6] A. Khodakovsky and I. Guskov, “Compression of normal meshes,” in *Geometric Modeling for Scientific Visualization*. Springer-Verlag, 2003, pp. 189–206.
- [7] F. Payan and M. Antonini, “An efficient bit allocation for compressing normal meshes with an error-driven quantization,” *Computer Aided Geometry Design*, vol. 22, no. 5, pp. 466–486, 2005.
- [8] M. Eck, T. DeRose, T. Duchamp, H. Hoppe, M. Lounsbery, and W. Stuetzle, “Multiresolution analysis of arbitrary meshes,” 1995.
- [9] A. W. F. Lee, W. Sweldens, P. Schröder, L. Cowsar, and D. Dobkin, “MAPS : Multiresolution adaptive parameterization of surfaces,” in *Proceedings of SIGGRAPH 98*, Jul. 1998, pp. 95–104.
- [10] I. Guskov, K. Vidimce, W. Sweldens, and P. Schröder, “Normal meshes,” in *SIGGRAPH 2000*, 2000.
- [11] A. Khodakovsky and I. Guskov, “Compression of normal meshes,” in *Geometric Modeling for Scientific Visualization*, Springer-Verlag, Ed., 2003.
- [12] L. Kyu-Yeul, K. Seong-Chan, and K. Tae-Wan, “Normal meshes for multiresolution analysis of irregular meshes with boundaries,” *JSME international journal Series C, Mechanical systems, machine elements and manufacturing*, 2002.
- [13] I. Guskov, “Manifold-based approach to semi-regular remeshing,” *Graph. Models*, vol. 69, no. 1, pp. 1–18, 2007.
- [14] A. Franz, “Voronoi diagrams—a survey of a fundamental geometric data structure,” *ACM Comput. Surv.*, vol. 23, no. 3, pp. 345–405, 1991.
- [15] S. Valette, J. M. Chassery, and R. Prost, “Generic remeshing of 3d triangular meshes with metric-dependent discrete voronoi diagrams,” *IEEE Transactions on Visualization and Computer Graphics*, vol. 14, no. 2, pp. 369–381, 2008.
- [16] P. Alliez, D. Cohen-Steiner, Y. Tong, and M. Desbrun, “Voronoi-based variational reconstruction of unoriented point sets,” in *SGP ’07 : Proceedings of the fifth Eurographics symposium on Geometry processing*. Aire-la-Ville, Switzerland, Switzerland : Eurographics Association, 2007, pp. 39–48.
- [17] Y. Linde, A. Buzo, and R. Gray, “An algorithm for vector quantizer design,” *IEEE Transactions on Communications*, vol. 28, pp. 84–94, 1980.
- [18] N. Aspert, D. Santa-Cruz, and T. Ebrahimi, “Mesh : Measuring errors between surfaces using the hausdorff distance,” in *IEEE International Conference in Multimedia and Expo (ICME)*, 2002.