

Assimilation de température de surface par filtre de Kalman de transformation d'ensemble pondéré

Sébastien BEYOU, Anne CUZOL, Sai GORTHI, Étienne MÉMIN

INRIA Rennes – Bretagne Atlantique
Campus universitaire de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex, France
sebastien.beyou@inria.fr
sai.gorthi@inria.fr
etienne.memin@inria.fr

Résumé – L’objectif de ce travail est d’assimiler des champs de vitesse de la surface de l’océan à partir de séquences d’images satellitaires. Nous présentons une méthode, le Weighted Ensemble Transform Kalman Filter, issue de l’utilisation d’un Ensemble Transform Kalman Filter et d’un filtre particulière pour résoudre ce problème. Nous utilisons également directement les séquences d’images sans recours à une estimation de mouvement. Des résultats issus de l’analyse d’une séquence de température de surface de l’océan sont présentés.

Abstract – The aim of this work focuses on the assimilation of velocity fields of the ocean surface from a sequence of satellite images. We introduce a method, referred as the Weighted Ensemble Transform Kalman Filter, and which consists in the embedding of an Ensemble Transform Kalman Filter in a particle filter. We also directly use the image sequences without intermediate motion field estimation. Results related to the analysis of Sea-Surface Temperature are presented.

1 Introduction

L’analyse des écoulements fluides géophysiques est d’une grande importance dans des domaines tels que l’océanographie, l’hydrologie ou la météorologie pour des applications de prévision, d’étude du changement climatique ou pour la surveillance des risques naturels. Dans tous ces domaines, les satellites orbitaux ou géostationnaires fournissent une importante quantité de données image avec des résolutions spatiale et temporelle de plus en plus importantes. Depuis plusieurs années, on assiste à un intérêt grandissant pour extraire de ces images une séquence de champ de vitesses caractérisant l’évolution du fluide observé. Comparé aux mesures *in situ* fournies par des sondes dédiées ou des bouées dérivantes, les images satellitaires fournissent un champ d’observation spatialement beaucoup plus dense. Elles n’offrent cependant qu’un accès indirect aux quantités physiques d’intérêt, ce qui conduit à des problèmes inverses difficiles lorsqu’il s’agit d’estimer les quantités caractéristiques de l’écoulement telles que le champ de vitesses, les cartes de vorticité, ou encore la température de surface de l’océan (SST, Sea-Surface Temperature) ou la hauteur significative de la surface (SSH, Sea-Surface Height) pour l’océanographie.

L’estimation du mouvement s’appuie sur une hypothèse de conservation temporelle de la luminance qui, exprimée localement sur un voisinage spatial, mène à des méthodes d’estimation locales telles que les techniques basées sur la corrélation [6] utilisées en mécanique des fluides expérimentale ou

en météorologie, par exemple pour des mesures de champs de vents atmosphériques. D’autres types de techniques, imposant un lissage global de la fonctionnelle, ont aussi été proposées pour une estimation efficace du champ de vitesses de l’écoulement [6]. Ces méthodes diffèrent principalement par la régularité sur la solution : une pénalisation du premier ordre, une régularisation div-curl ou des principes d’auto-similarité en loi de puissance [6]. Bien que ces approches fournissent des estimées denses et relativement précises en espace, elles peuvent avoir un défaut de consistance en temps puisqu’elles n’utilisent que deux images consécutives pour extraire les champs de vitesses instantanées et ne sont pas solution d’une quelconque loi d’évolution dynamique.

La consistance dynamique des mesures de vitesse peut être imposée en intégrant ce problème d’estimation dans un processus d’assimilation reposant sur lesdites images. Récemment, dans [5], l’assimilation variationnelle d’informations image a été considérée pour l’estimation de champ de vitesses atmosphériques. D’un autre côté, il est également connu que les filtres stochastiques d’assimilation de données permettent également d’imposer une telle consistance temporelle. Récemment une procédure d’assimilation de données intégrant un filtre de Kalman d’ensemble (EnKF) [1] dans un filtre particulière, appelée filtre de Kalman d’ensemble pondéré (WEnKF), a été proposée [4] et appliquée pour le filtrage de scénarios bruités de cartes de vorticité.

2 Approche proposée

Nous proposons une extension du filtre de Kalman de transformation d'ensemble (ETKF, Ensemble Transform Kalman Filter) avec l'intégration d'un filtre particulaire (PF, Particle Filter). Le filtre résultat est appelé filtre de Kalman de transformation d'ensemble pondéré (Weighted Ensemble Transform Kalman Filter, WETKF).

Le filtre de Kalman de transformation d'ensemble [2] est une implémentation stochastique du filtre de Kalman, à l'instar du filtre de Kalman d'ensemble (EnKF), mais qui, à la différence de ce dernier, n'utilise pas d'échantillon aléatoire d'observations bruitées et s'appuie sur une étape d'analyse analytique. Ce filtre requiert en revanche de connaître l'inverse de la matrice de covariance d'observation. L'ETKF, comme le filtre de Kalman, repose à la fois sur un modèle dynamique décrivant la loi d'évolution, et sur un modèle de mesure qui relie les variables d'état (la vorticité dans notre cas) aux observations. Dans l'approche proposée, nous employons une version stochastique de la formulation vorticité-vitesse des équations de Navier-Stokes comme modèle dynamique, et utilisons directement l'erreur de reconstruction (non-linéaire) des images recalées de SST comme modèle d'observation.

Les filtres particuliers permettent de résoudre un modèle de Markov caché – comme le filtre de Kalman – mais ont l'avantage de pouvoir représenter en toute généralité la non-linéarité et la non-gaussianité des équations de mesure ou de la dynamique. À l'instar des filtres de Kalman d'ensemble, les filtres particuliers représentent l'état par un ensemble de particules mais requièrent en plus une fonction annexe (fonction d'importance) souvent identifiée à la loi du modèle dynamique. Ensuite, les filtres particuliers pondèrent les particules en prenant en compte la vraisemblance des observations et rééchantillonnent l'ensemble selon les poids attribués. Nous utilisons ici l'étape de l'ETKF comme fonction d'importance.

Pour l'application à l'assimilation de champs de vitesse océaniques, nous utilisons un modèle d'observation non-linéaire qui repose sur les observations données par les images de température de surface d'océan, ce qui nous permet d'extraire directement le champ de vitesses de l'écoulement à partir d'une séquence image de SST (sans passer par un estimateur de mouvement par exemple). Tant pour l'ETKF que pour le filtre particulaire, nous utilisons un modèle d'incertitude qui permet de gérer les régions de données manquantes, tandis que des conditions au bord sont imposées sur les côtes.

2.1 Processus d'assimilation

Le processus d'assimilation proposé suit le schéma d'assimilation stochastique classique : la distribution de l'état est représentée par un ensemble de particules, qui sont modifiées d'abord par une étape de prédiction et ensuite corrigées en prenant en compte les observations. Dans notre cas, la variable d'état x_k est la vorticité discrétisée sur une grille et l'observation y_k est l'image.

2.1.1 Initialisation

À l'instant $k = 0$, les N particules $\{x_0^{a,(i)}, i = 1, \dots, N\}$ sont initialisées avec des estimations perturbées de la vorticité, obtenues au moyen d'une estimation de mouvement entre les images I_0 et I_1 . Le flot optique que nous utilisons est une implémentation stochastique de la méthode de Lucas–Kanade [7], qui donne une estimation de la vitesse ainsi qu'une incertitude sur l'estimation fournie.

Ensuite, aux instants $k = 1$ à K , nous réalisons les étapes suivantes pour l'assimilation par WETKF de l'état \hat{x}_k en utilisant les images correspondantes de SST I_k et I_{k+1} .

2.1.2 Prédiction

En supposant l'écoulement comme étant quasi-2D et pour lequel la composante analytique de transport a été retirée des données, nous modélisons l'évolution de l'état (vorticité) à travers une formulation vorticité-vitesse des équations de Navier-Stokes, avec un terme de forçage stochastique représentant les incertitudes du modèle ainsi que les forces inconnues. Les N particules $\{x_{k-1}^{a,(i)}, i = 1, \dots, N\}$ de l'analyse précédente sont propagées par la dynamique de la vorticité ($d\xi = -\nabla\xi \cdot vdt + \nu\Delta\xi dt + \eta_k dB_t$), afin d'obtenir les particules de l'ensemble de prévision au temps discret k : $x_k^{f,(i)} = \sum_{t=k-1}^{k-\delta t} (M(x_t^{f,(i)}) + \sigma_{t+\delta t}^{(i)} dB_t)$ avec $x_{k-1}^{f,(i)} = x_{k-1}^{a,(i)}$. Ici l'opérateur $M(x_t^{f,(i)})$ correspond au schéma discret de l'opérateur dynamique et le terme de forçage aléatoire est un champ gaussien corrélé en espace mais non corrélé en temps [1].

2.1.3 Analyse par ETKF

Cette étape modifie l'ensemble avec une correction de Kalman en utilisant les observations disponibles. L'ETKF repose sur le formalisme général des Ensemble Square Root Filters (EnSRF) [2], il est adapté aux espaces d'état de grande dimension représentés par un faible nombre d'échantillons. Les équations suivantes décrivent les équations de ce filtre. Nous notons μ_f la moyenne de l'ensemble de prédiction, x_k^f l'ensemble de prévision ramené à une moyenne nulle, R la matrice de covariance d'observation, y_k l'observation à l'instant k , H l'opérateur d'observation (non-linéaire) et 1_N un vecteur de taille N ne contenant que des 1.

$$D = (I + H(x_k^f)^T R^{-1} H(x_k^f))^{-1} \quad (1)$$

$$A = U\Lambda^{1/2}U^T, \text{ où } U\Lambda V^T \text{ est la SVD de } D \quad (2)$$

$$\mu_a = \mu_f + x_k^f D H(x_k^f) R^{-1} (y_k - H(\mu_f)) \quad (3)$$

$$x_k^a = \mu_a 1_N^T + x_k^f A \quad (4)$$

Pour l'application de la récursion du filtre de Kalman, l'obstacle majeur dans les applications géophysiques est l'inversion de la matrice de covariance de dimension $m \times m$ ($H(x_k^f) H^T(x_k^f) +$

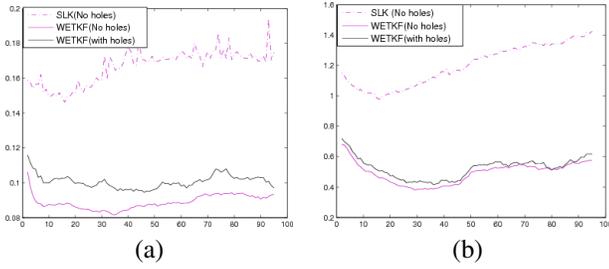


FIGURE 1 – Comparaison de l’EQM sur les images synthétiques avec et sans données manquantes, avec l’estimation stochastique de Lucas-Kanade (SLK) : (a) EQM en vorticité avec et sans données manquantes (b) EQM en vitesse avec et sans données manquantes

$R)^{-1}$ dans le calcul du gain de Kalman, où m , le nombre d’observations, est généralement très grand. Un moyen efficace de calculer cette inversion est d’utiliser la formule de Sherman–Morison–Woodbury. Quand l’inverse de la matrice de covariance de l’erreur de mesure R est connu (comme dans notre cas où on suppose cette matrice diagonale), cette stratégie requiert seulement une inversion de la taille du carré du nombre de particules ($N \times N$), ce qui est beaucoup plus petit que la matrice à inverser dans les EnSRF de taille $m \times m$, car $N \ll m$.

Cette analyse fournit au final un échantillonnage de la loi de proposition – cette étape correspond à l’étape d’analyse dans la terminologie des filtres d’ensemble, mais correspond dans notre cas à l’échantillonnage de la densité de proposition associée à notre filtre particulaire [4].

Modèle d’observation

Puisque nous considérons des écoulements quasi-2D incompressibles, le modèle d’observation que nous utilisons est dérivé de l’hypothèse de conservation de la luminance : $I(x, k) = I(x + \mathbf{d}(x), k + 1) + \gamma \epsilon_k(x)$, où $\mathbf{d}(x) = \int_{k-1}^{k-\delta t} \mathbf{v} dt$, intégré jusqu’au temps (discret) k . La matrice de diffusion γ est diagonale et correspond à un lissage gaussien de l’erreur. Ses composantes sont données par $\gamma(x, x) = g_\sigma \star |I(x, k) - I(x + \mathbf{d}(x), k + 1)|$, et $\epsilon_k(x)$ est un bruit blanc gaussien. L’analyse ETKF est réalisée avec ce modèle d’observation : l’innovation est la différence entre l’image du temps $k + 1$ recalée avec le champ de vitesse correspondant à la vorticité x et l’image au temps k .

2.1.4 Pondération du filtre particulaire et rééchantillonnage

Après l’étape d’échantillonnage de la fonction de proposition, les particules sont pondérées selon une vraisemblance reposant sur la différence quadratique moyenne des images déplacées et sont rééchantillonnées selon un échantillonnage d’importance du filtre particulaire [4]. Cette étape a pour but de corriger la déficience des filtres d’ensemble qui ne convergent pas vers la distribution de filtrage cible [3]. Finalement, la moyenne empirique des particules de l’ensemble d’analyse $x_k^{a,(i)}$, pondé-

rés selon leur poids ω_i , définissent l’estimée de la vorticité au temps k : $\hat{x}_k = \sum_i \omega_i x_k^{a,(i)}$. Le champ de vitesses correspondant $\hat{\mathbf{v}}_k$ est déduit à l’aide du noyau de Biot-Savart.

2.2 Incertitude sur l’observation pour les données manquantes

Certaines régions des images de SST, plus ou moins vastes, sont occultées par la couverture nuageuse, entre autres raisons. De fortes incertitudes sont alors imposées explicitement aux points des régions occultées, afin d’indiquer aux étapes d’analyse l’absence de mesure dans ces zones. La variance de ces incertitudes est fixée comme étant proportionnelle au nombre de points occultés sur une fenêtre centrée de dimension $(2l + 1) \times (2l + 1)$. L’amplitude de ce facteur d’incertitude est proportionnelle à la plus forte incertitude sur les données SST (en excluant les points occultés). La variance du lissage gaussien dans le modèle d’incertitude est également proportionnelle à cette force, afin de propager les incertitudes au bord des régions occultées.

Sur la côte, un masque est créé avec une vitesse nulle (condition de Dirichlet). Lors des étapes de prédiction et d’analyse de Kalman, la vitesse est imposée comme étant nulle sur ces régions.

3 Résultats expérimentaux

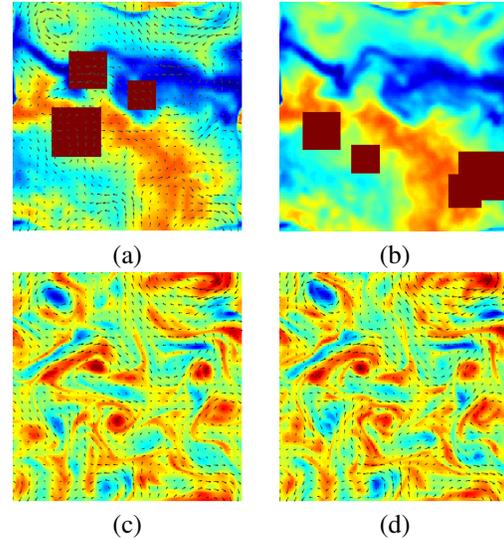


FIGURE 2 – Images synthétiques avec des données manquantes : (a) première image avec le champ estimé (b) image suivante ; vorticité et champs estimés par WETKF (c) sans données manquantes (d) avec données manquantes

Tout d’abord, pour tester la validité de la méthode ainsi que le point particulier des données manquantes, nous avons créé des images synthétiques (figure 2) par simulation arrière d’un flot turbulent 2D dont la dernière image est l’une des images

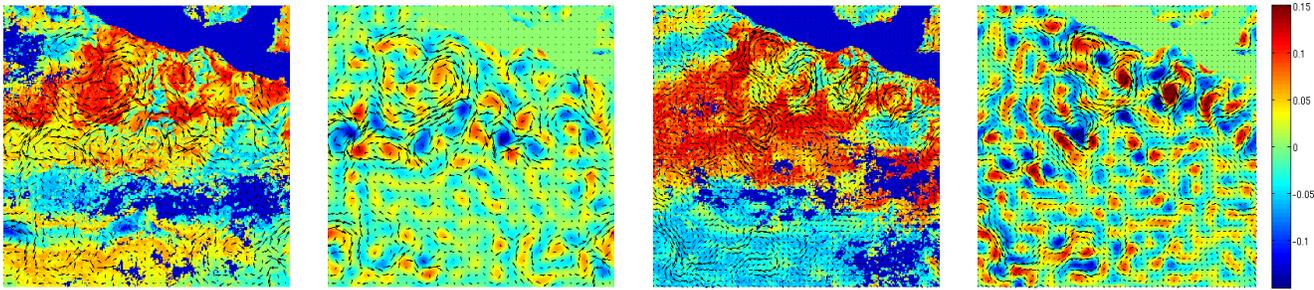


FIGURE 3 – Images océaniques de SST avec des côtes et des données manquantes dues à la couverture nuageuse : le champ de vitesses et les cartes de vorticité associées sont estimées par l’assimilation des images avec le WETKF ; ces images sont les 9^e et 38^e de la séquence courant de janvier   février 2008.

de la séquence océanique que nous présentons ci-après. Sur cette séquence d’images 200×200 pixels, nous avons testé tout d’abord la méthode sans données manquantes, puis en introduisant 4 rectangles de dimension 25, 29, 33 et 43 pixels au carré qui masquent les données de température. Ces zones de données manquantes sont animées d’un mouvement aléatoire d’une image à l’autre (avec une cadence plus lente que la cadence de la séquence afin qu’il y ait une réminiscence de ces zones sur plusieurs images consécutives). Quelques illustrations sont présentées sur la figure 2 et les résultats d’EQM sont présentés sur la figure 1. Ces simulations ont été effectuées avec 400 particules. On peut constater que, bien que la présence de données manquantes augmente naturellement l’EQM, cette augmentation reste acceptable. Dans nos expériences, nous avons constaté que sur cette séquence, que l’EQM restait relativement bonne pour des masques d’occultation immobiles sur un intervalle de 5 images.

Nous présentons ensuite les résultats obtenus sur des données réelles de SST centrées sur l’ouest de l’isthme de Panama et correspond à une période d’observation de El Ni o. La zone géographique choisie (figure 3) comprend des régions côtières et des zones de données manquantes. La séquence d’images (256×256 pixels \times 60) a une résolution spatiale d’environ 10 km/pixel (0,1 degré) et un interval temporel de 24 heures. La figure 3 montre le résultat que nous avons obtenu avec un ensemble de 200 particules en terme de champ de vitesses et leurs cartes de vorticité associées sur deux images typiques de la séquence. Ces résultats correspondent bien aux structures observées sur le champ de SST et montre bien une intensification de la turbulence avec l’augmentation du courant océanique. On peut noter que les données manquantes ne semblent pas introduire d’erreurs importantes dans les estimées.

4 Conclusion

Nous avons présenté un filtre qui définit la fonction de proposition d’un filtre particulaire au moyen d’un filtre de Kalman d’ensemble. Ce filtre a l’avantage de relacher les hypothèses de gaussianité des filtres de Kalman d’ensemble et permet une implémentation efficace d’un filtrage en grande dimension. Le modèle d’observation utilisé, bien que non-linéaire, donne de

bons résultats. La méthode a été testée sur des images océaniques réelles comportant des zones de données manquantes (couverture nuageuse ou aérosols du Sahara par exemple), en utilisant la température de surface comme traceur des courants.

Remerciements

Les auteurs remercient pour leur support le projet ”Scientific Image and Video Data Mining” du laboratoire commun INRIA-Microsoft et le projet PREVASSEMBLE de l’Agence Nationale de la Recherche (ANR-08-COSI-012).

Références

- [1] Geir Evensen, The Ensemble Kalman filter: theoretical formulation and practical implementation. *Ocean Dynamics*, vol. 53, pp. 343-367, 2003.
- [2] Michael K. Tippett, Jeffrey L. Anderson, Craig H. Bishop, Thomas M. Hamill et Jeffrey S. Whitaker. Ensemble square root filters. *Monthly Weather Review*, vol. 131, pp. 1485-1490, 2003.
- [3] François Le Gland, Val rie Monbet et Vu-Duc Tran. Large Sample Asymptotics for the Ensemble Kalman Filter. *INRIA Research Report*, n. 7014, 2009.
- [4] Nicolas Papadakis, Étienne M min, Anne Cuzol et Nicolas Gengembre. Data assimilation with the Weighted Ensemble Kalman Filter. *Tellus A*, vol. 62(5), pp. 673-697, 2010.
- [5] Thomas Corpetti, Patrick H as, Étienne M min et Nicolas Papadakis. Pressure image assimilation for atmospheric motion estimation. *Tellus A*, vol. 61(1), pp. 160-178, 2009.
- [6] Dominique Heitz, Étienne M min et Christophe Schnorr. Variational fluid flow measurements from image sequences: synopsis and perspectives. *Exp. Fluids.*, vol. 48(3), pp. 369-293, 2010.
- [7] Thomas Corpetti et Étienne M min. Stochastic models for local optical flow estimation. *Conf. on Scale Space and Variational Methods, SSVM’11*, June 2011.