# Estimation séquentielle des paramètres de localisation en champ proche à l'aide de l'approche Zero-Forcing

Mohammed Nabil EL KORSO<sup>1</sup>, Guillaume BOULEUX<sup>2</sup>, Remy BOYER<sup>1</sup>, Sylvie MARCOS<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire des Signaux et Systémes (L2S), Université Paris-Sud XI, CNRS, SUPELEC, 3 rue Joliot Curie, 91190 Gif-Sur-Yvette, France

<sup>2</sup>Laboratoire d'Analyse des Signaux et des Processus Industriels (LASPI), Université Jean Monnet, IUT de Roanne 20 avenue de Paris 42334 Roanne Cedex, France

**Résumé** – Dans cet article, nous nous intéresserons à la localisation de sources en champ proche à l'aide d'un ensemble de capteurs passifs. Pour des scénarios difficiles (forte corrélation entre les sources sous un faible Rapport Signal sur Bruit (RSB), ou pour des sources proches entre elles) l'extention de l'algortihme MUltiple SIgnal Classification (MUSIC) n'est plus fiable. Dans cette contribution, nous avons adapté et étendu l'algorithme séquentiel Zero-Forcing MUSIC (ZF-MUSIC), qui contourne la délicate recherche des maximums locaux propres à l'algorithme MUSIC, au Champ Proche (CP). Afin de le comparer avec l'algorithme Second-Order Statistics Weighted Prediction (SOS-WP), nous avons choisi une antenne linéaire uniforme. Cependant, le ZF-MUSIC CP peut être appliquer à toutes géométries d'antenne. En fin, nos simulations montrent que la variance de l'algorithme proposé est proche de la borne de Cramér-Rao même sous un faible RSB.

**Abstract** – In this paper, we consider the range and bearing estimation of near-field narrow-band sources from noisy data observed across a passive sensor array. For some difficult scenarios as for correlated and largely spaced sources at low Signal to Noise Ratios (SNR), or correlated and closely spaced sources, the Near FieLd (NFL) version of the MUltiple SIgnal Classification (MUSIC) algorithm is no longer reliable. In this paper, we adapt and extend the sequential Zero-Forcing MUSIC (ZF-MUSIC) algorithm, which avoid the delicate search of multiple maxima, to the NFL context. In order to compare the NFL ZF-MUSIC with the Second-Order Statistics Weighted Prediction (SOS-WP) algorithm, we assumed an uniform sampling in the spatial domain. However, the proposed algorithm can be exploited for general geometries. Finally numerical simulations show that the variance of the proposed algorithm is close to the Cramér-Rao bounds in difficult scenarios for sufficient SNR.

## **1** Introduction

La localisation de sources en champ proche à l'aide d'un ensemble de capteurs passifs est un problème délicat et important avec plusieurs applications en perspective : radar, géophysique, radio astronomie et océanographie. Plusieurs algorithmes [1] ont été proposés pour l'estimation de l'azimut dans le champ lointain, où les fronts d'ondes sont considérés comme plans à l'impacte des capteurs. Cependant, dans le cas de sources proches de l'antenne, les fronts d'ondes ne sont plus plans et il faut prendre en compte un modèle d'observation paramétré, non seulement par l'azimut et l'élévation de chaque source, mais aussi par la distance entre les sources et un référentiel visà-vis de l'antenne. Certaines méthodes appliquées au champ loitain peuvent être étendues au champ proche. Parmi toutes ces méthodes existantes [2], nous nous focalisons sur les méthodes dites séquentielles. Nous distinguons deux familles de méthodes séquentielles : (1) celles basées sur la transformée de Fourrier, par exemple l'approche RELAX [3] - cette dernière est basée sur une méthode de relaxation qui minimise la fonction de vraisemblance - et (2) celles dites méthodes à haute résolution, comme l'algorithm MUSIC séquentiel [4]. Ces algorithmes imposent une déflation du sous espace signal et réduisent la dimension de ce dernier par projection du signal observé sur un sous espace bruit associé à l'estimation du précédent azimut. L'approche du zero-forcing, nommée ZF-MUSIC, introduite récemment pour le champ lointain [5], est basée sur un principe différent. C'est une méthode séquentielle à haute résolution qui ne modifie pas le sous espace signal. Ce dernier est un algorithme séquentiel qui sans aucune déflation du sous-espace signal, pondére le critère MUSIC avec une fonction appropriée qui annule les angles électriques précédemment estimés afin de se concentrer sur ceux restant à estimer.Dans cet article<sup>1</sup>, on présentera et on étendra la méthode ZF-MUSIC dans le contexte du champ proche. Les simulations numériques montrent que la variance du ZF-MUSIC CP atteint la Borne de Cramér-Rao (BCR) sous un RSB suffisant et que les performances du ZF-MUSIC CP surpassent celles du MUSIC CP [6] et du Second-Order Statistics Weighted Prediction (SOS-WP) [7].

### 2 Formulation du problème

Considérons une Antenne Linéaire Uniforme<sup>2</sup>(ALU) composée de N capteurs avec un espace inter-capteurs d, qui reçoit M sources à bande étroite se situant dans le champ proche de l'antenne. Le signal reçu au niveau du  $(n + 1)^{ème}$  capteur est

<sup>1.</sup> Ces travaux sont financés par la région Île de France et le groupe de recherche Digiteo

<sup>2.</sup> A noté que le ZF-MUSIC CP fonctionne qu'elle que soit la géométrie de l'antenne, cependant afin de le comparer avec l'algorithme SOS-WP nous avons choisi une antenne ALU.

donné par  $x_n(t) = \sum_{l=1}^M s_l(t)e^{j\tau_{nl}} + v_n(t), \quad n = 0, \dots, N-1$ et  $t = 1, \dots, T$  où T (T > N) est le nombre d'observations et  $s_l(t)$  est le  $l^{\grave{e}me}$  signal source.  $v_n(t)$  est un bruit additif blanc gaussien de fonction de densité de probabilité  $\mathcal{N}(0, \sigma^2)$  où  $\sigma$ est un réel positif et  $\tau_{nl}$  représente le retard temporel associé à la propagation du signal de la  $l^{\grave{e}me}$  source au  $(n+1)^{\grave{e}me}$  capteur. Par conséquent [6]  $\tau_{nl} = \frac{2\pi r_l}{\lambda} \left( \sqrt{1 + \frac{n^2 d^2}{r_l^2} - \frac{2nd \sin \theta_l}{r_l}} - 1 \right),$ où  $\lambda$  est la longueur d'onde et  $r_l$  et  $\theta_l$  représentent, respectivement, la distance et l'azimut de la lème source. Si cette distance appartient à la région dites de Fresnel, c'est à dire si  $0.62(d^3(N-1)^3/\lambda)^{1/2} < r_l < 2d^2(N-1)^2/\lambda$ , alors le temps de propagation  $\tau_{nl}$  peut être approximé par le second ordre de Taylor [7]  $\tau_{nl} = \omega_l n + \phi_l n^2 + O\left(\frac{d^2}{r_l^2}\right)$ , où le terme  $O\left(\frac{d^2}{r_l^2}\right)$ représente les termes d'ordre supérieur ou égal à  $\frac{d^2}{r_i^2}$  et sera négligé, et où,  $\omega_l$  et  $\phi_l$  sont généralement nommés les angles électriques. Ces angles sont donnés par  $\omega_l = -2\pi \frac{d}{\lambda} \sin(\theta_l)$  et  $\phi_l = \pi \frac{d^2}{\lambda r_l} \cos^2(\theta_l)$ . Par conséquent, le modèle d'observation peut s'écrire comme

$$x_n(t) = \sum_{l=1}^M s_l(t) e^{j\left(\omega_l(n-1) + \phi_l(n-1)^2\right)} + v_n(t).$$
(1)

Au lieu d'estimer la distance et l'azimut directement, nous allons estimer les angles électriques et grâce à  $\theta_l = -\arcsin\left(\frac{\omega_l\lambda}{2\pi d}\right)$ , et  $r_l = \frac{\pi d^2}{\lambda \phi_l} \cos^2(\theta_l)$  nous pouvons en déduire la distance et l'azimut si besoin.Par conséquent l'ensemble des signaux reçus  $\mathbf{x}(t)$  peuvent être exprimés par  $\mathbf{x}(t) = \mathbf{A}\mathbf{s}(t) + \mathbf{n}(t)$ , où  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \dots x_N(t)]^T$ ,  $\mathbf{s}(t) = [s_1(t) \dots s_M(t)]^T$  et  $\mathbf{v}(t) =$  $[v_1(t) \dots v_N(t)]^T$  représentent le vecteur signal reçu, le vecteur du signal source et le vecteur du bruit, respectivement. La variété de l'antenne est donnée par  $\mathbf{A} = [\mathbf{a}(\omega_1, \phi_1) \dots \mathbf{a}(\omega_M, \phi_M)]$ , où les élements  $[\mathbf{a}(\omega_l, \phi_l)]_n$  sont donnés par  $[\mathbf{a}(\omega_l, \phi_l)]_n =$  $e^{j(\omega_l(n-1)+\phi_l(n-1)^2)}$ ,  $n = 1, \dots, N$ . Ayant les observations bruitées  $\mathbf{X} = [\mathbf{x}(1) \ \mathbf{x}(2) \dots \ \mathbf{x}(T)]$ , nous nous intéressons au problème d'estimation du couple  $\{\omega_l, \phi_l\}, l = 1, \dots, M$ .

# 3 L'algorithme séquentiel ZF MUSIC en champ proche

L'algorithme du ZF-MUSIC [5] peut être adapté pour estimer les angles électriques.  $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}}$  représente la covariance des observations bruitées. Nous avons

$$\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}} = \frac{1}{T} \mathbf{X} \mathbf{X}^{H}, \qquad (2)$$

nous supposons que  $\lim_{T\to\infty} \hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}} = E[\mathbf{X}\mathbf{X}^H] = \mathbf{A}\mathbf{R}_{\mathbf{S}}\mathbf{A}^H + \sigma^2 \mathbf{I}$ , où  $\mathbf{R}_{\mathbf{S}}$  représente la matrice de covariances des sources. Nous classons les valeurs propres  $\lambda_i$  de la matrice  $\hat{\mathbf{R}}_{\mathbf{X}} =$ 

 $\sum_{n=1}^{N} \lambda_n \mathbf{u}_n \mathbf{u}_n^H \text{ selon } \lambda_1 \geq \cdots \geq \lambda_M \geq \lambda_{M+1} \geq \cdots \geq \lambda_N,$ où  $\mathbf{u}_n$  est le vecteur propre associé à la valeur propre  $\lambda_n$ . Le sous-espace bruit est alors généré par  $\mathbf{U} = [\mathbf{u}_{M+1} \dots \mathbf{u}_N]$  et le projecteur bruit peut être défini par  $\mathbf{\Pi}^{\perp} = \mathbf{U}\mathbf{U}^H =$  $\sum_{n=M+1}^{N} \mathbf{u}_n \mathbf{u}_n^H.$  Par conséquent, l'estimation des angles élec-

 $\sum_{n=M+1}^{N} \mathbf{u}_n \mathbf{u}_n^H$ . Par conséquent, l'estimation des angles électriques de la  $l^{\grave{e}me}$  source est définie comme le maximum du pseudo-spectre du ZF-MUSIC CP, qui est donnée par

$$(\hat{\omega}_l, \hat{\phi}_l) = \arg\max_{(\omega, \phi)} \frac{f_l^{(N)}(\omega, \phi)}{\mathbf{a}(\omega, \phi)^H \mathbf{\Pi}^{\perp} \mathbf{a}(\omega, \phi)}, \qquad (3)$$



FIG. 1: La fonction de forçage à zéro pour N = 12 et; (a) une source, (b) deux sources.

où  $l \in [1 \dots M]$  et où la fonction de forçage à zéro  $f_l^{(N)}(\omega, \phi)$  est définie par

$$f_l^{(N)}(\omega,\phi) = \mathbf{a}_N(\omega,\phi)^H \mathbf{P}_l^{\perp} \mathbf{a}_N(\omega,\phi), \qquad (4)$$

où  $\mathbf{a}_N(\omega, \phi) = \frac{1}{\sqrt{N}} \mathbf{a}(\omega, \phi)$  et  $\mathbf{P}_l^{\perp} = \mathbf{I} - \mathbf{P}_l$  est le projecteur généré par les l - 1 angles électriques précédemment estimés  $(\hat{\omega}_1, \hat{\phi}_1), \dots, (\hat{\omega}_{l-1}, \hat{\phi}_{l-1})$ , où

$$\mathbf{P}_{l} = \begin{cases} \mathbf{I} & \text{si } l = 1\\ \mathbf{A}_{l} (\mathbf{A}_{l}^{H} \mathbf{A}_{l})^{-1} \mathbf{A}_{l}^{H} & \text{pour } l = 2, \dots, M \end{cases}$$

où  $\mathbf{A}_l = [\mathbf{a}_N(\hat{\omega}_1, \hat{\phi}_1) \dots \mathbf{a}_N(\hat{\omega}_{l-1}, \hat{\phi}_{l-1})]$  pour  $l = 2, \dots, M$ . La recherche des arguments de (3) peut se faire en faisant une recherche 2D sur le couple  $(\omega, \phi)$  tout en respectant la région de Fresnel. De ce fait, l'algorithme séquentiel du ZF-MUSIC CP est le suivant :

*Initialisation*: Appliquer le ZF-MUSIC CP, avec  $\mathbf{P}_1 = \mathbf{I}$ , c'est-à-dire  $f_1^{(N)}(\omega, \phi) = 1$ . Calculer le projecteur  $\mathbf{P}_2^{\perp} = \mathbf{I} - \mathbf{a}_N(\hat{\omega}_1, \hat{\phi}_1) \mathbf{a}_N(\hat{\omega}_1, \hat{\phi}_1)^H$ .

**Boucle:** Pour  $l \in [2, ..., M]$ , calculer la fonction de forçage à zéro selon (4) et résoudre le critère (3).

Pour optimiser la recherche des couples  $(\hat{\omega}_l, \hat{\phi}_l)$ , on partitionne notre intervalle 2-D avec un grand pas (toujours en respectant la région de Fresnel) puis on utilise les angles électriques estimés grossièrement comme des points initiaux pour affiner l'estimation (par exemple, on utilise une optimisation non linéaire sans contraintes comme la fonction simplex fminsearch de MATLAB [8]). Fig. 1.(a) et Fig. 1.(b) représentent, respectivement, le tracé de la fonction de forcage à zéro pour une source,  $(\omega, \phi) = (1.2, 0.05)$  rad, et pour deux sources,  $(\omega_1, \phi_1) = (0.5, 0.015)$  rad et  $(\omega_2, \phi_2) = (1.4, 0.06)$  rad. De la Fig. 1.(a), nous notons que la fonction de forçage à zéro est égale à zéro pour  $(\omega, \phi) = (1.2, 0.05)$  rad sans trop affecter les autres régions, et qu'elle est presque égale à un ailleurs. La Fig. 1.(b) montre que la fonction de forçage à zéro a deux pics renversés égaux à zéros pour  $(\omega_1, \phi_1)$  et  $(\omega_2, \phi_2)$ . De plus, elle est également presque égale à un ailleurs. Par conséquent,



FIG. 2: La largeur du lobe principale de la fonction ZF correspondant à une atténuation de 3 et 6 dB pour  $(\omega, \phi) =$ (1.3, 0.05) rad et pour différentes valeurs de N; (a) coupe longitudinale avec  $\phi = 0.05$  rad, (b) coupe transversale avec  $\omega = 1.3$  rad.

la Fig. 1 suggère que la fonction  $f_l^{(N)}(\omega, \phi)$  est égale à zéro pour tous les angles électriques précédemment estimés sans trop affecter les autres régions. Fig. 2 montre que l'augmentation du nombre des capteurs nous amène à la décroissance du lobe principale de la fonction ZF. En fin, nous notons que le pic est plus sélectif pour le second angle électrique  $\phi$ .

### 4 Simulations

Dans cette section, nous allons comparer le ZF-MUSIC CP avec le MUSIC CP [6] et le SOS-WP qui a été introduit par Grosicki et al. [7]. Pour les simulations nous avons considéré une antenne ALU de 12 capteurs avec un espacement intercapteurs valant un quart de longueur d'onde,  $N_{essai} = 100$  essais de Monte-Carlo et un nombre d'observations T = 15 observations. La région de Fresnel est donc délimitée par  $|\omega| < 1$  $1.5708 \text{ rad et } 0 \text{ rad } < \phi < 0.0694 \text{ rad.}$  Nous supposons que les deux sources sont à bande étroite se situant en champ proche et suivant une séquence complexe gaussienne avec une moyenne nulle. Le degré de corrélation entre les deux sources est désigné par  $\gamma.$  L'Erreur Quadratique Moyenne (EQM) pour le premier angle électrique est évaluée par  $EQM(\omega)=\frac{1}{2N_{trial}}$  $\sum_{i=1}^{N_{trial}} (\hat{\omega}_1(i) - \omega_1)^2 + \sum_{i=1}^{N_{trial}} (\hat{\omega}_2(i) - \omega_2)^2$ , où  $\hat{\omega}_1(i)$  et  $\hat{\omega}_2(i)$  représentent, respectivement, les estimées de  $\omega_1$  et  $\omega_2$ . Dans le premier cas, nous avons considéré deux sources largement espacées entre elles qui appartiennent à la région de Fresnel  $(\omega_1, \phi_1) = (0.5, 0.015)$  rad et  $(\omega_2, \phi_2) = (1.2, 0.06)$ rad. Selon la Fig. 3, où nous avons considéré différents degrés de corrélation entre les deux sources, l'algorithme SOS-WP ne peut plus estimer correctement les angles électriques même sous un fort RSB. Le ZF-MUSIC CP et le MUSIC CP standard sont équivalents pour un RSB supérieur ou égal à 20 dB. Cependant, nous notons que la variance du MUSIC CP standard est loin de la BCR [7] sous un RSB de 15 dB, contrairement à la variance du ZF-MUSIC CP qui est proche de la CRB à partir de -5 dB et 0 dB pour des sources moyennement et fortement corrélées, respectivement. Dans le second cas, nous avons considéré deux sources proches entre elles et appartenant à la région de Fresnel,  $(\omega_1, \phi_1) = (0.78, 0.019)$  rad et  $(\omega_2,\phi_2)\,=\,(0.85,0.063)$  rad. Selon la Fig. 5, le MUSIC CP



FIG. 3:  $EQM(\omega \ rad)$  en fonction du RSB(dB), sources largement espacées ( $\omega_1 = 0.5$ ,  $\phi_1 = 0.015$ ) rad et ( $\omega_2 = 1.2$ ,  $\phi_2 = 0.06$ ) rad, avec 12 capteurs et 15 observations; (a)  $\gamma = 0$ , (b)  $\gamma = 0.3$ , (c)  $\gamma = 0.5$ , (d)  $\gamma = 0.8$ .



FIG. 4:  $EQM(\phi \ rad)$  en fonction du RSB(dB), sources largement espacées ( $\omega_1 = 0.5$ ,  $\phi_1 = 0.015$ ) rad et ( $\omega_2 = 1.2$ ,  $\phi_2 = 0.06$ ) rad, avec N = 12 et T = 15; (a)  $\gamma = 0$ , (b)  $\gamma = 0.3$ , (c)  $\gamma = 0.5$ , (d)  $\gamma = 0.8$ .



FIG. 5:  $EQM(\omega \ rad)$  en fonction du RSB(dB), sources faiblement espacées  $(\omega_1, \phi_1) = (0.78, 0.019)$  rad et  $(\omega_2, \phi_2) = (0.85, 0.063)$  rad, avec N = 12 et T = 15; (a)  $\gamma = 0$ , (b)  $\gamma = 0.3$ , (c)  $\gamma = 0.5$ , (d)  $\gamma = 0.8$ .

standard et le SOS-WP ne peuvent plus estimer correctement les deux sources. Cependant, la variance du ZF-MUSIC CP est proche de la BCR pour le premier angle électrique à partir de 5 dB et 10 dB pour des corrélations moyennes et respectivement fortes. Dans le second cas, nous avons considéré deux sources proches entre elles et appartenant à la région de Fresnel,  $(\omega_1, \phi_1) = (0.78, 0.019)$  rad et  $(\omega_2, \phi_2) = (0.85, 0.063)$ rad. Selon la Fig. 5 et la Fig. 6, où nous avons considéré différentes valeurs de  $\gamma$ , le MUSIC CP standard et le SOS-WP ne peuvent plus estimer correctement les deux sources. Cependant, la variance du ZF-MUSIC CP est proche de BCR pour le premier angle électrique à partir de 5 dB, 10 dB pour des corrélations moyennes et respectivement fortes. La même observation est notée pour la BCR du second angle électrique à partir de 5 dB, 15 dB pour des corrélations moyennes et respectivement fortes.

### 5 Conclusion

Nous avons proposé un algorithme séquentiel pour l'estimation de la distance et de l'azimut pour des sources se situant dans le champ proche. Ce dernier est une extension du ZF-MUSIC pour le champ lointain qui a été présenté récemment. Sans aucune déflation du sous espace signal, le critère MUSIC a été pondéré avec une fonction appropriée qui annule les angles électriques précédemment estimés. Nous avons testé l'algorithme proposé sous différent cas de figures, notamment pour des sources fortement corrélées, et/ou pour des sources faiblement espacées entre elles, les résultats numériques montrent que la variance du ZF-MUSIC CP est proche de la BCR sous



FIG. 6:  $EQM(\phi \ rad)$  en fonction du RSB(dB), sources faiblement espacées  $(\omega_1, \phi_1) = (0.78, 0.019)$  rad et  $(\omega_2, \phi_2) = (0.85, 0.063)$  rad, avec 12 capteurs et 15 observations; (a)  $\gamma = 0$ , (b)  $\gamma = 0.3$ , (c)  $\gamma = 0.5$ , (d)  $\gamma = 0.8$ .

un RSB suffisant et qu'il surpasse le MUSIC CP et le SOS-WP.

### Références

- R. O. Schmidt, "A signal subspace approach to multiple emitter location and spectral estimation," Ph.D. dissertation, Stanford University, Stanford, CA, Nov. 1981.
- [2] A. J. V. der Veen, E. F. Deprettere, and A. L. Swindlehurst, "Subspace based signal analysis using singular value decomposition."
- [3] J. Li, D. Zheng, and P. Stoica, "Angle and waveform estimation via relax," *IEEE Trans. Aerosp. Electron. Syst.*, vol. 33, pp. 1077– 1087, 1997.
- [4] S. K. Oh and C. K. Un, "A sequential estimation approach for performance improvement of eigenstructure-based methods in array processing," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 41, pp. 457–463, 1993.
- [5] G. Bouleux and R. Boyer, "Zero-forcing based sequential music algorithm," in *Proc. IEEE Int. Conf. Acoust., Speech, Signal Processing*, Hawai, U.S.A., 2007.
- [6] Y. D. Huang and M. Barkat, "Near-field multiple source localization by passive sensor array," *IEEE Trans. Antennas Propagat.*, vol. 39, pp. 968–975, 1991.
- [7] E. Grosicki, K. Abed-Meraim, and Y. Hua, "A weighted linear prediction method for near-field source localization," *IEEE Trans. Signal Processing*, vol. 53, pp. 3651–3660, 2005.
- [8] J. Lagarias, J. A. Reeds, M. H. Wright, and P. E. Wright, "Convergence properties of the nelder-mead simplex method in low dimensions."