

# Imagerie d'émission gamma par rayonnement diffusé à haute sensibilité

Clémence DRIOL<sup>1</sup>, M. K. NGUYEN<sup>2</sup>, T. T. TRUONG<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire de Physique Théorique et Modélisation (LPTM)  
CNRS UMR 8089 Université de Cergy-Pontoise  
2 rue Adolphe Chauvin, 95302 Cergy-Pontoise Cedex, France

<sup>2</sup>Équipes Traitement des Images et du Signal (ETIS)  
CNRS UMR 8051 ENSEA Université de Cergy-Pontoise  
6 avenue du Ponceau, 95014 Cergy-Pontoise Cedex, France  
clemence.driol@u-cergy.fr, truong@ptm.u-cergy.fr  
nguyen-verger@ensea.fr

**Résumé** – Nous proposons un nouveau concept d'imagerie nucléaire basée sur la détection des photons diffusés par effet Compton à l'aide d'une caméra gamma sans collimateur. Le rayonnement diffusé devient le signal utile au lieu d'être considéré comme du bruit. En plus, la détection du diffusé est réalisée sans collimateur afin d'obtenir une grande sensibilité. La reconstruction numérique tridimensionnelle montre la faisabilité de ce nouveau concept d'imagerie.

**Abstract** – We propose a new concept of nuclear imaging based on the detection of scattered radiation by Compton effect using a gamma camera without collimator. The scattered radiation becomes the useful signal instead of being treated as noise. Moreover, the detection of scattered radiation is carried out without collimator in order to obtain an imaging system with strongly enhanced sensitivity. The three-dimensional reconstruction shows the feasibility of this new imaging concept.

## 1 Introduction

En imagerie par émission conventionnelle, l'objet à étudier est une source volumique émettant un rayonnement (X ou gamma). C'est le cas du corps humain en médecine nucléaire lorsqu'on lui injecte un radiotraceur tel que le Technecium  $99^m$ . La détection externe du rayonnement primaire permet d'explorer de manière non invasive sa structure interne cachée. Dans ce but, une série complète de vues acquises par une caméra gamma collimatée, est réalisée en tournant cette caméra autour du patient. Cependant ces mesures sont faites avec une fenêtre énergétique autour de l'énergie nominale du rayonnement primaire émis par le radiotraceur. Cette fenêtre laisse passer des rayonnements d'énergies plus faibles provenant majoritairement de la diffusion Compton, ce qui provoque la dégradation des images enregistrées. Jusqu'à présent, on procède à l'élimination de ces photons diffusés pour en améliorer la qualité.

Récemment une tactique radicalement nouvelle a été proposée en imagerie nucléaire [1, 2, 3]. Au lieu de chercher à éliminer les photons diffusés, on enregistre des images de l'objet sur une gamme très large d'énergies en dessous de l'énergie nominale. Ceci revient à dire qu'on capte les photons diffusés au lieu de les écarter. On montre alors que l'ensemble de ces mesures peut précisément servir à reconstruire l'objet en trois dimensions. Comme l'énergie du rayonnement diffusé est en correspondance avec l'angle de diffusion, on peut dire que, dans cette nouvelle modalité, cet angle remplace en quelque sorte l'angle de rotation

spatiale d'une caméra gamma classique. Par conséquent, la caméra reste immobile et l'absence de la mécanique encombrante et lourde de rotation est un avantage évident et certain.

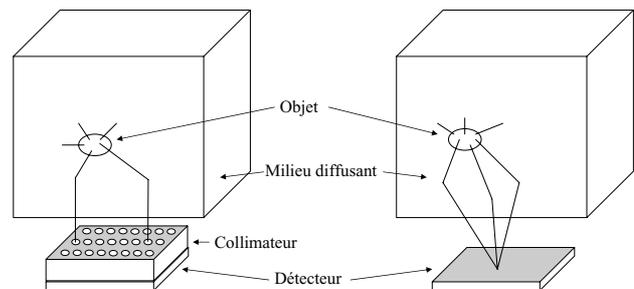


FIG. 1 – Principes des deux imageries d'émission par rayonnement diffusé avec (à gauche) et sans (à droite) collimateur

Jusqu'à maintenant, ce concept est développé pour une caméra collimatée or, seul 1 photon sur  $10^4$  réussit à franchir ce filtre de direction. Sa sensibilité opérationnelle se trouve donc forcément réduite. Dans ce travail nous étendons ce principe d'imagerie d'émission par rayonnement diffusé aux systèmes sans collimateur mécanique (Fig. 1). La modélisation mathématique de la formation d'image conduit à une généralisation de la Transformation de Radon Conique Composée qui a été le support théorique de la modalité précédente [4].

Dans ce travail, nous présentons l'étude de ce nouveau système d'imagerie sans collimateur via l'analyse de sa réponse impulsionnelle (Point Spread Function en anglais ou PSF). La haute sensibilité de cette nouvelle approche à l'imagerie par émission sera démontrée par une comparaison avec le cas du collimateur. Pour illustrer sa performance, nous montrons les résultats de reconstruction numérique à partir d'images simulées.

## 2 Formation d'images du rayonnement diffusé

Pour mettre en avant principalement les effets de la diffusion dans le fonctionnement de ce nouveau principe d'imagerie, nous travaillons avec les hypothèses suivantes :

- la source radioactive est isotrope,
- la densité électronique  $n_e$  du milieu est uniforme,
- l'atténuation du milieu est négligée,
- les diffusions d'ordres multiples beaucoup moins probables ne sont pas prises en compte.

Un photon ayant subi une unique diffusion Compton arrive au point de détection  $\mathbf{D}$  avec l'énergie :

$$E_\omega = E_0 \frac{1}{1 + \sigma(1 - \cos \omega)}, \quad (1)$$

où  $E_0$  est l'énergie du photon incident,  $mc^2$  l'énergie de l'électron au repos et  $\sigma = E_0/mc^2$ . Ainsi l'image enregistrée par la caméra pour l'énergie  $E_\omega$  correspond aux photons diffusés dans le milieu avec l'angle de diffusion  $\omega$ .

La densité de flux de photons reçue au site de diffusion  $\mathbf{M}$  provenant de la source  $\mathbf{S}$  est donnée par :

$$d\Phi(\mathbf{M}|\mathbf{S}) = \frac{f(\mathbf{S})d\mathbf{S}}{4\pi} \frac{1}{SM^2}, \quad (2)$$

où  $f(\mathbf{S})$  est la densité d'activité de l'objet par unité de volume et  $d\mathbf{S}$  un élément de volume de la source.

La proportion de photons diffusés dans une direction faisant un angle  $\omega$  avec la direction incidente est contrôlée par la section efficace différentielle  $\sigma_S^C(\omega)$  de diffusion Compton, et par le nombre de diffuseurs au site  $\mathbf{M}$  :  $n_e d\mathbf{M}$ , avec  $d\mathbf{M}$  l'élément de volume autour du point  $\mathbf{M}$ .

Ainsi, la densité de flux reçue au point de détection  $\mathbf{D} = (x_D, y_D, 0)$ , due à la source ponctuelle  $\mathbf{S} = (x_S, y_S, z_S)$ , après une diffusion au site  $\mathbf{M}$  d'angle  $\omega$  s'écrit :

$$d^2\Phi(\mathbf{D}|\mathbf{S}, \omega) = \frac{f(\mathbf{S})d\mathbf{S}}{4\pi} \frac{n_e d\mathbf{M}}{SM^2} \frac{\sigma_S^C(\omega)}{MD^2}. \quad (3)$$

Pour obtenir la densité de flux totale au point  $\mathbf{D}$ , il faut sommer la quantité définie par l'équation (3) sur tous les sites de diffusion possibles pour tous les points sources. Si l'on considère une source ponctuelle unique, on obtient par définition la réponse impulsionnelle :

$$PSF(\mathbf{D}, \omega|\mathbf{S}) = \frac{1}{4\pi} n_e \sigma_S^C(\omega) \int \frac{1}{SM^2} \frac{1}{MD^2} \delta(\widehat{SMD} - (\pi - \omega)) d\mathbf{M}. \quad (4)$$

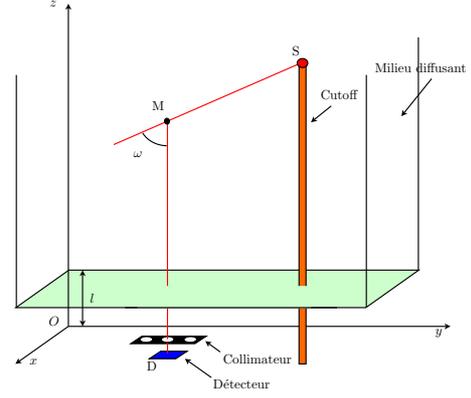


FIG. 2 – Lieu de diffusion pour une caméra avec collimateur

Lorsque le collimateur est présent (Fig. 2), il n'autorise qu'un seul lieu de diffusion pour un point de détection  $\mathbf{D}$  donné car il impose la direction du photon détecté :

$$PSF_{col}(\mathbf{D}, \omega|\mathbf{S}) = \frac{n_e \sigma_S^C(\omega) \sin^2 \omega}{4\pi\zeta(z_S \sin \omega - \zeta \cos \omega)} \quad (5)$$

$$\text{où } \zeta = \sqrt{(x_D - x_S)^2 + (y_D - y_S)^2}.$$

Cette équation est divergente pour  $\zeta \rightarrow 0$ , en effet il existe une petite zone autour de la source où le photon ne peut pas être physiquement diffusé. Cette distance minimale entre la source  $\mathbf{S}$  et le site de diffusion  $\mathbf{M}$  est appelée « cut-off », représentée par  $\epsilon$ .

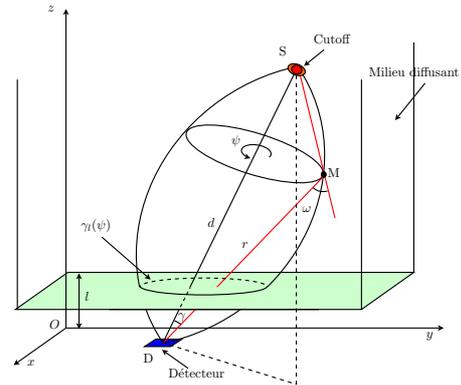


FIG. 3 – Paramétrisation de la surface des lieux de diffusion pour une caméra sans collimateur

Sans collimateur, les lieux de diffusion possibles se trouvent sur la surface d'un tore engendré par l'arc de cercle sous-tendant l'angle  $\pi - \omega$  et par la symétrie de révolution autour de l'axe joignant le point de détection  $\mathbf{D}$  au point source  $\mathbf{S}$  (Fig 3). Quand le milieu diffusant est fini, les bornes  $\gamma_l(\psi)$  de l'intégrale du  $PSF$  correspondent aux intersections entre le tore et le milieu diffusant, qui dépendent de l'angle de diffusion  $\omega$  et de la variable  $\psi$  de la

paramétrisation du tore. L'équation (4) devient :

$$PSF(\mathbf{D}, \omega | \mathbf{S}) = \frac{n_e \sigma_S^C(\omega)}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_\epsilon^{\gamma_t(\psi)} \frac{1}{SM^2} \frac{1}{MD^2} dM. \quad (6)$$

Dans le cas particulier où  $\mathbf{D}$  est un point unique situé dans un milieu diffusant infini, situé à la distance  $d$  du point source, l'équation (6) se réduit à :

$$PSF(\mathbf{D}, \omega | \mathbf{S}) = \frac{n_e \sigma_S^C(\omega) \sin \omega}{d^2} (\ln(\sin \omega) - \ln \epsilon), \quad (7)$$

on observe alors une indépendance entre les coordonnées spatiales  $d$  et l'angle de diffusion  $\omega$ .

### 3 Simulations numériques et comparaison des $PSF$

Dans notre simulation, un détecteur plan de  $128 \times 128$  pixels est placé sur le plan  $z = 0$ . Le milieu diffusant occupe l'espace au-dessus du détecteur. Une unique source est située à 5 unités de distance du détecteur.

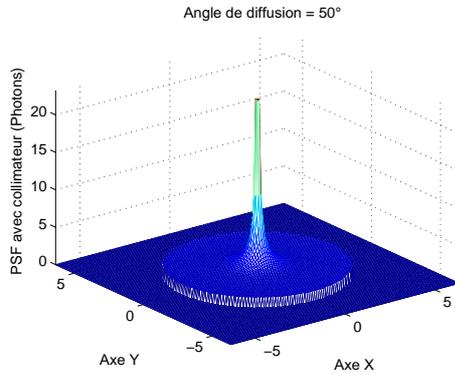


FIG. 4 – Réponse impulsionnelle pour une caméra avec collimateur

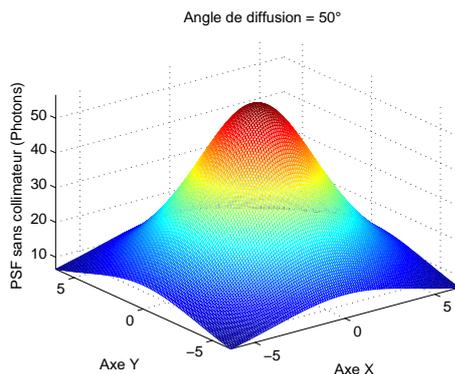


FIG. 5 – Réponse impulsionnelle pour une caméra sans collimateur

Les figures 4 et 5 montrent la forme du  $PSF$  dans les deux cas d'imageries. Le  $PSF$  pour un détecteur avec collimateur a une forme de « chapeau mexicain » et celui pour un détecteur sans collimateur est une lorentzienne.

La comparaison de ces signaux sur la figure 6, pour le même « cut-off », montre que la caméra sans collimateur

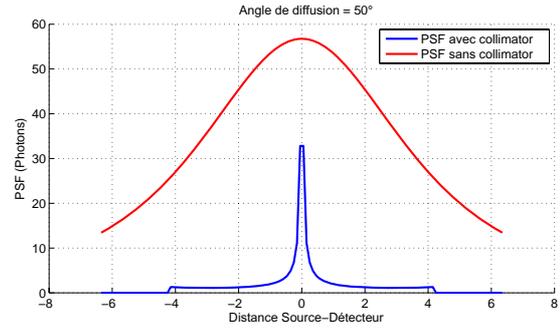


FIG. 6 – Comparaison des deux réponses impulsionnelles pour la ligne de détecteur  $y = 0$

reçoit en moyenne 29 fois plus de photons que la caméra avec collimateur.

### 4 Reconstruction numérique à partir d'images simulées

La formulation inverse analytique du  $PSF$  n'étant pas encore connue à l'heure actuelle, pour illustrer l'avantage d'utiliser une caméra sans collimateur, nous présentons ici les reconstructions numériques d'un objet 3D à partir du rayonnement diffusé pour les deux modalités de formation d'images.

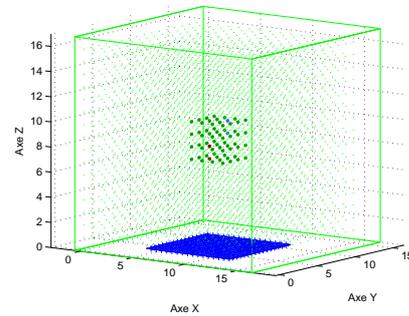


FIG. 7 – Configuration du milieu et objet original

Nous considérons un détecteur plan, placé sur le plan  $z = 0$ , composé de  $16 \times 16$  pixels, de 1 unité<sup>2</sup> de surface. Le milieu diffusant est discrétisé par un cube possédant  $16 \times 16 \times 16$  voxels. L'objet original, placé au centre du milieu diffusant, est un cube d'activité uniforme avec un nodule « chaud » (rouge) et un nodule « froid » (bleu) (figure 7). La figure 8 montre une série de 16 images simulées correspondant aux angles de diffusion compris entre  $19^\circ$  et  $95^\circ$  pour une caméra sans collimateur.

Nous construisons les deux matrices des « Poids » en calculant pour chaque point du milieu et pour chaque angle de diffusion la réponse impulsionnelle sur le détecteur (en présence ou non de collimateur). La reconstruction s'effectue en inversant la matrice des « Poids » par la méthode de la Décomposition en Valeurs Singulières.

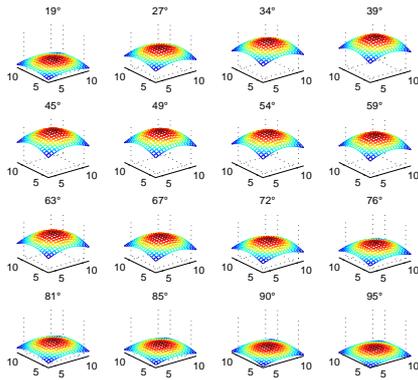


FIG. 8 – Images à différentes énergies pour une caméra sans collimateur

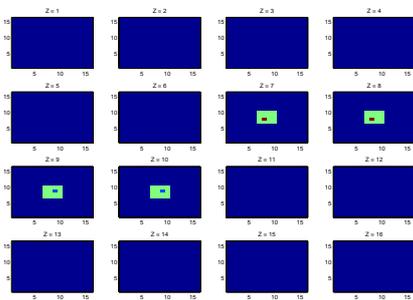


FIG. 9 – Objet reconstruit pour une caméra sans collimateur (vue plan par plan)

La figure 11 présente le résultat de la reconstruction en présence du collimateur. On observe que la partie proche du détecteur est mieux reconstruite que la partie située en haut du milieu diffusant. L'erreur relative de reconstruction sur l'objet est de 10 %.

Par contre, quand le collimateur est retiré, l'objet est correctement reconstruit (figures 9 et 10), et l'erreur relative entre l'objet original et l'objet reconstruit est de l'ordre de  $3.10^{-6}$  %.

## 5 Conclusion

Ce travail montre que la nouvelle imagerie par rayonnement diffusé sans collimateur mécanique est possible et dotée d'une sensibilité appréciable. Son implémentation numérique est réaliste. La prise en compte d'autres facteurs que la diffusion Compton tels que l'atténuation du milieu, la présence d'une densité électronique non uniforme, le bruit Poissonien d'émission des sources, etc fera l'objet d'études futures ainsi que la recherche de l'inversion analytique de la transformation intégrale liée à cette imagerie. Le système d'imagerie à haute sensibilité trouve son application dans non seulement en imagerie biomédicale, mais aussi dans le contrôle industriel non destructif, l'astronomie gamma, ou encore la surveillance environnemental du stockage des déchets nucléaires, etc.

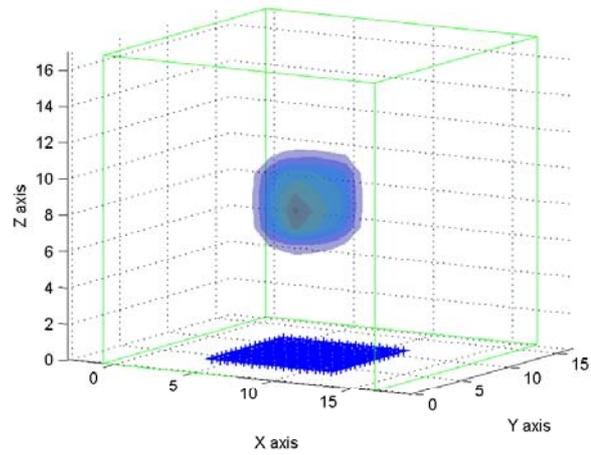


FIG. 10 – Objet reconstruit pour une caméra sans collimateur

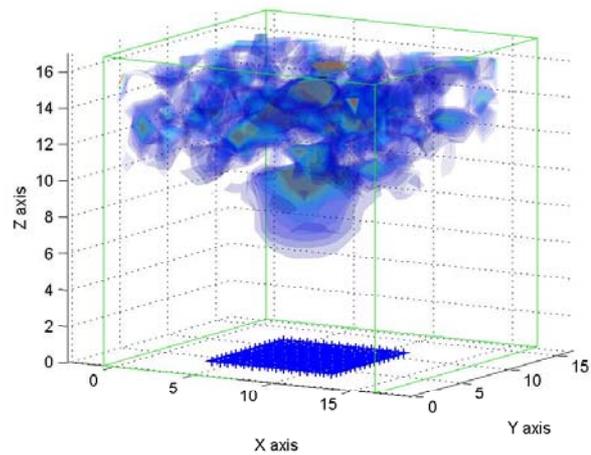


FIG. 11 – Objet reconstruit pour une caméra avec collimateur

## Références

- [1] M.K. Nguyen and T.T. Truong. On an integral transform and its inverse in nuclear imaging. *Inverse Problems*, 18 :265–277, 2002.
- [2] M.K. Nguyen, T.T. Truong, and H.D. Bui. A novel inverse problem in medical emission imaging. In *4th International Conference on Inverse Problems in Engineering : Theory and Practice*, pages 397–404, Rio de Janeiro, Brazil, May 2002.
- [3] M.K. Nguyen, T.T. Truong, and J.L. Delarbre. Physical analysis of scattered radiation and a new object reconstruction in photon imaging systems. In *Int. Conf. Physics in Signal and Image Processing*, pages 209–212, Grenoble, France, January 2003.
- [4] M.K. Nguyen, T.T. Truong, H.D. Bui, and J.L. Delarbre. A novel inverse problem in gamma-ray emission imaging. *Journal of Inverse Problems in Science and Engineering*, 12 :225–246, 2004.