Méthodes sous-espaces pour la surveillance vibratoire sous contraintes thermiques*

Michèle BASSEVILLE¹, Laurent MEVEL¹, Houssein NASSER²

¹IRISA (CNRS & INRIA), Campus de Beaulieu, 35042 Rennes Cedex.

²LTI, Centre de Recherche Henri Tudor, Esch sur Alzette, Luxembourg.

Michele.Basseville@irisa.fr, Laurent.Mevel@irisa.fr, honasser@ulb.ac.be

Résumé – La surveillance vibratoire pour la détection d'endommagements dans des structures mécaniques, aéronautiques et de génie civil, repose sur le fait que les propriétés modales sont affectées par les endommagements. Un inconvénient notoire de cette approche tient à ce que les variations de température induisent également des changements des paramètres modaux, et jouent ainsi le rôle d'une nuisance pour la surveillance. Trois méthodes sous-espaces sont proposées pour traiter ce problème. Deux d'entre elles utilisent un modèle approché de l'effet de la température sur les paramètres modaux, et procèdent respectivement par ajustement de sous-espace noyau et rejet de nuisance. La dernière procède par fusion de données enregistrées à des températures différentes. Les trois méthodes sont comparées sur deux exemples.

Abstract – Vibration-based monitoring is a relevant approach to damage detection in mechanical, aeronautic and civil structures, which builds on that damages affect the modal properties. But temperature variations also affect the modal parameters, and thus play the role of a nuisance for monitoring. Three statistical subspace-based detection methods are proposed for solving this problem. The first two ones use an approximate model of the temperature effect on the modal parameters, for adjusting a null space and rejecting the nuisance, respectively. The other one merges data recorded at different temperatures. The three methods are compared on two examples.

1 Introduction

Les applications de la surveillance vibratoire en fonctionnement sont nombreuses, dans les domaines de la mécanique, de l'aéronautique ou du génie civil [12, 13]. Des méthodes de détection d'endommagement consistent à chercher un indicateur d'endommagement à partir des données mesurées. L'évaluation de cet indicateur permet de juger de l'état du système. Ces indicateurs peuvent être les paramètres modaux (fréquences propres ou modes, coefficients d'amortissement, déformées modales) [1], ou liés aux paramètres structuraux (matrices de rigidité, de flexibilité, ...) [18]. Les paramètres modaux correspondent à la structure propre de la matrice de transition d'état d'un système dynamique linéaire [11]. Des méthodes d'identification et de détection de changement de la dynamique d'un tel système, utiles pour la surveillance préventive d'endommagements, ont été élaborées [5]. L'identification des paramètres modaux est effectuée au moyen d'une méthode sous-espaces appliquée aux matrices de covariances des signaux de sortie. Cette méthode, consistante et robuste aux non-stationnarités des entrées inconnues et non-stationnaires, [9], exploite une propriété de factorisation de la matrice de Hankel du système. La détection est effectuée par un test local du χ^2 [3], basé sur la fonction d'estimation associée à l'identification sous-espaces [4, 7]. L'idée est que, en l'absence d'endommagement, la matrice de Hankel empirique construite à partir des nouvelles données a le même noyau à gauche qu'une matrice de référence fonction des paramètres modaux à l'état sain. Des résultats expérimentaux obtenus sur de très nombreux cas confirment l'intérêt de ce détecteur sous-espaces [5].

Or la température, et d'autres effets environnementaux, perturbent la surveillance vibratoire des structures de génie civil [15, 20], en ce sens qu'ils affectent les paramètres modaux de manière parfois plus importante que les endommagements. La plupart des travaux qui traitent ce problème sont expérimentaux, ou procèdent par ajustement de courbes [19]. Une exception notable est [10]. Dans cet article, trois méthodes sont proposées, dont deux sont analytiques, en ce qu'elles utilisent un modèle approché de l'effet de la température sur les fréquences de vibration. La dernière procède par fusion de données. Elles sont comparées sur deux exemples.

2 Détection sous-espaces

L'algorithme est basé sur un résidu qui exploite le noyau à gauche de matrices appropriées [4, 7]. Les paramètres modaux sont la structure propre de la matrice de transition d'état d'un système linéaire:

$$\begin{cases} X_{k+1} = F X_k + V_{k+1} \\ Y_k = H X_k \end{cases}$$
 (1)

à savoir les paires $(\lambda, \varphi_{\lambda})$ definies by:

$$\det(F - \lambda I) = 0, (F - \lambda I) \varphi_{\lambda} = 0, \Phi_{\lambda} \stackrel{\text{def}}{=} H \varphi_{\lambda}$$
 (2)

La matrice F est liée aux matrices masses, amortissements et raideurs M,C,K via $F=e^{\mathcal{L}\tau},\mathcal{L}\!\!=\!\!\begin{bmatrix}0&I\\-M^{-1}K&-M^{-1}C\end{bmatrix}\!,$ where τ est la fréquence d'échantillonnage. Les modes μ et

^{*}Ces travaux ont été menés au cours de la thèse de H. Nasser [16] à l'IRISA, dans le cadre du projet CONSTRUCTIF de l'ACI Sécurité et Informatique, en collaboration avec le LCPC et le laboratoire MSSMat. École Centrale Paris.

déformées ϕ_{μ} sont solutions de:

$$\det (\mu^2 M + \mu C + K) = 0, \ (\mu^2 M + \mu C + K) \phi_{\mu} = 0 \ (3)$$

et liés à (2) par: $e^{\tau\mu} = \lambda$ and $\varphi_{\lambda} \stackrel{\text{def}}{=} H \Phi_{\lambda}$.

Soit $\theta \stackrel{\mathrm{def}}{=} (\begin{array}{c} \Lambda \\ \mathrm{vec} \Phi \end{array})$ le paramètre modal, où Λ est le vecteur

qui contient les λ 's, Φ est la matrice dont les colonnes sont les Φ_{λ} 's, et vec désigne l'empilement des colonnes. Le résidu considéré exploite la propriété de factorisation suivante. Soit $R_i \stackrel{\mathrm{def}}{=} \mathbf{E} \; Y_k \; Y_{k-i}^T$ et la matrice de Hankel

$$\mathcal{H}_{p+1,q} \stackrel{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} R_0 & R_1 & \dots & R_{q-1} \\ R_1 & R_2 & \dots & R_q \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ R_p & R_{p+1} & \dots & R_{p+q-1} \end{pmatrix} \stackrel{\text{def}}{=} \operatorname{Hank}(R_i)$$
(4

Soit aussi $G \stackrel{\text{def}}{=} \mathbf{E} X_k Y_k^T$ la covariance croisée enre l'état et les sorties. Le calcul direct de R_i à partir de (1) conduit à $R_i = H F^i G$ et donc

$$\mathcal{H}_{p+1,q} = \mathcal{O}_{p+1}(H,F) \,\mathcal{C}_q(F,G) \tag{5}$$

où $\mathcal{O}_{p+1}(H,F)$ et $\mathcal{C}_q(F,G)$ sont les matrices d'observabilité et de commandabilité. Il résulte de (2) et (5) que le paramètre θ peut être retrouvé à partir de \mathcal{O}_{p+1} .

Test paramétrique. On peut caractériser θ de la manière suivante. Lorsque les vecteurs propres de F sont pris comme base pour l'espace d'états de (1), la matrice \mathcal{O}_{p+1} s'écrit:

$$\mathcal{O}_{p+1}(\theta) = \begin{pmatrix} \Phi \\ \Phi \Delta \\ \dots \\ \Phi \Delta^p \end{pmatrix} \tag{6}$$

 $\operatorname{diag}(\Lambda)$, et Λ et Φ sont comme De (5) il résulte qu'une suite $(R_i)_i$ bien décrite par un paramètre modal nominal θ_0 si: $\mathcal{O}_{p+1}(\theta_0)$ and $\mathcal{H}_{p+1,q}$ ont le même noyau à gauche, ce qui peut être vérifié comme suit. Calculer $\mathcal{O}_{p+1}(\theta_0)$ avec (6), en effectuer une SVD pour extraire son noyau à gauche, à savoir une matrice orthonormée S t.q. S^T $S = I_s$ et¹:

$$S^{T}(\theta_0) \mathcal{O}_{n+1}(\theta_0) = 0 \tag{7}$$

La caractérisation ci-dessus s'écrit alors: $S^T(\theta_0)$ $\mathcal{H}_{p+1,q} = 0$. Pour détecter un endommagement, i.e. décider si de nouvelles données $(Y_k)_{k=1,\ldots,n}$ sont bien décrites par le paramètre de référence θ_0 (identifié sur des données provenant de la structure à l'état sain), on introduit la statistique dite résidu [4, 7]:

$$\zeta_n(\theta_0) \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{n} \operatorname{vec}(S^T(\theta_0) \widehat{\mathcal{H}}_{p+1,q})$$
 (8)

où $\widehat{\mathcal{H}}_{p+1,q} \stackrel{\mathrm{def}}{=} \mathrm{Hank}\left(\widehat{R}_i\right), \ \widehat{R}_i = 1/n \ \sum_{k=1}^n Y_k \ Y_{k-i}^T.$ Sous des hypothèses appropriées, ce résidu est asymptotiquement Gaussien, et reflète une petite déviation $\delta\theta$ via un changement de son vecteur moyenne de 0 à $\mathcal{J}\delta\theta$. D'où le test du χ^2 :

$$\chi_n^2(\theta_0) \stackrel{\text{def}}{=} \zeta_n^T(\theta_0) \widehat{\Sigma}^{-1} \widehat{\mathcal{J}} (\widehat{\mathcal{J}}^T \widehat{\Sigma}^{-1} \widehat{\mathcal{J}})^{-1} \widehat{\mathcal{J}}^T \widehat{\Sigma}^{-1} \zeta_n(\theta_0)$$
(9)

où $\widehat{\mathcal{J}}\stackrel{\mathrm{def}}{=}\widehat{\mathcal{J}}(\theta_0)$ and $\widehat{\Sigma}\stackrel{\mathrm{def}}{=}\widehat{\Sigma}(\theta_0)$ sont des estimateurs consistants de la sensibilité et de la covariance de $\zeta_n(\theta_0)$.

Test focalisé. Il est souvent utile de focaliser la surveillance sur des sous-ensembles de composantes de θ , par exemple, un mode λ et la déformée associée φ_{λ} . Pour ce faire, partionnons

$$\theta$$
, \mathcal{J} and $\mathbf{F} \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{J}\Sigma^{-1}\mathcal{J}$, en: $\theta = \begin{pmatrix} \theta_a \\ \theta_b \end{pmatrix}$, $\mathcal{J} = (\mathcal{J}_a \mathcal{J}_b)$,

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{F}_{aa} & \mathbf{F}_{ab} \\ \mathbf{F}_{ba} & \mathbf{F}_{bb} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{J}_a^T \Sigma^{-1} \mathcal{J}_a & \mathcal{J}_a^T \Sigma^{-1} \mathcal{J}_b \\ \mathcal{J}_b^T \Sigma^{-1} \mathcal{J}_a & \mathcal{J}_b^T \Sigma^{-1} \mathcal{J}_b \end{pmatrix}$$
(10)

Soit $\mathbf{F}_a^\star \stackrel{\mathrm{def}}{=} \mathbf{F}_{aa} - \mathbf{F}_{ab} \mathbf{F}_{bb}^{-1} \mathbf{F}_{ba}$. En supposant que décision doit être prise entre $\delta \theta_a = 0$ et $\delta \theta_a \neq 0$, on peut utiliser l'approche minmax [8], qui consiste à considérer $\delta\theta_b$ comme une nuisance et le rejeter en le remplaçant par sa valeur la moins favorable. Ceci conduit au test: $t_a^{\star} = \zeta_a^{\star \hat{T}} \mathbf{F}_a^{\star - 1} \zeta_a^{\star}$, où:

$$\zeta_a^{\star} \stackrel{\text{def}}{=} \widetilde{\zeta}_a - \mathbf{F}_{ab} \; \mathbf{F}_{bb}^{-1} \; \widetilde{\zeta}_b \tag{11}$$

est le score effectif, résidu de la régression du résidu partiel $\widetilde{\zeta}_a \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{J}_a^T \Sigma^{-1} \zeta_n$ en $\delta \theta_a$ sur le résidu partiel de nuisance $\delta \theta_b$. Ce test est un χ^2 avec paramètre de non-centralité $\delta \theta_a^T \mathbf{F}_a^{\star} \delta \theta_a$ sous $\delta\theta_a \neq 0$ et pour tout $\delta\theta_b$.

Test non-paramétrique. Il peut être intéressant d'utiliser une approche non-paramétrique basée sur un noyau empirique calculé sur des données de référence et non pas sur une signature modale de référence. Un tel noyau peut être obtenu par SVD de la matrice de Hankel empirique construite sur ces données de référence (indexée par 0):

$$\widehat{S}_0^T \, \widehat{\mathcal{H}}_{p+1,q}^{(0)} = 0 \tag{12}$$

 $\widehat{S}_0^T~\widehat{\mathcal{H}}_{p+1,q}^{(0)}=0 \eqno(12)$ Une telle approche non-paramétrique est utilisée en [14, 21]. Le résidu calculé sur de nouvelles données s'écrit:

$$\widehat{\zeta}_n \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{n} \operatorname{vec}(\widehat{S}_0^T \widehat{\mathcal{H}}_{p+1,q})$$
(13)

et le test du χ^2 -test se réduit à:

$$\widehat{\chi}_n^2 \stackrel{\text{def}}{=} \widehat{\zeta}_n^T \widehat{\Sigma}^{-1} \widehat{\zeta}_n \tag{14}$$

où $\widehat{\Sigma}$ est un estimateur de la covariance de $\widehat{\zeta}_n$.

Maîtrise de l'effet thermique

Ce cadre de surveillance sous-espaces permet de s'affranchir de l'effet de la température sur les paramètres modaux de trois façons, dont deux utilisent un modèle approché de cet effet.

Modèle de l'effet thermique. La présence d'un champ de température engendre une dilatation des matériaux associée à une contrainte thermique [17, 2]. On considère donc qu'une modification de la température produit une excitation extérieure sur la structure. La précontrainte thermique affecte la matrice de raideur et donc les fréquences propres du système. Dans cette étude, on suppose que la matrice de masse reste inchangée, et que la précontrainte thermique induit de petites perturbations mécaniques. Deux modèles thermomécaniques ont été développés. Le premier modèle [2] décrit le champ thermique comme une combinaison linéaire de champs thermiques constants, et la matrice de raideur est une fonction linéaire du champ thermique: $K = K_0 + K_T = K_0 + \sum_i p_i K_{T,i}$. Dans le deuxième modèle analytique, développé pour une poutre d'Euler-Bernoulli [6], la précontrainte thermique est définie par: $N_0 = EA(\epsilon_0 - \alpha(T - T_0))$, où ϵ_0 est la contrainte mécanique, $T-T_0$ est la variation de température et α est le coefficient de dilatation thermique.

 $^{^1}S$ dépend implicitement de θ_0 . Bien que non unique, elle peut être traitée comme une fonction $S(\theta_0)$ [4].

Correction analytique du noyau. Pour une variation de température δT , on calcule à l'aide de ce modèle une signature modale corrigée θ_T , le noyau correspondant $S(\theta_T)$ via (6)-(7), et le résidu $\zeta_n(\theta_T)$ via (8).

Rejet de nuisance. La température est considérée comme un paramètre de nuisance pour la surveillance vibratoire, et rejetée (au sens minmax). La moyenne du résidu sous hypothèse de petite déviation est:

$$\mathbf{E}_{1}(\zeta_{n}) = (\mathcal{J}(\theta_{0}) \quad \mathcal{J}_{T}) \left(\begin{array}{c} \delta \theta \\ \delta T \end{array} \right)$$
 (15)

où $\mathcal{J}_T \stackrel{\text{def}}{=} \mathcal{J}(\theta_0) \, \mathcal{J}_{\theta T}$. Le calcul du test de χ^2 associé au résidu de rejet (11) nécessite le calcul du Jacobien $\mathcal{J}_{\theta T}$ de l'effet de la température sur les paramètres modaux [17].

Fusion de données. Cette méthode, inspirée de [22], suppose que J paquets de données de référence, enregistrés à des températures différentes et inconnues, sont disponibles, et calcule la moyenne empirique des matrices de Hankel associées:

$$\overline{\mathcal{H}}_{p+1,q}^{(0)} \stackrel{\text{def}}{=} 1/J \sum_{j=1}^{J} \overline{\mathcal{H}}_{p+1,q}^{(0),j}$$
 (16)

Via une SVD comme précédemment, elle extrait un noyau nonparamétrique global de référence \overline{S}_0 :

$$\overline{S}_0^T \overline{\mathcal{H}}_{p+1,q}^{(0)} = 0,$$
 (17)

calcule le résidu:

$$\overline{\zeta}_n \stackrel{\text{def}}{=} \sqrt{n} \operatorname{vec}(\overline{S}_0^T \widehat{\mathcal{H}}_{p+1,q}), \tag{18}$$

et le test non-paramétrique:

$$\overline{\chi}_n^2 \stackrel{\text{def}}{=} \overline{\zeta}_n^T \, \overline{\Sigma}^{-1} \, \overline{\zeta}_n \tag{19}$$

où $\overline{\Sigma}$ est un estimateur de la covariance de $\overline{\zeta}$.

4 Applications

Les trois méthodes ont été testées sur deux exemples.

Tablier de pont simulé. Des signaux ont été simulés à partir d'un modèle aux éléments finis d'un tablier de pont, fourni par Étienne Balmès (École Centrale Paris), développé et implémenté à l'aide de la boîte-à-outils logicielle OpenFEM [2]. Le pont est haut de 3 m., large de 6.6 à 10 m, et long de 60 m. Le modèle utilise 9600 éléments volumiques et 13668 noeuds. Les propriétés du matériau utilisé sont E=40 GPa, $W=.17, Z=2200kg/m3, K_T=1.210^{-5}(o^C)^{-1}, T_0=20^o$ C. Aux deux extrêmités, le déplacement est bloqué dans les directions y and z, tandis qu'une raideur nominale de 1e10 N/m est utilisée dans la direction x pour simuler un blocage. Les variations de température sont modélisées soit par une élévation uniforme, soit par une variation linéaire en z de 25^o C sur le pont à 15^o C au-dessous. Le pont, plus chaud, tend à se dilater tandis que le dessous, plus froid, se contracte.

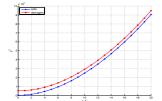
Poutre en chambre climatique. Des signaux ont été mesurés sur une structure de laboratoire située dans une chambre climatique. Ces données et le modèle de température correspondant ont été fournis par Fabien Treyssède (LCPC), concepteur de l'expérience. On considère une poutre encastrée aux deux extrémités sur un bâti de travail constitué de quatre colonnes rigides verticales et de deux plates-formes horizontales. Ces colonnes sont en acier, tandis que la poutre est en aluminium. La structure entière est placée dans une chambre climatique, dont la température intérieure est contrôlée. L'acier et l'aluminium n'ayant pas le même coefficient de dilatation thermique (11.7e-6 et 23.4e-6 K^{-1}), un changement de température induit une précontrainte thermique uniforme axiale dans la poutre, beaucoup plus importante que celle induite dans les colonnes d'acier.

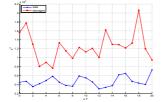
La poutre est équipée de quatre accéléromètres, situés aux noeuds du 5ème mode de flexion (une troncature au 4ème mode a été effectée dans l'analyse [6]). Une paire de jauges de contrainte avec compensation thermique est également collée sur la poutre. La moyenne de ces deux contraintes donne la précontrainte axiale (divisée par le module d'Young) sans mesurer la température. Quelques capteurs de température ont été également utilisés pour vérifier que les mesures de jauges sont étroitement liées à la variation de température. Des essais sont effectués, d'abord en stabilisant la température ambiante pendant une heure, puis en refroidissant pendant 17 heures avec une décroissance de $1^{\circ}C$ par heure. De plus, la poutre a été excitée à l'aide d'un haut parleur excité par des bruits blancs. Les accélérations sont mesurées toutes les 30 mn pour une fréquence d'échantillonnage de 1280 Hz, qui est suffisante pour les modes 1 à 4 (la 4ème fréquence est en-dessous de 500 Hz).

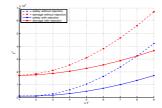
Résultats expérimentaux. Sur les figures 1 et 2 sont montrés les résultats obtenus, sur chacun des deux exemples, par le test initial (9), et les trois tests visant à maîtriser l'effet de la température. Le test (9), qui ne le prend pas en compte, réagit plus avec la température qu'avec l'endommagement. Les trois tests proposés montrent leur efficacité: les méthodes de correction analytique et de fusion de données rejettent globalement l'effet de la température avec un contraste élevé, et celle de rejet de nuisance sépare le changement dû à l'endommagement de ceux dus à de petites variations de la température.

5 Conclusion

Trois méthodes de détection d'endommagement sous perturbation thermique, basées sur l'algorithme de détection sous-espace, ont été présentées dans cet article. La méthode de correction du noyau utilise un modèle analytique de l'effet de la température pour mettre à jour le noyau du résidu; la covariance et le Jacobien du résidu sont recalculés à chaque nouvelle acquisition de signaux, le test est ainsi invariant aux changements dans l'excitation non stationnaire. La méthode de rejet de nuisance nécessite le Jacobien par rapport aux paramètres modaux de la structur; la covariance et le Jacobien sont calculés une seule fois sur un scénario de référence. La méthode de construction empirique du noyau, par fusion de données sous différents scénarios de température, est caractérisée par sa facilité de mise en oeuvre; elle nécessite de connâtre a priori







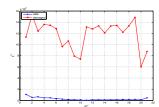
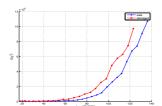
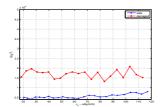
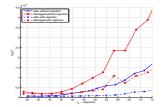


FIG. 1 – Tablier de pont. Variation, en fonction de la température, du test initial (1) et des 3 nouveaux tests: correction de noyau (2), rejet de nuisance (3), noyau empirique moyen (4). États sain (bleu) et endommagé (rouge).







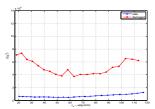


FIG. 2 – Poutre en chambre climatique. Même légende que la Fig. 1.

l'environnement de la structure. Ces trois approches ont été appliquées à deux exemples, et comparées à la méthode initiale.

La première extension à ce travail est de valider ces méthodes sur un modèle où le champ de la température n'est pas uniforme et les déformées propres sont affectées par la contrainte thermique. Les modèles actuels supposant le champ de température constant, la nuisance est un paramètre mono-dimensionnel. Dans le cas d'un champ complexe où la température varie en chaque point à l'extérieur comme à l'intérieur de la structure, le paramètre de nuisance est de taille similaire à celle du modèle EF de la structure, et d'autres méthodes de rejet de nuisance doivent être envisagées.

Références

- S. Alampalli, G. Fu, and E. Dillon. Measuring bridge vibration for detection of structural damage. Technical report, New York State Gov. Publis Executive Branch Transportation, 1995.
- [2] E. Balmès, M. Corus, and D. Siegert. Modeling thermal effects on bridge dynamic responses. In *24th Int. Modal Anal. Conf*, St. Louis, Mis., Feb. 2006.
- [3] M. Basseville. On-board component fault detection and isolation using the statistical local approach. *Automatica*, 34(11):1391– 1416, 1998.
- [4] M. Basseville, M. Abdelghani, and A. Benveniste. Subspacebased fault detection algorithms for vibration monitoring. *Automatica*, 36(1):101–109, 2000.
- [5] M. Basseville, A. Benveniste, M. Goursat, and L. Mevel. Subspace-based algorithms for structural identification, damage detection, and sensor data fusion. *Jal Applied Signal Processing*, 2007, 2007. Article ID 69136.
- [6] M. Basseville, F. Bourquin, L. Mevel, H. Nasser, and F. Treyssède. Handling the temperature effect in SHM: combining a subspace-based statistical test and a temperature-adjusted null space. In 3rd Eur. Wksh Struc. Health Mon, Granada, 2006.
- [7] M. Basseville, L. Mevel, and M. Goursat. Statistical model-based damage detection and localization: subspace-based residuals and damage-to-noise sensitivity ratios. *Jal Sound and Vibration*, 275(3-5):769–794, 2004.
- [8] M. Basseville and I. Nikiforov. Fault isolation for diagnosis: nuisance rejection and multiple hypotheses testing. *Annual Reviews in Control*, 26(2):189–202, 2002.

- [9] A. Benveniste and L. Mevel. Nonstationary consistency of subspace methods. *IEEE Trans.Aut. Cont.*, 52(8), 2007.
- [10] G. De Roeck and D. Degrauwe. Damage identification of the Lanaye cable-stayed bridge. In 23rd Int. Modal Anal. Conf, Orlando, FL., Jan. 2005.
- [11] D. Ewins. Modal Testing: Theory, Practice and Applications. Research Studies Press, Letchworth, Hertfordshire, 2000.
- [12] C. Farrar, S. Doebling, and D. Nix. Vibration-based structural damage identification. *Phil. Trans. Royal Soc: Math, Phys. and Eng. Sciences*, 359(1778):131–150, 2001.
- [13] C.-P. Fritzen. Recent developments in vibration-based structural health monitoring. In 5th Int. Wkshp Struct. Health Mon, Stanford, CA., Sept. 2005.
- [14] C.-P. Fritzen and G. Mengelkamp. Detection of delaminations in composite materials using a smart structures concept. In 1st Eur. Wkshp Struct. Health Mon, Cachan, F., July 2002.
- [15] J. Kullaa. Structural health monitoring under variable environmental or operational conditions. In 2nd Eur. Wkshp Struct. Health Mon, pages 1262–1269, Munich, FRG, July 2004.
- [16] H. Nasser. Surveillance Vibratoire de Structures Mécaniques sous Contraintes Thermiques. PhD thesis, U. Rennes I, 2006.
- [17] H. Nasser, L. Mevel, and D. Chapelle. Damage detection under the environmental constraints. In 23rd Int. Modal Anal. Conf., Orlando, FL., Jan. 2005.
- [18] S. Pandit and N. Mehta. Data dependent systems approach to modal analysis via state space. ASME Jal Dynamic Systems, Measurement, and Control, 107:132–138, 1985.
- [19] B. Peeters, J. Maeck, and G. de Roeck. Vibration based damage detection in civil engineering: excitation sources and temperature effects. Smart Materials and Struc., 10(3):518–527, 2001.
- [20] R. Rohrmann, M. Baessler, S. Said, W. Schmid, and W. Ruecker. Structural causes of temperature affected modal data of civil structures obtained by long time monitoring. In 18th Int. Modal An. Conf., San Antonio, 2000.
- [21] A.-M. Yan and J.-C. Golinval. Null subspace-based damage detection of structures using vibration measurements. *Mech. Syst. Signal Proc.*, 20(3):611–626, 2006.
- [22] A.-M. Yan, G. Kerschen, P. De Boe, and J.-C. Golinval. Structural damage diagnosis under varying environmental conditions. Part I: A linear analysis. Part II: Local PCA for non-linear cases. *Mech. Syst. Signal Proc.*, 19(4):847–880, 2005.