

Imagerie sismique par inversion des formes d'onde en domaine fréquentiel

Stéphane OPERTO¹ et Jean VIRIEUX²

¹ UMR 6526 Géosciences Azur - CNRS, La Darse BP48, 06230, Villefranche-sur-mer

²UMR 6526 Géosciences Azur - UNSA, 250, rue Albert Einstein, Sophia-Antipolis, 06560, Valbonne
operto@geoazur.obs-vlfr.fr, viri@geoazur.unice.fr

Résumé – L’exploration sismique fondée sur la propagation des ondes élastiques dans la Terre est l’une des principales méthodes géophysiques pour imager plusieurs propriétés physiques du sous-sol telles que les vitesses de propagation des ondes élastiques, la densité, l’atténuation et l’anisotropie. Trois enjeux fondamentaux de l’imagerie sismique sont l’amélioration de la résolution spatiale des modèles, la construction de modèles en 3D et la prise en compte de plusieurs classes de paramètres. Pour atteindre ces trois objectifs, nous bénéficions notamment de l’évolution des dispositifs d’acquisition multicomposantes de plus en plus denses et longs et de l’utilisation de sources large bande. Les applications sont aussi variées que l’imagerie de la subsurface pour des applications géotechniques, la prospection pétrolière et l’imagerie crustale et lithosphérique pour des applications académiques.

L’approche développée est fondée sur la résolution d’un problème inverse appliqué au champ d’onde complet en domaine fréquentiel. Elle est plus spécifiquement dédiée à des dispositifs dits grand-angle ou multi offsets. Ces dispositifs sont classiquement mis en oeuvre avec des stations sismiques sous-marines et terrestres multi-composantes et enregistrent des ondes s’étant propagées avec des angles d’incidence extrêmement variés. Dans ce contexte, une analyse de résolution montre que l’inversion de quelques fréquences suffit à focaliser l’image du milieu. Par ailleurs, ces fréquences peuvent être inversées séquentiellement plutôt que simultanément, définissant ainsi une imagerie multirésolution qui est favorable à la gestion de la non linéarité du problème inverse. Un ingrédient essentiel des algorithmes d’imagerie est la modélisation de la propagation des ondes. Nous utilisons une méthode par différences finies (DF) fréquence-espace qui permet le traitement rapide d’un grand nombre de sources et l’implémentation aisée d’effets d’atténuation. Ces concepts méthodologiques sont illustrés sur un cas synthétique et sur un jeu de données réelles.

Abstract – Seismic exploration based on elastic wave propagation in the earth is one of the main geophysical method for imaging several physical properties of the earth such that P-wave and S-wave propagation velocities, density, attenuation and anisotropy. Three key issues of seismic imaging are the improvement of the spatial resolution of the tomographic models, imaging in three dimensions and the estimation of several classes of parameters. To reach these goals, we must take advantage of the evolution of the acquisition systems which evolve towards denser and longer multicomponent receiver arrays and broadband sources. Seismic imaging covers a broad spectrum of applications such as near surface imaging for geotechnical applications, oil exploration, crustal- and lithospheric-scale imaging for more academic concerns. The approach that we developed is based on the inversion of the full wavefield in the frequency domain. By full wavefield is meant the waveform (amplitude and phase) of all the recorded signals by opposition of traveltimes of a limited subset of arrivals in more conventional tomographic approach. This method is more specifically developed for dense wide-aperture (or global offset) acquisition geometries which are conventionally carried out with an array of multicomponent land or marine stations and which allow to record waves having propagated with a broad range of incidence angles. In such context, a resolution analysis of seismic imaging reveals that inversion of few discrete frequencies is enough to develop a reliable image of the medium. Moreover, these discrete frequencies can be inverted successively rather than simultaneously in the frame of a multiresolution imaging scheme which helps to mitigate the non linearity of the inverse problem. A key ingredient of inversion algorithm is wave propagation modeling. We used a finite-difference (FD) frequency-domain which is suitable for multiple-source simulation and implementation of attenuation effects in the wave propagation. We illustrate these methodological concepts with a synthetic and real data examples.

1 Méthode

1.1 Problème direct

Considérons l’équation d’onde acoustique en 2D dans le domaine fréquentiel,

$$\frac{\omega^2}{\kappa(x,z)}P(x,z,\omega) + \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{1}{\rho(x,z)} \frac{\partial P(x,z,\omega)}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{1}{\rho(x,z)} \frac{\partial P(x,z,\omega)}{\partial z} \right) = -S(x,z,\omega), \quad (1)$$

où ρ est la densité, κ le module de rigidité, ω la fréquence angulaire, P la pression et S la source. La relation linéaire

entre le champ de pression et la source permet d’écrire l’équation 1 sous forme matricielle

$$\mathbf{A} \mathbf{p} = \mathbf{s} \quad (2)$$

où la coefficients de la matrice d’impédance \mathbf{A} dépendent non linéairement des propriétés du milieu que nous cherchons à reconstruire et de la fréquence modélisée. Nous résolvons le système 2 avec un solveur direct massivement parallèle (Amestoy et al., 2006) pour obtenir rapidement la solution pour des seconds membres (i.e., de sources) multiples une fois que \mathbf{A} a été factorisée. Ceci est crucial

pour des applications tomographiques. L'équation 1 est discrétisée avec la méthode aux DF fréquence-espace des grilles combinées permettant la discrétisation de la matrice \mathbf{A} avec 4 points par longueur d'onde (Hustedt et al., 2004). Cette règle de discrétisation est optimale dans la perspective de l'inversion des formes d'onde dont la résolution maximale théorique est une demi longueur d'onde (Sirgue and Pratt, 2004).

1.2 Problème inverse

Le problème inverse est résolu par une méthode de plus grande pente. La norme \mathcal{L}_2 pondérée du vecteur résidu, $\mathcal{C}(\mathbf{m}) = \Delta \mathbf{d}^\dagger \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}$, est minimisée au voisinage d'un modèle de départ \mathbf{m}_0 .

Le modèle de perturbation $\Delta \mathbf{m}$ est recherché dans la direction opposée au gradient de la fonction coût

$$\Delta \mathbf{m} = -\alpha \nabla_{\mathbf{m}} \mathcal{C} = -\alpha \text{Re}\{\mathbf{J}_0^t \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}^*\} \quad (3)$$

où \mathbf{J}_0 est la matrice des dérivés de Fréchet et α un pas de descente.

Les dérivés de Fréchet sont exprimées en dérivant l'équation 2 par rapport aux paramètres du modèle

$$\frac{\partial \mathbf{p}}{\partial m_i} = -\mathbf{A}^{-1} \frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i} \mathbf{p} \quad (4)$$

où \mathbf{p} est le champ de pression émis par une source (Pratt et al., 1998). Les colonnes de la matrice \mathbf{A}^{-1} sont les fonctions de Green. Les dérivés de Fréchet correspondent au champ diffracté par les perturbations manquantes. Le terme $\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i} \mathbf{p}$ dans l'équation 4 constitue la source (secondaire) diffractante située en m_i et dont le rayonnement est donné par $\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i}$. En insérant l'expression des dérivés de Fréchet dans (3), et en exploitant la réciprocity des fonctions de Green, $\mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A}^{-1^t}$, on obtient la perturbation à un point i du modèle

$$\Delta m_i = -\alpha \text{Re} \left\{ \mathbf{p}^t \left[\frac{\partial \mathbf{A}}{\partial m_i} \right]^{-1} \mathbf{A}^{-1} \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}^* \right\} \quad (5)$$

L'équation 5 montre que le modèle de perturbation est construit par convolution à décalage nul entre le champ incident \mathbf{p} et les résidus rétropropagés $\mathbf{A}^{-1} \mathbf{W}_d \Delta \mathbf{d}^*$ (Tarantola, 1984; Lailly, 1984). Le gradient nécessite la résolution de deux problèmes directs pour le calcul du champ incident et de la rétropropagation des résidus. Le gradient est par ailleurs préconditionné par les termes diagonaux du Hessien approché $\mathbf{J}_0^t \mathbf{W}_d \mathbf{J}_0^*$ et lissé avec un filtre Gaussien. Notons que l'équation 5 correspond à la contribution d'une seule source sismique et d'une seule fréquence. La prise en compte de plusieurs sources est obtenue par simple sommation des contributions élémentaires de chaque source. Lorsque des dispositifs grand-angle sont considérés, l'inversion n'est appliquée qu'à quelques fréquences. Une approche multirésolution consiste à inverser ces fréquences séquentiellement en procédant des basses vers les hautes fréquences. Cette approche hiérarchique favorise la gestion de la non linéarité du problème inverse en injectant progressivement des nombres d'onde de plus en plus élevés dans le modèle (Pratt et al., 1998). Une approche alternative est d'inverser simultanément toutes

les fréquences ce qui peut s'avérer nécessaire lorsque des phénomènes physiques dépendant de la fréquence (dispersion, atténuation) doivent être pris en compte. Dans ce cas, la prise en compte simultanée de chaque fréquence dans l'inversion est implémentée par simple sommation sur les fréquences dans l'équation 5. L'inversion est itérée non linéairement : le modèle final d'une itération est utilisé comme modèle initial pour l'itération suivante.

1.3 Analyse de résolution et sélection des fréquences inversées

Les fréquences inversées peuvent être sélectionnées à partir de la relation

$$\mathbf{k} = \frac{2f}{c} \cos(\theta/2) \tilde{\mathbf{q}}, \quad (6)$$

où \mathbf{k} est le vecteur nombre d'onde imagé localement, f est la fréquence, c est la vitesse de propagation locale, θ est l'angle de diffraction ou ouverture angulaire (Wu and Töksoz, 1987). Le paramètre θ et l'orientation du vecteur unitaire $\tilde{\mathbf{q}}$ sont donnés sur la Figure 1 dans le cas d'ondes planes monochromatiques. La théorie de la tomographie en diffraction permet de démontrer que la reconstruction tomographique s'exprime par une transformation de Fourier inverse par rapport au vecteur \mathbf{k} dont l'expression en fonction de la fréquence et de l'angle de diffraction est donnée par l'équation 6. L'équation 6 montre que la résolution de l'imagerie (i.e., sa capacité à échantillonner un spectre d'amplitude aussi large que possible de nombres d'onde) dépend de la bande passante de la source et de l'échantillonnage des ouvertures angulaires θ fourni par le dispositif d'acquisition. Le spectre de phase du vecteur \mathbf{k} illustré par l'orientation du vecteur $\tilde{\mathbf{q}}$ sur la Figure 1 contrôle avec quelle résolution des structures de géométrie plus ou moins complexe peuvent être imagées (par exemple, réflecteurs pentés en sismique de surface). Les coefficients de la série de Fourier sont les résidus.

L'intervalle entre fréquences inversées doit permettre un échantillonnage suffisant fin des nombres d'onde pour éviter le repliement spatial des structures imagées tout en étant aussi grand que possible pour limiter le nombre de modélisations et d'inversions. Un critère possible est la suppression de la redondance de la couverture en nombre d'onde qui s'exprime par la condition $k_{max}(f) = k_{min}(f + \Delta f)$ où Δf est le pas d'échantillonnage en fréquence, k_{max} et k_{min} sont respectivement les nombres d'onde minimal et maximal imagés par les fréquences f et $f + \Delta f$ (Figure 2). Cela donne pour une réflexion sur un réflecteur horizontal $\Delta f < f \left(\frac{1}{\cos(\theta/2)} - 1 \right)$. On notera que cette relation n'est valable que pour des milieux de référence homogènes et ne fournit de ce fait qu'une estimation de Δf . On notera que, plus le dispositif d'acquisition échantillonne une bande d'ouvertures angulaires large, plus le pas d'échantillonnage en fréquence peut être augmenté. En sismique de surface, augmenter la couverture angulaire nécessite l'allongement des dispositifs de capteur tout en préservant l'intervalle entre capteurs. On notera également la dégradation de la résolution avec la profondeur.

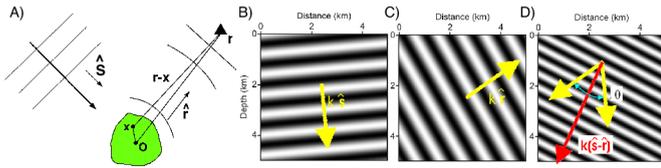


FIG. 1 – a) Diffraction en champ lointain. b) Onde plane incidente \mathbf{p} . c) Onde plane diffractée. d) Nombre d'onde \mathbf{k} imagé par la fréquence et l'ouverture θ défini par (a) et (b). Son module est donné par l'éq. 6.

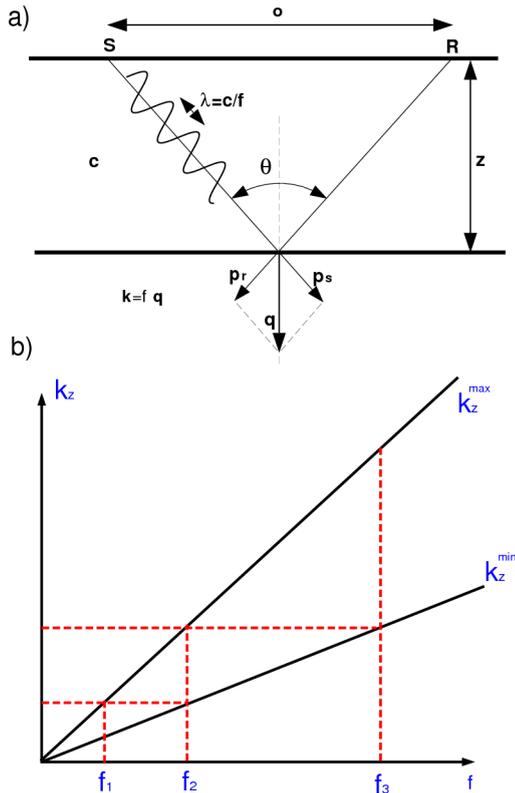


FIG. 2 – Réflexion sur un interface plan. Les paramètres contrôlant la résolution de l'imagerie sismique sont indiqués (S : source ; R : récepteur. f : fréquence ; o : offset ; λ : longueur d'onde ; θ : angle de diffraction ou ouverture ; k : nombre d'onde ; \mathbf{p} : vecteurs lents). b) Sélection des fréquences inversées telle que la redondance dans le domaine des nombres d'onde est supprimée (d'après Sirgue and Pratt (2004)).

2 Application

2.1 Cas d'un modèle synthétique réaliste

Nous illustrons la nature de l'information obtenue par inversion des formes d'onde en domaine fréquentiel à l'aide d'un exemple synthétique réaliste fourni par le modèle SEG/EAGE Overthrust (Aminzadeh et al., 1995) (Figure 3a). Ce modèle représente une structure terrestre érodée et affectée par une tectonique compressive illustrée par deux failles principales. La structure sédimentaire repose sur un socle marquant un niveau de décollement. Les dimensions

du modèle sont de 20 km x 4.65 km. Les vitesses de propagation varient entre 2.2 et 6 km/s. Notons une forte variabilité des vitesses en surface résultant de l'érosion de la structure. Le dispositif d'acquisition est constitué de 200 sources et récepteurs uniformément répartis en surface. Des données synthétiques pour sept fréquences comprises entre 3.5 Hz et 20 Hz ont été calculées dans le vrai modèle par méthode aux différences finies et ont été inversées successivement de manière non linéaire. Le modèle de départ est une version lissée du vrai modèle à l'exception des 100 premiers mètres en surface pour lesquels les vitesses du vrai modèle ont été insérées (Figure 3b). Les modèles obtenus à l'issue de l'inversion des fréquences 3.5, 11 et 20 Hz sont présentés sur les Figures 3(c-e). Le caractère hiérarchique de l'imagerie est illustré par l'amélioration de la résolution des modèles au fur et à mesure que la fréquence augmente. Le modèle final reproduit quantitativement l'ensemble des structures présentes dans le vrai modèle avec un léger effet de filtre passe-bas résultant de la bande passante limitée de la source. L'imagerie a dans ce cas idéal convergé vers le vrai modèle en raison de la précision du modèle de vitesse qui intègre les grandes longueurs d'onde du modèle dans sa structure profonde et les 100 premiers mètres fortement hétérogènes du vrai modèle. Pour ce cas d'étude précis, nous ne sommes toujours pas parvenu à obtenir une image satisfaisante du milieu en partant d'un modèle de départ n'intégrant pas la vraie subsurface en raison d'instabilités survenant dans la partie superficielle du milieu. Cela s'explique par la difficulté de préconditionner le gradient de la fonction coût dans le cas où les sources et les récepteurs sont situés dans des parties fortement hétérogènes du milieu.

2.2 Application à des données marines enregistrées par des stations sismiques sous-marines

L'approche décrite ci-dessus a été appliquée à des données marines enregistrées par 100 stations sismiques sous-marines pour l'imagerie de la structure crustale d'une zone de subduction au Japon le long d'un profil de 105 km de long (Operto et al., 2006). Chaque capteur constitué par un géophone vertical a enregistré 1050 tirs émis par un dispositif de canons à air d'un volume total de 196 L (Figure 4a). Les données enregistrées par les géophones verticaux ont été modélisées durant l'inversion par des sismogrammes synthétiques en pression en remplaçant une source explosive par une force verticale dans le code de simulation en vertu de la réciprocité des fonctions de Green (Operto et al., 2006).

Treize fréquences ont été inversées séquentiellement entre 3 et 15 Hz pour imaginer la vitesse de propagation des ondes P dans le cadre de l'approximation acoustique. Vingt itérations ont été calculées par fréquence fournissant ainsi 260 modèles tomographiques de résolution croissante. Le modèle initial pour l'inversion des formes d'onde a été déterminé par inversion des temps de trajet. La réduction de la fonction coût pour chaque OBS est en moyenne de 50 % à la fréquence dominante de 5 Hz. La résolution spatiale des modèles estimée à 500 mètres a été améliorée par plus

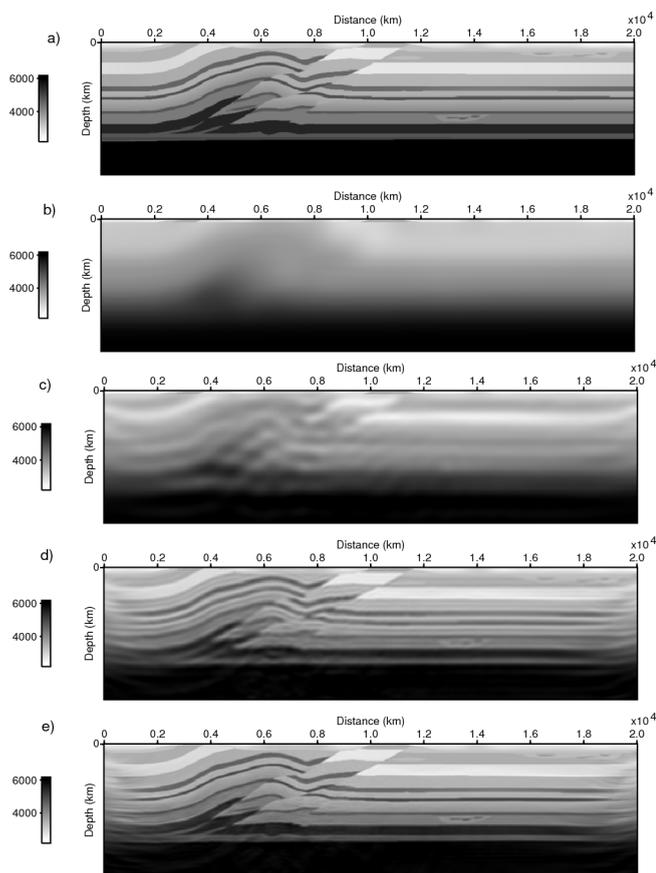


FIG. 3 – (a) Coupe du modèle Overthrust. (b) Modèle de départ lisse pour l'inversion. (c-e) Modèles de vitesses obtenus à l'issue de l'inversion successive des fréquences 3.5 Hz, 11 Hz et 20 Hz.

d'un ordre de grandeur comparativement à celle obtenue par inversion des temps de trajet (Figure 4). Les structures interprétées sur les images tomographiques ont été notamment validées *a posteriori* par tracé de rayons pour corréliser ces structures tectoniques avec leur signature sismique dans les données. Plus de détails sur les résultats de ce cas d'étude sont fournis dans Operto et al. (2006).

3 Conclusion

Les méthodes d'inversion 2D des formes d'onde en domaine fréquentiel sont particulièrement performantes lorsqu'elles sont appliquées à des dispositifs d'acquisition grand-angle tant d'un point de vue calculatoire (rapidité des simulations multi-source, décimation du volume de données inversées) que d'un point de vue de l'imagerie *sensu stricto* (régularisation et préconditionnement du problème inversion *via* une approche hiérarchique multirésolution. Les enjeux actuels concernent la faisabilité de l'extension 3D de cette approche (coût du problème direct) et ainsi que la caractérisation de plusieurs classes de paramètres tels que la densité, la vitesse de cisaillement, l'atténuation et l'anisotropie. Ces problématiques sont actuellement abordées au sein du projet SEISCOPE (<http://geoazur.unice.fr/SEISCOPE>).

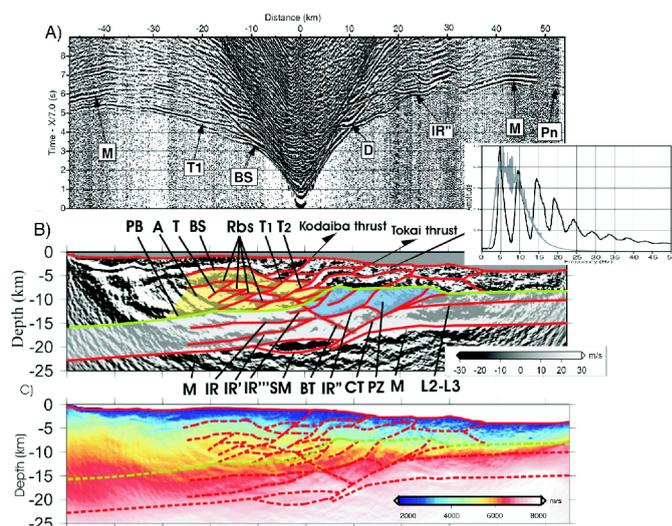


FIG. 4 – (A) Sismogrammes enregistrés par un capteur. (B) Modèle de perturbations de vitesse à l'issue de l'inversion de la fréquence 15 Hz. Une interprétation structurale est superposée. (C) Modèle de vitesse final (15 Hz). L'encart est le spectre d'amplitude des données avant (noir) et après (gris) blanchiment.

Références

- Amestoy, P. R., Guermouche, A., L'Excellent, J. Y., and Pralet, S. (2006). Hybrid scheduling for the parallel solution of linear systems. *Parallel computing*, 32 :136–156.
- Aminzadeh, F., Burehard, N., Nicoletis, L., Rocca, F., and Wyatt, K. (1995). SEG/EAGE 3-D modeling project : Third report. *The Leading Edge*, 14 :125–128.
- Hustedt, B., Operto, S., and Virieux, J. (2004). Mixed-grid and staggered-grid finite difference methods for frequency-domain acoustic wave modelling. *Geophysical Journal International*, 157 :1269–1296.
- Lailly, P. (1984). *The seismic inverse problem as a sequence of before stack migrations*. In *inverse scattering theory and applications*, SIAM Philadelphia.
- Operto, S., Virieux, J., Dessa, J. X., and Pascal, G. (2006). Crustal imaging from multifold ocean bottom seismometers data by frequency-domain full-waveform tomography : application to the eastern nankai trough. *Journal of Geophysical Research*, 111(B09306) :doi:10.1029/2005JB003835.
- Pratt, R. G., Shin, C., and Hicks, G. J. (1998). Gauss-newton and full newton methods in frequency-space seismic waveform inversion. *Geophys. J. Int.*, 133 :341–362.
- Sirgue, L. and Pratt, R. G. (2004). Efficient waveform inversion and imaging : a strategy for selecting temporal frequencies. *Geophysics*, 69 :231–248.
- Tarantola, A. (1984). Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation. *Geophysics*, 49(8) :1259–1266.
- Wu, R.-S. and Tököz, M. N. (1987). Diffraction tomography and multisource holography applied to seismic imaging. *Geophysics*, 52 :11–25.