

Superrésolution aveugle d'images par la méthode des sous-espaces

Muriel GASTAUD, Saïd LADJAL, Henri MAÎTRE

GET/ENST TSI

46, rue Barrault, 75634, Paris, France

prénom.nom@enst.fr

financé par la fondation d'entreprises EADS

Résumé — Dans ce travail nous présentons une méthode de superrésolution aveugle qui permet de reconstituer une image à haute résolution à partir d'images à basse résolution qui ont été acquises par l'intermédiaire de filtres inconnus. On utilise pour cela la méthode dite des sous-espaces qui permet à partir d'un ensemble d'observations de retrouver les filtres qui les ont générées sans faire d'hypothèse sur la source.

Abstract — In this work, we present a method for solving the blind superresolution problem. A set of images, acquired from the same scene through various unknown filters, is used to reconstruct a high resolution image. We use the subspace method to estimate the unknown filters. It consists in the study of the second order statistics of the different observations in order to recover the filters. We show how to specify this method in the context of superresolution.

Introduction

Le but de la superrésolution est de reconstruire une image à haute résolution à partir d'images basse résolution d'une même scène. Chaque image est acquise avec un certain filtre qui, dans le cas le plus simple de la superrésolution, est connu. Dans ce cas, la superrésolution se résume à un classique problème inverse. Si les filtres sont inconnus, on parle alors de superrésolution aveugle. Nous nous plaçons dans ce cas de figure qui est le cas le plus général. Notre approche se décompose en deux étapes. Dans un premier temps, nous cherchons à estimer les filtres. Pour ce faire, nous utilisons la méthode des sous-espaces qui permet à partir de différentes observations d'un même signal de retrouver les filtres qui ont donné chaque observation. Nous montrons que, dans le contexte de la superrésolution, le problème de l'estimation des filtres est intrinsèquement ambigu. Cependant, nous proposons de poser des *a priori* de régularité sur les filtres ou sur les images qui permettent de lever l'ambiguïté. La seconde étape consiste à reconstruire l'image haute résolution à partir des images à basse résolution et des filtres estimés, et ce en minimisant une fonctionnelle régularisante.

La méthode des sous-espaces est présentée dans la partie 1 de cet article. Dans la partie 2, nous proposons une méthode pour lever l'ambiguïté sur les filtres. Enfin, la partie 4 présente la dernière étape de l'algorithme qui consiste à appliquer une méthode classique d'inversion de problèmes mal posés pour revenir à l'image de haute résolution.

1 La méthode des sous-espaces

Les méthodes des sous-espaces ont été introduites par [4] et développées dans de nombreux articles [1, 2, 3, 5]. Nous

présentons brièvement, dans le cas des images, la méthode des sous-espaces telle qu'introduite dans [3] pour les signaux 1D. Cette méthode d'identification aveugle de filtres utilise des statistiques du second ordre. Elle repose sur la détermination des sous-espaces signal et bruit à partir de la décomposition en valeurs propres de la matrice d'autocorrélation des images en sortie du système, et exploite l'orthogonalité de ces sous-espaces pour définir une forme quadratique dont la minimisation sous contrainte permet d'identifier les filtres.

Les L images observées sont modélisées comme les sorties bruitées d'un système RIF \mathcal{H} d'entrée D :

$$X = \mathcal{H}D + B \quad (1)$$

- où : X représente les L images observées X^l empilées, $l = 1 : L$, ou, plus exactement, l'écriture sous forme d'un vecteur colonne d'une fenêtre d'étude de taille (N_y, N_x) extraite de chacune des images observées

$$X^l = [x^l(N_y - 1, N_x - 1) \ x^l(N_y - 2, N_x - 1) \ \cdots \ x^l(0, 0)]^T \quad (2)$$

- D est la représentation vectorielle de la fenêtre d'étude correspondante dans l'image originale :

$$D = [d(N_y + M_y - 2, N_x + M_x - 2) \ \cdots \ d(0, 0)]^T \quad (3)$$

- \mathcal{H} est l'empilement de chacune des L matrices de filtrage \mathcal{H}^l , Toeplitz par blocs, associées aux filtres H^l

$$H^l = \begin{pmatrix} h^l(0, 0) & \cdots & h^l(0, M_x - 1) \\ \vdots & & \vdots \\ h^l(M_y - 1, 0) & \cdots & h^l(M_y - 1, M_x - 1) \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$\text{i.e.} \quad \mathcal{H}^l = \begin{pmatrix} \mathcal{H}_0^l & \cdots & \mathcal{H}_{M_x-1}^l & 0 \\ \vdots & & \vdots & \\ 0 & \mathcal{H}_0^l & \cdots & \mathcal{H}_{M_x-1}^l \end{pmatrix} \quad (5)$$

où \mathcal{H}_j^l est la matrice Toeplitz de taille $(N_y, N_y + M_y - 1)$ associée à la j^{eme} colonne de H^l :

$$\mathcal{H}_j^l = \begin{pmatrix} h^l(0, j) & \dots & h^l(M_y - 1, j) & 0 \\ \vdots & & \vdots & \\ 0 & h^l(0, j) & \dots & h^l(M_y - 1, j) \end{pmatrix} \quad (6)$$

\mathcal{H}^l est formée de N_x lignes de blocs et $N_x + M_x - 1$ colonnes de blocs de taille $(N_y, N_y + M_y - 1)$.

– et B est un bruit blanc supposé décorrélé de D .

Notons R_X la matrice d'autocorrélation des sorties X :

$$R_X = E(XX^T) \quad (7)$$

où E est l'espérance. Nous déduisons de l'équation (1) :

$$R_X = \mathcal{H}R_D\mathcal{H}^T + R_B \quad (8)$$

où R_D et R_B représentent respectivement les matrices d'autocorrélation de l'entrée D et du bruit B .

Sous les hypothèses suivantes :

1. \mathcal{H} est de rang plein en colonne, une condition nécessaire étant : $LN_xN_y > (N_x + M_x - 1)(N_y + M_y - 1)$
2. et R_D est de rang plein,

nous pouvons déduire de l'équation (8) que la partie signal de la matrice d'autocorrélation R_X , c'est-à-dire $\mathcal{H}R_D\mathcal{H}^T$, est de rang $d_H = (N_x + M_x - 1)(N_y + M_y - 1)$.

À partir de la décomposition en valeurs propres de R_X , nous obtenons la décomposition de l'espace entre les sous-espaces signal et bruit. Les vecteurs propres correspondants aux d_H plus grandes valeurs propres de R_X engendrent le sous-espace signal, tandis que les vecteurs propres correspondants aux $LN_xN_y - d_H$ plus petites valeurs propres engendrent son orthogonal, le sous-espace bruit. Le sous-espace signal est aussi l'espace engendré par les colonnes de la matrice de filtrage \mathcal{H} .

Par orthogonalité entre les sous-espaces bruit et signal, chaque vecteur du sous-espace bruit est orthogonal aux colonnes de la matrice de filtrage. Notons G_i l'un des $LN_xN_y - d_H$ vecteurs propres du sous-espace bruit, la condition d'orthogonalité s'écrit :

$$G_i^T \mathcal{H} = \mathbf{0}_{(1, d_H)} \quad (9)$$

Comme nous ne pouvons qu'estimer la matrice d'autocorrélation, la condition d'orthogonalité se résout au sens des moindres carrés en minimisant, sous la contrainte $\int H^l(x) dx = 1$, la forme quadratique :

$$q(\mathcal{H}) = \sum_{i=0}^{LN_xN_y - d_H - 1} |G_i^T \mathcal{H}|^2 \quad (10)$$

Le lemme de structure suivant va nous permettre d'exprimer cette forme quadratique, non plus en fonction de la matrice de filtrage, mais en fonction des filtres.

Lemme 1 : $\exists \mathcal{G}_i$ tq $G_i^T \mathcal{H} = H^T \mathcal{G}_i$ (11)

On peut trouver une preuve de ce lemme dans [3]. Dans cette expression, la matrice \mathcal{G}_i , pour $i = 0 : LN_xN_y - d_H - 1$, de taille (LM_yM_x, d_H) , est construite comme suit : chaque vecteur propre du sous-espace bruit G_i est découpé en L vecteurs G_i^l de taille $(N_yN_x, 1)$; chaque partie G_i^l est vue comme la formulation vectorielle de la matrice :

$$\begin{pmatrix} g_i^l(0, 0) & \dots & g_i^l(0, N_x - 1) \\ \vdots & & \vdots \\ g_i^l(N_y - 1, 0) & \dots & g_i^l(N_y - 1, N_x - 1) \end{pmatrix} \quad (12)$$

la matrice \mathcal{G}_i^l est alors définie comme la « matrice de filtrage » associée au filtre G_i^l (voir (5) et (6)); \mathcal{G}_i est un empilement des L matrices \mathcal{G}_i^l . La forme quadratique s'exprime donc directement à partir des coefficients des filtres :

$$q(H) = H^T \mathbb{Q} H \quad \text{avec} \quad \mathbb{Q} = \sum_{i=0}^{LN_xN_y - d_H - 1} \mathcal{G}_i \mathcal{G}_i^T \quad (13)$$

Les coefficients des filtres sont identifiés à une constante près par le vecteur propre associé à la plus petite valeur propre de \mathbb{Q} .

2 Sous-espaces et sous-échantillonnage

2.1 Extension des sous-espaces

La superrésolution est l'estimation d'une image restaurée de haute résolution à partir de plusieurs images floues, bruitées et de basse résolution. L'utilisation de la méthode des sous-espaces pour la superrésolution nécessite de reprendre les différentes étapes de la méthode en considérant les images en sorties du système comme des sous-échantillonnées des images filtrées, ce qui traduit le passage de la haute résolution à la basse résolution et permet de prendre en compte le repliement spectral.

Nous supposons donc que l'image originale recherchée est filtrée par L filtres haute résolution, puis bruitée, et enfin sous-échantillonnée d'un facteur P , ce qui donne L images en sorties, les L images observées. Étendons la méthode des sous-espaces à ce cas, afin de pouvoir estimer en aveugle les coefficients des L filtres.

Chaque image observée, notée X^l pour $l = 1 : L$ est donc considérée tout d'abord comme une sortie bruitée d'un système RIF \mathcal{H}^l d'entrée D (voir la section 1) :

$$X^l = \mathcal{H}^l D + B^l \quad (14)$$

Puis, les sorties sont sous-échantillonnées d'un facteur P :

$$X_{LR}^l = \mathcal{H}_{LR}^l D + B_{LR}^l \quad (15)$$

- où X_{LR}^l est une composante sous-échantillonnée de X^l , de taille $(n_x n_y, 1)$, avec $n_x = \frac{N_x}{P}$ et $n_y = \frac{N_y}{P}$,
- D est semblable au vecteur de l'équation (14), dont on aurait tronqué la fenêtre d'étude de ses $P - 1$ dernières lignes et colonnes,
- \mathcal{H}_{LR}^l s'obtient en ne gardant qu'une ligne toutes les P de la matrice de filtrage \mathcal{H}^l , et est de taille $(n_x n_y, d_h)$, avec $d_h = P^2(n_x + m_x - 1)(n_y + m_y - 1)$, $m_x = \frac{M_x}{P}$ et $m_y = \frac{M_y}{P}$, une fois supprimées les colonnes nulles.

En permutant convenablement les colonnes de \mathcal{H}_{LR}^l (et les lignes de D en conséquence) dans l'équation (15), les images observées sous-échantillonnées s'écrivent en fonction des différentes sous-échantillonnées de l'entrée :

$$X_{LR}^l = (\mathcal{H}_{0,0}^l \quad \mathcal{H}_{0,1}^l \quad \dots \quad \mathcal{H}_{P-1,P-1}^l) \begin{pmatrix} D_{0,0} \\ \vdots \\ D_{P-1,P-1} \end{pmatrix} + B_{LR}^l \quad (16)$$

- où $D_{p1,p2}$ est une composante sous-échantillonnée de l'image originale D , c'est-à-dire, si

$$D = \begin{pmatrix} d_{0,0} & \dots & d_{0,S_x-1} \\ \vdots & & \vdots \\ d_{S_y-1,0} & \dots & d_{S_y-1,S_x-1} \end{pmatrix} \quad (17)$$

avec $S_y = N_y + M_y - 1$ et $S_x = N_x + M_x - 1$,
alors, pour tous $p1, p2 = 0 : P - 1$,

$$D_{p1, p2} = \begin{pmatrix} d_{p1, p2} & \cdots & d_{p1, p2 + (s_x - 1)P} \\ d_{p1+P, p2} & \cdots & d_{p1+P, p2 + (s_x - 1)P} \\ \vdots & & \vdots \\ d_{p1+(s_y-1)P, p2} & \cdots & d_{p1+(s_y-1)P, p2 + (s_x - 1)P} \end{pmatrix} \quad (18)$$

avec $s_y = n_y + m_y - 1$ et $s_x = n_x + m_x - 1$,

– et $\mathcal{H}_{p1, p2}^l$ est la matrice de filtrage Toeplitz par blocs de taille $(n_y n_x, s_y s_x)$ du filtre

$$H_{p1, p2}^l = \begin{pmatrix} h_{p1, p2}^l & \cdots & h_{p1, p2 + (m_x - 1)P}^l \\ h_{p1+P, p2}^l & \cdots & h_{p1+P, p2 + (m_x - 1)P}^l \\ \vdots & & \vdots \\ h_{p1+(m_y-1)P, p2}^l & \cdots & h_{p1+(m_y-1)P, p2 + (m_x - 1)P}^l \end{pmatrix} \quad (19)$$

l'une des P^2 composantes polyphases du filtre haute résolution H^l (voir (4)).

En empilant les contributions de chaque sortie, pour $l = 1 : L$, nous obtenons le modèle suivant :

$$\begin{pmatrix} X_{LR}^1 \\ \vdots \\ X_{LR}^L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathcal{H}_{0,0}^1 & \cdots & \mathcal{H}_{P-1, P-1}^1 \\ \vdots & & \vdots \\ \mathcal{H}_{0,0}^L & \cdots & \mathcal{H}_{P-1, P-1}^L \end{pmatrix} \begin{pmatrix} D_{0,0} \\ \vdots \\ D_{P-1, P-1} \end{pmatrix} + B_{LR} \quad (20)$$

Le problème de superrésolution s'écrit à présent comme un problème à entrées multiples et à sorties multiples.

2.2 Limite des sous-espaces

Dans cette section, nous allons montrer que dans un cadre de superrésolution la méthode des sous-espaces ne permet pas déterminer directement les filtres, mais de les identifier à une matrice de démultiplexage près.

Soit R_X^{LR} la matrice d'autocorrélation des L images sous-échantillonnées X_{LR}^l . En appliquant la méthode des sous-espaces, nous déterminons le sous-espace bruit, engendré par les $Ln_y n_x - d_h$ vecteurs propres associés aux valeurs propres les plus petites de R_X^{LR} . La condition d'orthogonalité entre les sous-espaces signal et bruit s'écrit :

$$\begin{pmatrix} G_i^T \\ (1, Ln_y n_x) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathcal{H}_{p1, p2} \\ (Ln_y n_x, s_y s_x) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{0}_{(1, s_y s_x)} \\ (1, s_y s_x) \end{pmatrix} \quad (21)$$

pour $i = 0 : Ln_y n_x - d_h - 1$, et où $\mathbf{0}_{(1, s_y s_x)}$ est le vecteur nul de taille $(1, s_y s_x)$, et $\mathcal{H}_{p1, p2}$ une colonne de blocs de la matrice de filtrage de l'équation (20).

Le lemme de structure (11) nous permet d'exprimer la condition d'orthogonalité en fonction des composantes polyphases des filtres au lieu des colonnes de blocs de la matrice de filtrage :

$$\mathbb{H}_{p1, p2}^T \mathcal{G}_i = \mathbf{0}_{(1, s_y s_x)} \quad \text{avec} \quad \mathbb{H}_{p1, p2} = \begin{pmatrix} H_{p1, p2}^1 \\ \vdots \\ H_{p1, p2}^L \end{pmatrix} \quad (22)$$

où \mathcal{G}_i est la matrice de filtrage de taille $(Lm_y m_x, s_y s_x)$ définie à partir des vecteurs propres G_i , et $p1, p2 = 0 : P - 1$. En empilant les contributions de chaque composante polyphase des filtres haute résolution, nous obtenons :

$$\mathbb{H}^T \mathcal{G}_i = \mathbf{0}_{(P^2, s_y s_x)} \quad \text{avec} \quad \mathbb{H} = (\mathbb{H}_{0,0} \cdots \mathbb{H}_{P-1, P-1}) \quad (23)$$

La minimisation de la forme quadratique associée à la condition d'orthogonalité donne un ensemble solution de

P^2 vecteurs, noté \mathbb{V} . Ces vecteurs ne sont pas distinguables du point de vue de cette forme quadratique, c'est-à-dire qu'on ne peut différencier les composantes polyphases entre elles. En effet, chaque colonne de \mathbb{V} minimise la forme quadratique, donc \mathbb{H} est une combinaison linéaire des P^2 colonnes de \mathbb{V} . Les filtres \mathbb{H} ne peuvent être identifiés qu'à une matrice de démultiplexage près, matrice inversible de taille (P^2, P^2) , et notée \mathbb{M}_X :

$$\mathbb{H} = \mathbb{V} \mathbb{M}_X \quad (24)$$

Les méthodes de séparation de sources utilisées pour estimer une telle matrice [1, 2] font habituellement l'hypothèse que les entrées du système sont décorrélatées. Ces méthodes ne peuvent s'appliquer dans le cas de la superrésolution, car les entrées sont les différentes sous-échantillonnées d'une même image, et sont donc fortement corrélées (voir eq. 20).

3 Matrice de démultiplexage

La détermination de la matrice \mathbb{M}_X apparaît comme une étape nécessaire pour retrouver les filtres. Dans ce but, nous proposons deux critères afin de lever l'ambiguïté sur les filtres. Dans ce qui suit, et afin d'alléger les notations, nous adoptons une notation continue et monodimensionnelle. Le signal d'origine est vu comme un signal de taille infinie échantillonné à la période 1. Sa transformée de Fourier vit dans $[-1/2, 1/2]$ alors que celle des signaux sous-échantillonnés dans un rapport P est dans $[-1/(2P), 1/(2P)]$. Les \tilde{H}^l sont les filtres que nous cherchons à estimer.

Hypothèse de régularité des filtres : Tout d'abord nous allons choisir les filtres \tilde{H}^l de manière à minimiser une certaine mesure de régularité. Nous avons choisi d'utiliser la semi-norme du carré de la norme du gradient (norme \mathbb{H}_1). D'autres normes ont été proposées qui n'ont pas l'inconvénient de flouter les discontinuités. Citons, entre autres, la semi-norme de la variation totale [6]. Cependant, grâce à la méthode des sous-espaces, nos filtres sont contraints de vivre dans un espace affine de petite dimension (i.e. l'intersection de l'image du s.e.v. engendré par l'équation (24) intersecté avec l'espace affine défini par la contrainte $\int H^l(x) dx = 1$ pour tout l). Ceci nous permet de négliger l'effet de floutage introduit par la semi-norme \mathbb{H}_1 , tout en bénéficiant de sa simplicité de mise en œuvre. Nous proposons donc, comme premier critère à minimiser :

$$J_1(\tilde{H}^1, \dots, \tilde{H}^L) = \sum_l \int \left\| \nabla \tilde{H}^l \right\|_2^2. \quad (25)$$

Critère de ressemblance des images doublement filtrées : Le second critère que nous proposons part d'une constatation très simple. Soient une image X filtrée par deux filtres H^1 et H^2 , X^1 et X^2 les deux observations correspondantes, et \tilde{H}^1 et \tilde{H}^2 deux filtres candidats. Alors, il est clair que X^1 filtrée par \tilde{H}^2 doit être égale à X^2 filtrée par \tilde{H}^1 . Cette constatation nous mène à minimiser la fonctionnelle suivante :

$$J_2(\tilde{H}^1, \dots, \tilde{H}^L) = \sum_{k, l=1}^{k, l=L} \left\| \tilde{H}^l * X^k - \tilde{H}^k * X^l \right\|_2^2. \quad (26)$$

Notons que le repliement de spectre qui affecte les observations rend notre remarque précédente théoriquement fautive. Cependant les images ont une partie très importante de leur énergie dans la partie basse fréquence du spectre. Ceci oblige les filtres minimiseurs à égaliser la partie basse fréquence des images observées. Notons, enfin, que les deux fonctionnelles J_1 et J_2 sont deux formes quadratiques en fonction des \tilde{H}^l et sont très facilement minimisables sous les contraintes (24) et $\int H^l(x)dx = 1$.

4 Restauration d'images

Une fois que les filtres ont été déterminés, nous pouvons retrouver l'image d'origine, notée \tilde{D} . Nous faisons cela de manière très classique en minimisant une fonctionnelle qui comporte deux termes, le premier d'attache aux données et le second de régularisation :

$$J_3(\tilde{D}) = \sum_{l=1}^L \left\| S_P(\tilde{D} * \tilde{H}_l) - X_l \right\|_2^2 + \lambda \int \left\| \nabla \tilde{D} \right\|_2^2, \quad (27)$$

où S_P est l'opérateur de sous-échantillonnage dans un rapport P dans chaque dimension. La minimisation de J_3 requiert l'inversion d'un système linéaire de taille $P^2 \times P^2$ pour chaque composante du spectre de l'image à retrouver.

Expériences : Afin de pouvoir mesurer la précision sur les filtres retrouvés nous devons connaître les filtres originaux parfaitement. Nous avons filtré une image par $L = 6$ filtres gaussiens d'écart-type 0, 7; 0, 9; 1, 0; 1, 1; 1, 3; 1, 5 fenêtrés sur une fenêtre 6×6 et dont le centre est choisi aléatoirement dans le carré 4×4 central de la fenêtre¹. Le sous-échantillonnage a été fait dans un rapport $P = 2$. La minimisation de J_1 nous permet de reconstruire les filtres avec un PSNR (rapport de l'amplitude des filtres et de l'erreur quadratique moyenne) de 22, 12 dB. La minimisation de J_2 nous permet d'atteindre 21, 46 dB et le mélange optimal des deux fonctionnelles produit un résultat de 26, 17 dB. Nous ne proposons pas, pour l'instant, de stratégie pour déterminer le meilleur mélange possible de J_1 et J_2 .

Pour valider les filtres retrouvés nous les utilisons pour effectuer la superrésolution de l'image. Les résultats de cette superrésolution aveugle sont donnés à la figure 1. Nous obtenons un PSNR de 26 dB pour l'image restaurée.

5 Conclusion

Dans cet article, nous avons montré comment les méthodes des sous-espaces, utilisées habituellement pour l'identification aveugle des filtres, pouvaient être appliquées à la superrésolution aveugle. Dans ce cadre, les entrées sont les sous-échantillonnées de l'image originale et le problème de l'estimation des filtres est ambigu. Pour résoudre cette ambiguïté, nous faisons des hypothèses faibles sur les filtres, comme leur régularité, ce qui permet d'estimer un large

¹L'on pourrait objecter que l'image floutée avec un filtre d'écart-type 0, 7 n'est que très peu floue. Ce qui est vrai, mais ce faible flou ne fait que renforcer le repliement de spectre, qui est extrêmement fort dans ce cas.



FIG. 1 – En haut à gauche : la première image observée; en haut à droite : une interpolation bilinéaire de l'image observée; en bas à gauche : l'image restaurée; en bas à droite : l'image originale.

éventail de filtres différents tout en ayant réduit l'espace de recherche grâce à la méthode des sous-espaces. Enfin, une étape d'inversion de problème linéaire permet d'obtenir une image haute résolution restaurée de bonne qualité, comme l'attestent les résultats présentés.

Remerciements : Muriel Gastaud est financée par une bourse post-doctorale de la fondation d'entreprises EADS.

Références

- [1] K. Abed-Meraim et Y. Hua, « Blind identification of multi-input multi-output system using minimum noise subspace », *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol. 45, no. 1, pp. 254–258, 1997.
- [2] A. Gorokhov et P. Loubaton, « Subspace-based techniques for blind separation of convolutive mixtures with temporally correlated sources », *IEEE Trans. on circuits and systems-I : fundamental theory and applications*, vol. 44, pp. 813–820, 1997.
- [3] E. Moulines, P. Duhamel, J.-F. Cardoso, et S. Mayrargue, « Subspace methods for the blind identification of multi-channel FIR filters », *IEEE Trans. on Signal Proc.*, vol. 43, no. 2, pp. 516–525, 1995.
- [4] L. Tong, G. Xu, et T. Kailath, « A new approach to blind identification and equalization of multipath channels », dans *Asilomar Conf*, Pacific Grove, CA. 1991, pp. 856–860.
- [5] W. Wirawan, K. Abed-Meraim, H. Maître, et P. Duhamel, « Blind multichannel image restoration using subspace based method », dans *Proc. ICASSP*, Hong Kong. 2003, vol 5, pp. 9–12.
- [6] T.F. Chan et Chiu-Kwong Wong « Total variation blind deconvolution », dans *IEEE Trans. on Image Proc.*, vol 7, no 3, pp. 370–375, 1998.