

Détection de phase à très faible rapport signal à bruit à l'aide d'un code de parité

Mathieu DERVIN¹, Marie-Laure BOUCHERET², Gilles MESNAGER³, Alain DUCASSE³

¹ IRIT - ENST - TéSA

2 Rue Charles Camichel, BP 7122, 31071 Toulouse Cedex 7, France

² IRIT - ENSEEIHT

2 Rue Charles Camichel, BP 7122, 31071 Toulouse Cedex 7, France

³ALCATEL SPACE

26 av. Champollion, BP 1187, 31037 Toulouse, France

Mathieu.dervin@enst.fr

Résumé – De nombreuses études ont récemment montré l'avantage qu'on peut tirer du décodage canal pour l'amélioration de la synchronisation de phase porteuse à faible rapport signal à bruit. Lorsque la phase à estimer varie au court du temps (erreur de fréquence, bruit de phase), l'estimation de la phase avant la première étape de décodage pose toutefois problème lorsque les mots de code sont longs. Nous proposons ici un algorithme de synchronisation fondé sur l'introduction d'un code de parité simple et court. Nous montrons que pour une transmission continue et une modulation MDP8, le détecteur proposé permet de réduire sensiblement la gigue de phase à très faible point de fonctionnement et en présence de bruit de phase, par rapport aux algorithmes classiques. De faible complexité, il apparaît notamment bien adapté au contexte des télécommunications par satellite.

Abstract – The improvement of carrier phase synchronization through the use of channel decoding information has been recently widely studied. However, an initial synchronization step is necessary prior to the first decoding iteration. When the phase to estimate is not constant (due to frequency error or phase noise), this first step is problematic on relatively long coded words. In this paper we propose to add a short single parity-check code to the transmission scheme for the synchronization purpose. The proposed phase detector is based on the soft symbol decoding of the additional code. Our simulation results show that the proposed synchronization scheme outperforms the classical non data-aided and decision directed algorithms for continuous transmissions with 8PSK modulation, in presence of phase noise. It allows indeed to reduce the phase jitter in considerable proportions. Requiring few additional complexity, it seems well adapted to satellite continuous transmissions.

1 Introduction

L'apparition de codes correcteurs d'erreurs très puissants tels que les turbo-codes et les codes LDPC (*low-density parity-check codes*) a eu des conséquences considérables sur la conception de systèmes de télécommunications pour des applications grand public, où tout gain sur le rapport signal à bruit de la transmission se traduit par une baisse du coût des terminaux. Les nouveaux standards de diffusion multimédia par satellite (DVB-RCS, DVB-S2 [1]) font ainsi intervenir des schémas de codage très performants, associés à des points de fonctionnement très faibles. En particulier, la norme DVB-S2 propose un code LDPC de rendement 3/5 pour une modulation MDP8 au rapport signal à bruit $E_s/N_0 = 5.5 \text{ dB}$ sur le canal de transmission. Le problème de la synchronisation de porteuse est critique dans ce contexte : malgré la mauvaise qualité du signal reçu, sa démodulation doit être suffisamment précise pour que le décodeur puisse converger.

Il est possible d'exploiter la redondance sur les données introduite par le codage canal afin d'améliorer la synchronisation [2, 3, 4, 5]. En présence de turbo-codes ou de codes LDPC, on s'est logiquement intéressé à des schémas itératifs où estimation de la porteuse et décodage sont imbriqués [2, 3]. De tels schémas ont montré de bonnes performances, à condition toutefois que le signal ait été suffisamment bien démodulé à la

première itération pour permettre la convergence du décodeur. Ceci suppose que la phase à estimer est constante ou varie très faiblement, ce qui n'est pas le cas en pratique dans un contexte d'applications grand-public, où la contrainte de faible coût des terminaux se traduit notamment sur la précision des oscillateurs. En particulier dans des bandes de fréquences élevées (telles que la bande Ka envisagée pour de la diffusion multimédia), les imperfections des oscillateurs utilisés dans les terminaux utilisateurs se traduisent par du bruit de phase et une imprécision sur la fréquence porteuse. La variation de la phase qui en résulte ne peut pas être négligée sur des séquences codées relativement longues (8100 octets pour une trame DVB-S2). Il faut donc envisager une étape de synchronisation qui ne nécessite pas le décodage de la trame dans sa totalité. Pour cela, plusieurs approches sont possibles :

1 - Les techniques d'estimation classiques *non data aided* (NDA) et *decision directed* (DD) [6] n'exploitent aucune information de redondance pour la synchronisation de porteuse. A faible rapport signal à bruit, la gigue de phase en sortie de ce type d'estimateurs est trop importante pour garantir la convergence du décodeur.

2 - Les algorithmes dits *pilot aided* (PA), sont fondés sur la transmission de symboles de référence. Des symboles pilotes doivent être insérés dans les trames codées, en nombre suffi-

sant pour garantir une gigue acceptable, ce qui peut affecter fortement la capacité du système.

3 - Lorsqu'une information de décodage peut être obtenue à partir d'un nombre réduit de symboles reçus, on peut en tenir compte pour la synchronisation, tout en restant capable de suivre une variation de la phase relativement importante. En particulier, lorsque le codage canal met en jeu des codes convolutifs, des algorithmes utilisant des *tentative decisions* [4, 5] sur les symboles reçus ont montré de bonnes performances en présence de bruit de phase. En revanche, dans le cas général (par exemple, avec des codes LDPC), il n'est pas envisageable de décoder partiellement les données.

Afin d'assister la récupération de phase dans cette situation, nous nous proposons d'introduire dans la chaîne de transmission un code de parité simple et court [7]. Nous présentons ici un détecteur de phase qui tire profit de ce code supplémentaire. Nous traitons d'abord le problème du décodage souple d'une équation de parité à partir des symboles reçus. Introduite dans la vraisemblance de la phase, l'information de décodage permet d'obtenir un détecteur de phase relativement simple, que nous appellerons par la suite détecteur SDD (pour *soft decision directed*). Nous étudions ensuite les performances de ce détecteur dans des conditions réalistes, en prenant pour modèle l'interface-air définie par la norme DVB-S2 pour une transmission continue et une modulation de phase à 8 états (MDP8).

2 Détecteur de phase utilisant les équations de parité

On considère $k_p = 3p$ bits b_0, \dots, b_{3p-1} liés par une équation de parité : $b_0 \oplus \dots \oplus b_{3p-1} = 0$. Après codage bit/symbole, on obtient p symboles complexes, notés S_0, \dots, S_{p-1} . La somme modulo 2 des bits correspondant au symbole S_i est notée $\omega(S_i)$. Le canal additif gaussien peut être décomposé en deux composantes indépendantes de variance σ^2 . Les symboles reçus en sortie du filtre adapté sont notés y_0, \dots, y_{p-1} . En supposant la synchronisation d'horloge idéale, on a : $y_i = x_i e^{j\varphi} + g_i$, où φ représente l'erreur sur la phase porteuse (supposée constante sur les p symboles d'un mot de code) et g_i un échantillon de bruit gaussien.

On souhaite calculer les probabilités $P[S_i = s_k | y_0, \dots, y_{p-1}]$ pour chacun des symboles transmis $(S_i)_{i=0, \dots, p-1}$ et pour chaque symbole de la constellation $(s_k)_{k=0, \dots, 7}$.

Une démarche similaire à celle de Gallager dans ses travaux sur les codes LDPC [8] permet de montrer que :

$$P[S_i = s_k | y_0, \dots, y_{p-1}] = \begin{cases} P_{i,k} F_{i,0} & \text{si } \omega(s_k) = 0 \\ P_{i,k} F_{i,1} & \text{si } \omega(s_k) = 1 \end{cases} \quad (1)$$

où

$$P_{i,k} = \lambda \exp\left(-\frac{|y_i - s_k|^2}{2\sigma^2}\right) \quad (2)$$

$$F_{i,0} = \frac{1 + \prod_{j \neq i} (1 - 2\Psi_{j,1})}{2} \quad (3)$$

$$F_{i,1} = \frac{1 - \prod_{j \neq i} (1 - 2\Psi_{j,1})}{2} \quad (4)$$

avec

$$\Psi_{i,1} = \sum_{k | \omega(s_k) = 1} P_{i,k} \quad (5)$$

– $P_{i,k}$ représente la probabilité canal $P[y_i | S_i = s_k]$. Le facteur multiplicatif λ est déterminé selon l'hypothèse

$$\sum_{k=0}^7 P_{i,k} = 1 \quad (6)$$

– $F_{i,0}$ et $F_{i,1}$ représentent des probabilités *extrinsèques* sur le i -ème symbole transmis, calculées à partir des autres symboles impliqués dans la même équation de parité.

Une démarche inspirée de l'algorithme *Expectation-Maximization* [2] et consistant à estimer la vraisemblance de la phase $\Lambda(\varphi)$ à partir de probabilités a posteriori sur les symboles transmis (S_i) conduit à l'expression suivante, à faible rapport signal à bruit [9] :

$$\Lambda(\varphi) = \text{Re} \left(\sum_{i=0}^{p-1} \delta_i^* y_i e^{-j\varphi} \right) \quad (7)$$

où les coefficients complexes δ_i sont des barycentres des symboles de la constellation, pondérés par les probabilités a posteriori issues du décodage du code de parité :

$$\delta_i = \sum_{k=0}^7 P[S_i = s_k | y_0, \dots, y_{p-1}] s_k \quad (8)$$

En dérivant la fonction de vraisemblance (7), on obtient l'expression d'un détecteur de phase :

$$u_{SDD}(i) = \text{Im}(\delta_i^* y_i e^{-j\varphi}) \quad (9)$$

3 Performances de l'algorithme proposé

3.1 Conditions de simulation

Afin de tester notre algorithme dans des conditions réalistes, nous avons considéré pour nos simulations l'interface-air définie dans la norme DVB-S2 [1] pour la voie aller d'une transmission satellite, à laquelle nous avons ajouté un code de parité supplémentaire, de rendement $\frac{k_p-1}{k_p}$ (Fig. 1). En sortie du filtre adapté, la correction de phase est effectuée à l'aide d'une boucle du second ordre comprenant le détecteur proposé (9). Nous avons considéré pour notre étude la constellation MDP8 représentée en Fig. 2.

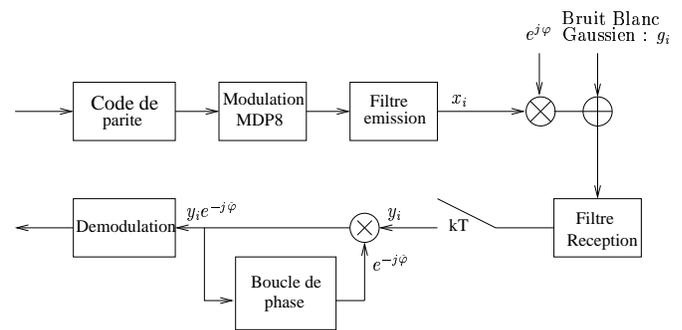


FIG. 1 – Modèle de simulation

Les performances de notre détecteur sont comparées ici à celles des détecteurs classiques [6] *non data aided* (NDA) et *decision directed* (DD), dont les expressions respectives sont :

$$u_{NDA}(i) = \frac{1}{8} |y_k|^2 \sin(8 \arg\{y_k e^{-j\varphi}\}) \quad (10)$$

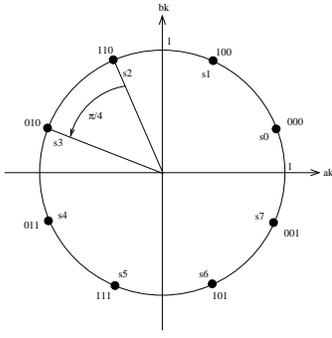


FIG. 2 – Constellation MDP8 avec codage de Gray

$$u_{DD}(i) = \text{Im}(\hat{d}_i^* y_i e^{-j\varphi}) \quad (11)$$

où \hat{d}_i est le symbole de la constellation obtenu en prenant une décision dure sur le symbole reçu y_i .

Remarque : le détecteur NDA proposé ici, inspiré de l'estimateur de Viterbi et Viterbi [6], est préféré au détecteur issu du maximum de vraisemblance [10], moins performant.

3.2 Influence du code de parité

L'apport du code de parité dans l'estimation de la phase peut se comprendre en observant la répartition des coefficients δ_i dans le plan complexe (Fig. 3) : lorsque le symbole reçu $S_{r,i}$ est fiable, δ_i tend vers le point de la constellation le plus vraisemblable ; le détecteur SDD (9) est alors équivalent au détecteur DD (11). En revanche, s'il y a une ambiguïté importante sur la phase du symbole $S_{r,i}$, le module de δ_i est atténué, ce qui modère l'influence de ce symbole peu fiable dans l'estimation de la phase.

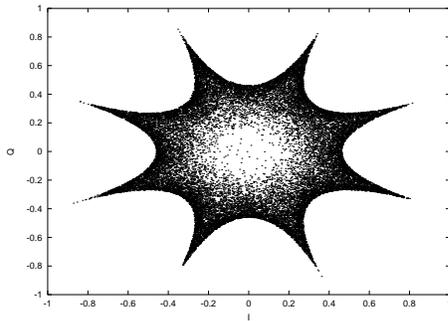


FIG. 3 – Constellation des coefficients δ_k ($k_p = 6$)

3.3 Réponse en boucle ouverte

La caractéristique du détecteur proposé (Fig. 4) est une courbe en S classique, dont la pente à l'origine (c'est à dire le gain) dépend du rapport signal à bruit E_s/N_0 , où E_s représente l'énergie d'un symbole transmis et $N_0 = 2\sigma^2$ la densité spectrale de puissance (monolatérale) de bruit dans le canal. Une estimation du rapport signal à bruit est donc nécessaire pour régler la bande de bruit équivalente en boucle fermée.

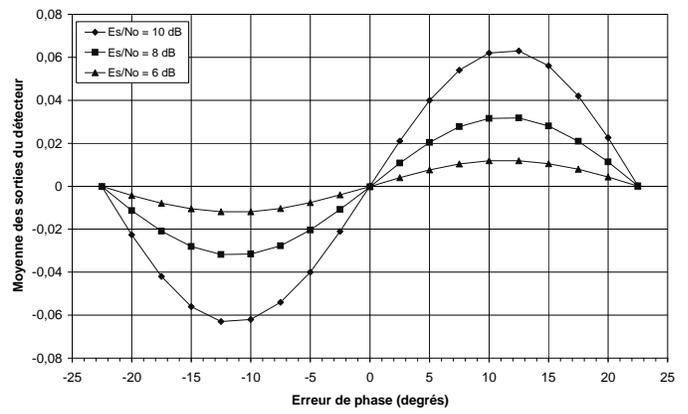


FIG. 4 – Détecteur SDD : courbes en S ($k_p = 6$)

3.4 Estimation d'une phase constante

Des simulations avec une erreur de phase constante permettent de comparer le comportement des estimateurs en présence de bruit gaussien (Fig. 5). Les boucles de phase sont comparées pour une bande de bruit équivalente $B_l T_s = 10^{-4}$, où T_s représente la durée d'un symbole. Il apparaît que le détecteur SDD est plus performant que les détecteurs DD et NDA, et que la gigue de phase se rapproche de la borne de Cramer-Rao lorsque le rendement du code de parité diminue. Notons qu'à $E_s/N_0 = 5.5$ dB, avec un code de rendement 5/6, l'algorithme SDD permet de réduire la variance d'estimation d'un facteur 11 par rapport à la boucle NDA et d'un facteur 16 par rapport à l'algorithme DD.

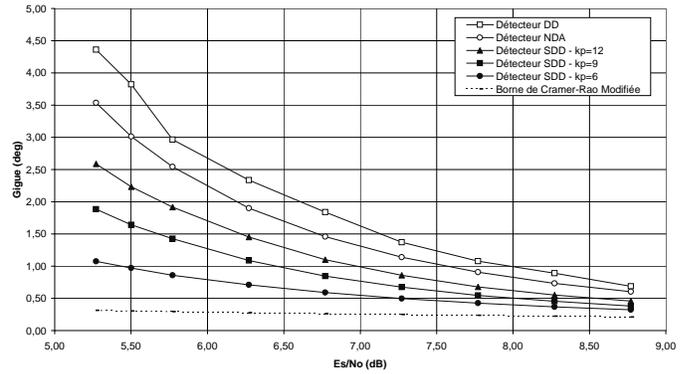


FIG. 5 – Estimation d'une phase constante : écart-type des estimées en degrés en fonction de E_s/N_0 ($B_l T_s = 10^{-4}$)

3.5 Suivi du bruit de phase

Lorsque la phase à estimer varie au cours du temps, un compromis sur la bande de bruit dans la boucle s'avère nécessaire. En effet, si une boucle étroite atténue mieux les effets du bruit gaussien, une large bande de bruit est préférable pour suivre les variations de la phase. Nous avons considéré dans nos simulations un modèle de bruit de phase conforme au gabarit à deux pentes proposé dans la norme DVB-S2 [1] pour l'évaluation de la synchronisation de phase dans une chaîne de transmission à 25 Mb/s. Le détecteur SDD ayant montré de bonnes performances en présence de bruit gaussien, il permet d'élargir la bande de bruit en présence de bruit de phase. L'écart-type des erreurs d'estimation est représenté en fonction de la bande de

bruit en Fig. 6 pour un rapport signal à bruit de 7.8 dB dans le canal de transmission. On vérifie que la bande de bruit optimale est plus large avec le détecteur SDD qu'avec les détecteurs DD et NDA. On gagne alors, dans le meilleur des cas (lorsque $k_p = 6$) un facteur 2 sur la variance de l'erreur par rapport à la boucle NDA, et un facteur 2.6 par rapport à la boucle DD.

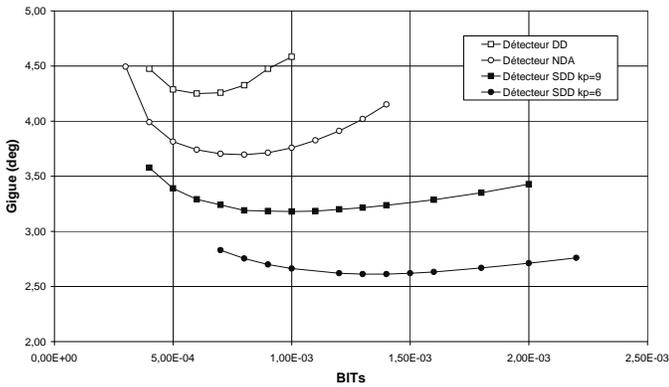


FIG. 6 – Performances en présence de bruit de phase : écart-type des estimées en fonction de la bande de bruit - $E_s/N_0 = 7.8 \text{ dB}$

Afin de comparer les performances des détecteurs en présence de bruit de phase et pour plusieurs rapports signal à bruit, nous avons représenté (Fig. 7) les giges de phases obtenues avec les boucles NDA, DD et SDD lorsque la bande de bruit est à sa valeur optimale. Afin de tenir compte de la perte d'efficacité en puissance due au code de parité supplémentaire, les rapports signal à bruit sont exprimés par rapport aux bits non codés. Pour un code de rendement $\frac{k_p-1}{k_p}$, on a :

$$\frac{E_b}{E_0} = \frac{E_s}{E_0} - 10 \log_{10} \left(\frac{k_p - 1}{k_p} \right) - 10 \log_{10} (3) \quad (12)$$

Comparé aux algorithmes classiques et à efficacité en puissance constante, l'algorithme SDD avec $k_p = 6$ permet de gagner 1.5 à 2 dB sur le rapport signal à bruit en présence de bruit de phase. Notons que tout gain sur la variance de l'erreur d'estimation a pour conséquence une réduction significative de la probabilité de saut de cycle, qui est exponentielle par rapport à la gigue et l'ordre de la modulation.

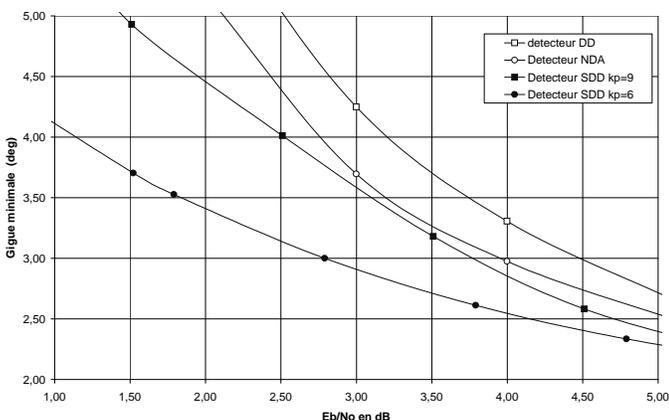


FIG. 7 – Performances en présence de bruit de phase : giges minimales en fonction de E_b/N_0

4 Conclusion

Nos résultats montrent qu'il est possible d'améliorer sensiblement la synchronisation de phase porteuse à très faible rapport signal à bruit en tirant profit du décodage souple d'un code de parité. Le détecteur SDD présente de bonnes performances dans des conditions de réception réalistes et en présence de bruit de phase. Le prix à payer en terme d'efficacité spectrale n'est pas rédhibitoire, étant donné les faibles rendements de codage requis pour la correction d'erreur à des points de fonctionnement aussi bas. La technique proposée semble notamment bien adaptée au contexte des télécommunications par satellite, compte tenu de la limitation des performances des oscillateurs dans des bandes de fréquences toujours plus élevées (bande Ka pour des systèmes DVB-S2).

Références

- [1] Digital Video Broadcasting (DVB) - Second Generation Framing Structure, Channel Coding and Modulation Systems for Broadcasting, Interactive Services, News Gathering and other Broadband Satellite Applications, ETSI EN 302 307 v1.1.1 (2004-01).
- [2] V. Lottici, M. Luise, "Embedding Carrier Phase Recovery Into Iterative Decoding of Turbo-Coded Linear Modulations", IEEE Transactions on Communications, Vol. 52, N° 4, avril 2004.
- [3] H. Steendam, N. Noels, M. Moeneclaey, "Iterative Carrier Phase Synchronization for Low-Density Parity-Check Coded Systems", International Conference on Communications 2003, ICC'03, Anchorage, Alaska, 11-15 mai 2003, pp. 3120-3124.
- [4] C. Morlet, "Démodulateur embarqué multiporteuses pour services multimédia par satellites", mémoire de thèse ENST, sept. 2000, ref. 00-E-027.
- [5] C. Langlais, M. Héland, "Using tentative decisions for carrier phase recovery of turbo-coded transmissions", Electronics Letters, 26/04/01, vol. 37, N° 9.
- [6] H. Meyr, M. Moeneclaey, S.A. Fechtel, *Digital Communication Receivers*, Wiley&Sons ed. 1998.
- [7] D.M. Rankin, T.A. Gulliver, "Single parity check product codes", IEEE Transactions on Communications, vol. 49, N° 8, pp. 1354-1362.
- [8] R.G. Gallager, *Low-density parity-check codes* Cambridge, MA : MIT Press, 1963.
- [9] M. Dervin, M.L. Boucheret, G. Mesnager, A. Ducasse, "Phase detection involving parity-check equations and suited to transmissions at low signal-to-noise ratio", International Conference on Communications 2003, ICC'05, Séoul, 16-20 mai 2005.
- [10] M. Moeneclaey, G. de Jonghe, "ML oriented NDA carrier synchronization for general rotationally symmetric signal constellations", IEEE Transactions on Information Theory, vol. 29, pp. 543-551, 1983.