

# Antibrouillage RADAR en contexte de rotation d'antenne

Marc OUDIN<sup>1</sup>, Jean Pierre DELMAS<sup>1</sup>, Claude ADNET<sup>2</sup>, Cécile GERMOND<sup>2</sup>, Frédéric BARBARESCO<sup>2</sup>

<sup>1</sup>GET/INT, Département CITI, UMR-CNRS 5157, 9 rue Charles Fourier, 91011 Evry Cedex, France

<sup>2</sup>Thales/TAD/JRS/RBPEF, 7/9 rue des Mathurins, 92221 Bagneux Cedex, France

marc.oudin(jean-pierre.delmas)@int-evry.fr,

claude.adnet(cecile.germond, frederic.barbaresco)@fr.thalesgroup.com

**Résumé** – Nous nous intéressons dans cet article à l'algorithme Opposition dans les Lobes Secondaires (OLS) utilisé en traitement d'antenne RADAR dans un but d'antibrouillage en contexte de rotation d'antenne. Nous montrons que l'utilisation de la méthode Extended Sample Matrix Inversion (ESMI) [2] conduit alors à des performances supérieures à la méthode standard.

**Abstract** – In this paper, we focus on the Sidelobe Canceller (SLC) algorithm applied for RADAR with rotating antenna. We show that the ESMI approach leads to better performance than the standard one.

## 1 Introduction

Le fonctionnement d'un grand nombre d'applications : télécom - munications, RADAR, sonar, se trouve perturbé par la présence d'interférences. <sup>1</sup> Des techniques de traitement d'antenne adaptatives consistant à utiliser un réseau de capteurs et à pondérer les signaux en sortie de ces derniers par des coefficients dépendant des données sont souvent utilisées. Elles permettent de réduire l'influence des nuisances sur le signal reçu.

Cependant pour un RADAR en mode veille scrutant l'espace, ce problème peut se trouver compliqué par une rotation du réseau de capteurs qui rend l'environnement non stationnaire [1].

Dans [2], Hayward propose la méthode ESMI basée sur un développement limité du filtre spatial optimal. Il s'agit d'une extension de la méthode SMI présentée dans [3]. Les performances asymptotiques en terme de SINR sont ensuite étudiées dans [4]. Dans cet article, nous appliquons cette méthode à l'approche OLS (c.f. Section 3), en nous basant sur un modèle physique de rotation d'antenne. Par rapport au modèle proposé dans [2], notre modèle tient compte de la forme des gains d'antenne. Nous étudions les performances de cette méthode en terme de réduction de la puissance résiduelle de nuisance.

Dans la section 2 de cet article, nous proposons une modélisation mathématique simplifiée du problème en se plaçant dans le cas où le réseau de capteurs est composé de deux voies. La première voie a un diagramme de rayonnement directif alors que l'autre a un diagramme large. Puis, dans la section 3, nous étudions le principe de l'algorithme étudié avant d'en faire une étude de performances théoriques dans la section 4. Enfin, nous illustrons les résultats par des simulations dans la partie 5.

## 2 Modélisation du problème

### 2.1 Signal utile, interférences et bruit thermique

Considérons une antenne composée de deux voies. Ces voies peuvent par exemple correspondre à un regroupement analo-

gique de capteurs élémentaires. La première voie (voie principale) possède un diagramme de rayonnement directif alors que la seconde (voie auxiliaire) a un diagramme de rayonnement large.

L'environnement est constitué d'un signal utile et d'un signal de nuisance provenant tous deux de réflecteurs fixes. Le signal utile  $s(t)$  est complexe déterministe de puissance  $\sigma_s^2$ . Par contre, le signal perturbateur  $b(t)$  est modélisé par un processus stochastique du second ordre complexe centré de puissance  $\sigma_b^2$ . Les signaux utiles et perturbateurs sont supposés à bande étroite.

Les deux voies génèrent un bruit thermique interne ( $n_1(t)$  et  $n_2(t)$ ) venant se rajouter au signal reçu. Ces bruits thermiques sont modélisés par un processus stochastique du second ordre gaussien complexe centré de puissance  $\sigma_n^2$ .

### 2.2 Modélisation de la rotation d'antenne

On se place dans un problème plan dans lequel le réseau d'antennes est animé d'un mouvement de rotation uniforme à la vitesse  $\omega$  rad/s. Les gains des capteurs sont supposés connus et constants dans le temps. Ils sont fonction uniquement de l'angle sous lequel est vu l'élément réflecteur.

On note  $G_p(\theta)$  et  $G_a(\theta)$  les gains complexes respectifs des voies principale et auxiliaire pour un signal reçu sous l'angle  $\theta$ . Afin de simplifier le problème, on suppose que l'antenne est focalisée initialement dans la direction 0 de la cible. On note  $\theta_b$  l'angle initial du signal perturbateur. A l'instant  $t$ , les angles sous lesquels sont vus la cible ( $\theta_c(t)$ ) et la nuisance ( $\theta_b(t)$ ) sont donc :

$$\theta_c(t) = \omega t \quad \text{et} \quad \theta_b(t) = \omega t + \theta_b$$

Finalement, les signaux résultants en sortie des voies principale et auxiliaire peuvent s'écrire respectivement :

$$V_p(t) = G_p(\omega t)s(t) + G_p(\omega t + \theta_b)b(t) + n_1(t) \quad (1)$$

$$V_a(t) = G_a(\omega t)s(t) + G_a(\omega t + \theta_b)b(t) + n_2(t) \quad (2)$$

1. Ce travail est réalisé dans le cadre d'une thèse DGA/Thales Air Defence

Il est important de noter que le seul paramètre inconnu de ces équations est l'angle initial de la nuisance  $\theta_b$ . On dispose dans la suite des données correspondant à tous les échantillons d'une période d'écoute RADAR :  $V_p(t)$  et  $V_a(t)$  pour  $t_1 \leq t \leq t_N$ .

## 3 Description de l'algorithme OLS

### 3.1 Principe de l'algorithme

L'algorithme OLS soustrait au signal sur la voie principale une pondération du signal sur la voie auxiliaire choisie de telle sorte à minimiser l'influence de la perturbation sur le signal résultant. Il peut fonctionner dans la mesure où la contribution du signal utile soustraite à la voie principale est négligeable devant le signal utile sur cette même voie. On se ramène alors à un problème de référence bruit seul. Les conditions d'application de l'algorithme sont donc la voie principale focalisée dans la direction utile, le signal perturbateur absent du lobe principal et le gain sur la voie auxiliaire supérieur au gain de la voie principale au niveau de ses lobes secondaires.

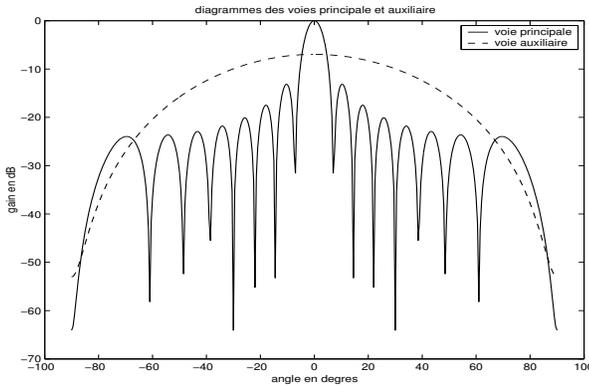


Fig.1 : Diagrammes des voies principale et auxiliaire

Le critère utilisé dans cette méthode est l'erreur quadratique moyenne entre le signal sur la voie principale et la pondération du signal sur la voie auxiliaire.

L'algorithme OLS standard consiste à rechercher le coefficient  $\alpha$  qui minimise l'expression :  $E|V_p(t) - \alpha^* V_a(t)|^2$ .

Le coefficient solution de ce problème vérifie alors l'équation :

$$\alpha(t) = E(|V_a(t)|^2)^{-1} E(V_a(t)V_p^*(t))$$

L'approche OLS optimale serait donc de calculer un coefficient à chaque instant. Cependant, cela n'est pas réalisable en pratique d'une part parce que les espérances sont estimées par une moyenne empirique sur plusieurs instants et d'autre part parce qu'une telle approche serait trop lourde à mettre en oeuvre.

### 3.2 Approche avec coefficients variables dans le temps

Cette approche a pour objectif de décomposer le coefficient recherché sur une base polynômiale de façon à tenir compte des variations temporelles du coefficient optimal [2]. L'estimation à effectuer revient alors à celle des coefficients dans la base choisie.

Supposons que l'on fasse une décomposition du coefficient sur la base de polynômes canonique contenant  $K + 1$  éléments :

$$\alpha(t) = \sum_{k=0}^K \alpha_k (t - t_0)^k$$

Les coefficients à estimer sont maintenant les coefficients  $(\alpha_k)_{k=0..K}$ .  $t_0$  est un instant de la durée d'écoute choisi de façon à optimiser les performances en terme de puissance résiduelle. Dans toute la suite de l'article, on fait l'hypothèse selon laquelle la variation de gain est suffisamment faible pour que l'on puisse se limiter à  $K = 1$ ,

### 3.3 Implémentation de l'algorithme

L'algorithme OLS peut être mis en oeuvre de différentes manières. En effet, l'utilisateur dispose de toutes les données correspondant aux cases distance de la récurrence RADAR et doit choisir les échantillons à utiliser dans le calcul du coefficient. Ce dernier peut de plus être calculé une ou plusieurs fois. Comme le choix des échantillons n'est pas le propos de cet article, nous supposons dans la suite que le coefficient n'est calculé qu'une seule fois, à partir de tous les échantillons de la récurrence.

## 4 Etude de performances

### 4.1 Critère de performances retenu

On cherche à comparer le gain en performances résultant de l'utilisation de l'algorithme OLS de coefficient variable dans le temps. Pour cela, nous retenons comme critère de performances la puissance résiduelle de nuisance instantanée. Ainsi, l'algorithme est d'autant plus efficace que la puissance résiduelle de nuisance est faible.

D'après (1) et (2), la puissance résiduelle de nuisance à l'instant  $t$  s'écrit :

$$P_{res}(t) = |G_p(\omega t + \theta_b) - \alpha^*(t)G_a(\omega t + \theta_b)|^2 \sigma_b^2 \quad (3)$$

### 4.2 Expression du critère de performances

Nous calculons dans cette partie l'expression de la puissance résiduelle de nuisance pour l'algorithme OLS standard puis pour sa version avec coefficients variables dans le temps. Pour aboutir à ces deux expressions, nous effectuons un développement limité déterministe du gain sur la voie principale et une approximation sur des fonctions du signal perturbateur qui interviennent dans le calcul. Dans les deux cas, nous calculons la puissance en fonction de l'instant  $t_l$  avec  $1 \leq l \leq N$ .

#### 4.2.1 Version standard

Le coefficient OLS est calculé par moyenne empirique selon la méthode SMI [3] :

$$\alpha = \left( \sum_{k=1}^N |V_a(t_k)|^2 \right)^{-1} \left( \sum_{k=1}^N V_a(t_k)V_p^*(t_k) \right) \quad (4)$$

Afin de simplifier cette étude, nous effectuons les hypothèses préalables suivantes :

- le gain de la voie auxiliaire est constant ( $G_a(\theta) = G_a$ )

- le signal utile est négligé devant le signal perturbateur :  $\sigma_s^2 \ll \sigma_b^2$
- le bruit thermique est négligé devant le signal perturbateur :  $\sigma_n^2 \ll \sigma_b^2$

Et en utilisant (1), (2) avec ces hypothèses dans (4) :

$$\alpha = \left( \sum_{k=1}^N |G_a|^2 |b(t_k)|^2 \right)^{-1} \left( \sum_{k=1}^N G_a G_p^*(\omega t_k + \theta_b) |b(t_k)|^2 \right) \quad (5)$$

Introduisons les notations suivantes :

$$S = \sum_{k=1}^N |b(t_k)|^2 \quad \text{et} \quad T = \sum_{k=1}^N |b(t_k)|^2 G_p(\omega t_k + \theta_b) \quad (6)$$

La puissance résiduelle de nuisance peut alors s'exprimer de la manière suivante en introduisant (5) et (6) dans (3) :

$$P_{res}^{(1)}(t_l) = \left| G_p(\omega t_l + \theta_b) - \frac{T}{S} \right|^2 \sigma_b^2 \quad (7)$$

Notons que même si le coefficient OLS est constant sur l'ensemble des cases distances, la puissance résiduelle ne l'est pas car elle tient compte du gain de nuisance à l'instant étudié. Ainsi, la méthode d'antibrouillage peut être plus ou moins efficace selon la case distance traitée.

#### 4.2.2 Version à coefficients variables dans le temps

Cherchons maintenant à exprimer la puissance résiduelle de nuisance dans le cas de l'algorithme OLS à coefficient variable dans le temps. Le coefficient est maintenant estimé par l'expression :

$$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \left( \sum_{k=1}^N \underline{V}_a(t_k) \underline{V}_a^H(t_k) \right)^{-1} \left( \sum_{k=1}^N \underline{V}_a(t_k) V_p^*(t_k) \right)$$

$$\alpha(t_l) = \alpha_0 + \alpha_1(t_l - t_0)$$

$$\text{où } \underline{V}_a(t_k) = \begin{pmatrix} V_a(t_k) \\ (t_k - t_0)V_a(t_k) \end{pmatrix}.$$

Afin de ne pas trop alourdir les expressions à venir, nous introduisons les notations suivantes :

$$U = \sum_{k=1}^N (t_k - t_0) |b(t_k)|^2 \quad \text{et} \quad V = \sum_{k=1}^N (t_k - t_0)^2 |b(t_k)|^2 \quad (8)$$

$$W = \sum_{k=1}^N (t_k - t_0) |b(t_k)|^2 G_p(\omega t_k + \theta_b) \quad (9)$$

$$\text{et } X = \sum_{k=1}^N (t_k - t_0)^3 |b(t_k)|^2$$

Avec ces notations et les hypothèses simplificatrices de la section 4.2.1, l'expression du coefficient OLS devient :

$$\begin{pmatrix} \alpha_0 \\ \alpha_1 \end{pmatrix} = \left( |G_a|^2 \begin{pmatrix} S & U \\ U & V \end{pmatrix} \right)^{-1} \left( G_a \begin{pmatrix} T^* \\ W^* \end{pmatrix} \right) \quad (10)$$

On en déduit la puissance résiduelle de nuisance après OLS avec coefficient variable dans le temps en introduisant (8) et (9) et en remplaçant (10) dans (3) :

$$P_{res}^{(2)}(t_l) = \left| G_p(\omega t_l + \theta_b) - \frac{((VT - UW) + (SW - UT)(t_l - t_0))}{SV - U^2} \right|^2 \sigma_b^2 \quad (11)$$

De même que pour la méthode OLS classique, la puissance résiduelle de nuisance est fonction de l'instant auquel on la calcule. Cependant, on remarque dans cette expression que le terme soustrait au gain de nuisance sur la voie principale est également fonction du temps.

#### 4.2.3 Simplification des expressions de puissance résiduelle de nuisance

Afin de comparer les expressions du critère (7) et (11), nous procédons maintenant à un développement limité (DL) du gain du signal perturbateur sur la voie principale. Ce DL est réalisé autour de l'instant traité  $t_l$  et se justifie dans la mesure où la variation du gain sur la voie principale est faible pendant la durée d'observation.

Comme le montre la figure 2 suivante où est représentée la variance du gain principal pendant la récurrence, en fonction de la valeur de l'angle initial du signal perturbateur  $\theta_b$ , l'hypothèse est valable lorsque le signal perturbateur n'est pas vu initialement dans un creux de diagramme. Les valeurs numériques choisies sont telles que  $\omega T_{rec} = 0.036 \text{deg}$ .

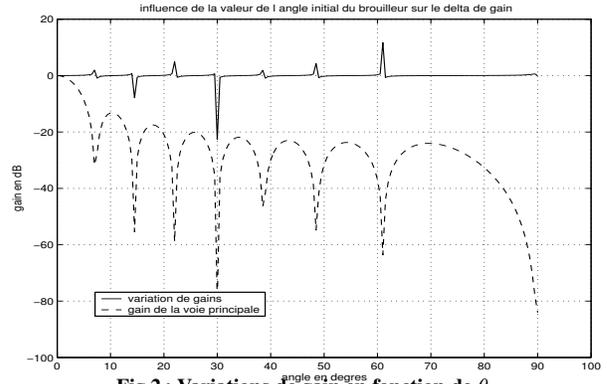


Fig.2 : Variations de gain en fonction de  $\theta_b$

Ce DL s'effectue au premier ordre pour  $P_{res}^{(1)}$ , mais au deuxième ordre pour  $P_{res}^{(2)}$ , le DL à l'ordre 1 de cette expression étant nul.

Pour continuer à simplifier les équations (7) et (11), nous effectuons maintenant une approximation asymptotique des fonctions de nuisance correspondant aux équations (8) et (9).

La convergence en moyenne quadratique des expressions suivantes permet de justifier ces approximations (avec  $\rho = \frac{t_0}{NT_e}$ ):

$$\frac{S}{N} \approx \sigma_b^2 \quad \text{et} \quad \frac{U}{N^2 T_e} \approx \left( \frac{1}{2} - \rho \right) \sigma_b^2 \quad (12)$$

$$\frac{V}{N^3 T_e^2} \approx \left( \frac{1}{3} - \rho + \rho^2 \right) \sigma_b^2 \quad (13)$$

$$\frac{X}{N^4 T_e^3} \approx \left( \frac{1}{4} - \rho + 3/2 \rho^2 - \rho^3 \right) \sigma_b^2 \quad (14)$$

En utilisant (12) dans (7), on obtient un équivalent sur la puissance résiduelle de nuisance avec l'algorithme OLS standard :

$$P_{res}^{(1)}(t_l) \approx \left| \frac{\omega T_e}{2} (N - 2l) \dot{G}_p(\omega t_l + \theta_b) \right|^2 \sigma_b^2 \quad (15)$$

Puis, en utilisant (12), (13) et (14) dans (11) et après quelques simplifications :

$$P_{res}^{(2)}(t_l) \approx \left| \frac{\omega^2 T_e^2}{2} \left( \frac{N^2}{6} - lN + l^2 \right) \ddot{G}_p(\omega t_l + \theta_b) \right|^2 \sigma_b^2 \quad (16)$$

Nous remarquons que cette dernière expression ne dépend pas de  $t_0$ , ce qui veut dire que le choix de cette valeur n'a pas d'influence sur les performances de l'algorithme.

## 5 Simulations

Les simulations sont réalisées à partir d'une voie principale formée grâce à une antenne ALU de 16 capteurs et d'une voie auxiliaire à partir d'une antenne ALU de 2 capteurs. Ces deux réseaux respectent la condition de Nyquist et ont le même centre de phase. On choisit comme durée d'observation une période de récurrence RADAR. Les puissances sont exprimées en dB.

TAB. 1: Paramètres de la simulation

$N$	$T_{rec}(\text{ms})$	$\omega(\text{rd/s})$	$\sigma_b^2$	$G_p(0)$	$G_a(0)$	$N_{mc}$
100	0.1	$2\pi$	50	0	-7	100

### 5.1 Comparaison des performances des deux versions de l'algorithme OLS

Les figures suivantes comparent les puissances résultantes des deux versions de l'algorithme OLS obtenues par Monte Carlo sur  $N_{mc}$  réalisations et par les formules théoriques (15) et (16). On observe une nette diminution de la puissance résiduelle moyenne pour la version avec coefficients variables dans le temps par rapport à la version standard.

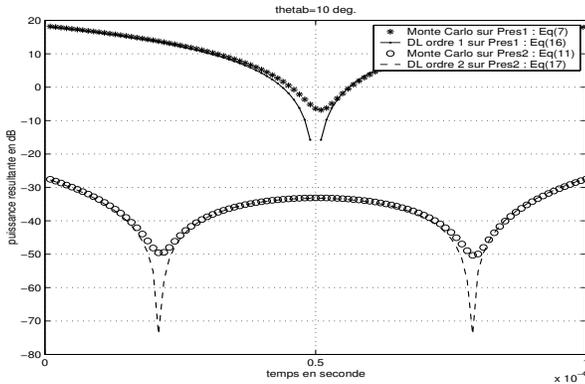


Fig.3:  $\theta_b = 10deg$

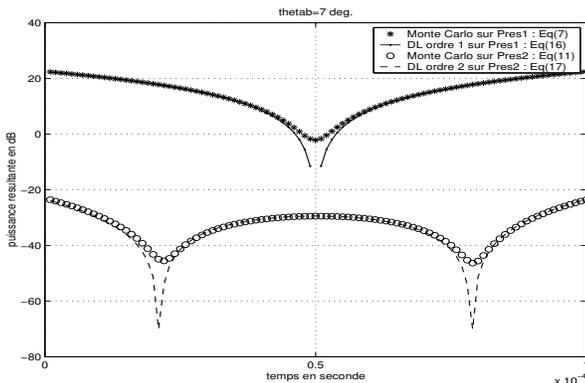


Fig.4:  $\theta_b = 7deg$

On note que même en zone de gain de la voie principale fortement variable (c.f. figure 2 avec  $\theta_b = 7deg$ ), les courbes théoriques et de Monte Carlo sont très proches. On vérifie que les courbes de  $P_{res}^{(1)}$  montrent un creux pour  $l = \frac{N}{2}$ , alors que celles de  $P_{res}^{(2)}$  montrent un creux pour les valeurs de  $l$  racines de  $(\frac{N^2}{6} - lN + l^2)$ .

### 5.2 Robustesse du modèle par rapport aux hypothèses

On étudie maintenant la robustesse des résultats théoriques aux erreurs de modèle.

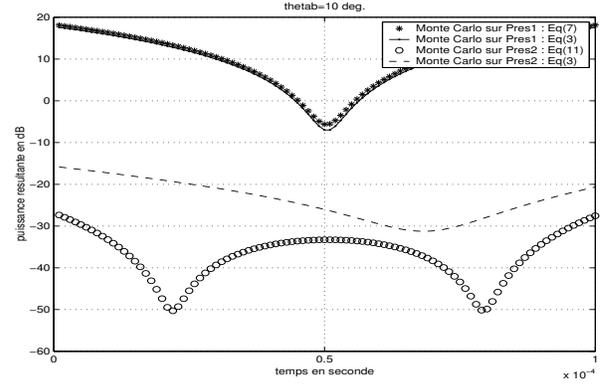


Fig.5:  $\theta_b = 10deg$ ,  $\sigma_n^2 = -20dB$ ,  $\sigma_s^2 = -10dB$

On remarque que l'expression théorique de  $P_{res}^{(2)}$  est moins robuste que celle de  $P_{res}^{(1)}$ , mais que les performances de la version à coefficients variables restent sensiblement meilleures que celles de la version standard.

## 6 Conclusion

Nous avons vu dans cet article que l'algorithme OLS avec coefficients variables dans le temps appliqué sur une période d'écoute RADAR donne des performances d'antibrouillage meilleures que la version standard en configuration antenne tournante. Nous avons établi une expression du critère de puissance résiduelle de nuisance dans le cas où l'on dispose de deux voies de réception et montré que les performances de la version variable dans le temps ne dépendaient pas du choix de  $t_0$ .

## Références

- [1] S.D. Hayward, "Effects of motion on adaptive arrays", IEEE Proc. RSN, February 1997.
- [2] S.D. Hayward, "Adaptive beamforming for rapidly moving arrays", Int. Conf. on Radar, Beijing, 1996.
- [3] I.S. Reed, J.D. Mallet, L.E. Brennan, "Rapid convergence rate in adaptive arrays", IEEE Trans. Aerospace and Electronic Systems, Vol. AES-10, no 6, Nov. 74.
- [4] M. Zatman, "The properties of adaptive algorithms with time varying weights", IEEE SAM 2000 Workshop, Boston 2000.