

Techniques d'adoucissement de spectre pour récepteur à spectre étalé

Vincent CALMETTES¹, Frédéric PRADEILLES², Michel BOUSQUET¹

¹TESA-SUPAERO

10 avenue Edouard Belin, 31055 Toulouse Cedex, France

²CTA

16 bis avenue Prieur de la côte d'Or, 94114 Arcueil Cedex, France

Vincent.Calmettes@supaero.fr, pradeill@etca.fr, Michel.Bousquet@supaero.fr

Résumé – Nous analysons ici deux techniques d'adoucissement de spectre. Ces deux techniques sont appliquées au signal complexe d'entrée d'un récepteur numérique, dans un système de transmission à spectre étalé à séquence directe pour améliorer ses performances en présence d'un signal d'interférence bande étroite. La première consiste en un filtre linéaire complexe adaptatif. La deuxième utilise un opérateur non linéaire dérivé de la loi de probabilité du bruit. Notre objectif est de comparer les performances obtenues à l'aide de ces méthodes en présence de différents signaux d'interférence: signaux sinusoïdaux à fréquence fixe, modulés linéairement en fréquence et pulsés.

Abstract – The aim of this article is to compare two mitigation techniques. These techniques are applied to the complex envelop of the signal at the entrance of a numerical spread spectrum receiver to improve its performances in the presence of interference signal. The first technique consists in a linear adaptive filter. The second one uses a non linear operator deduced from the interference statistic. These techniques are evaluated in the presence of different kinds of interference: fixed sinusoïdal wave, swept sinusoïdal wave, pulsed sinusoïdal wave.

1 Introduction

Dans un système à spectre étalé, le récepteur conventionnel est obtenu en appliquant la théorie de la décision en l'absence d'interférence. Le bruit est donc considéré blanc, centré et gaussien. Le récepteur adapté se résume alors à un corrélateur: le maximum de vraisemblance est obtenu lorsque le code d'étalement, généré localement, est en phase avec le signal reçu. En présence d'interférence cette approche n'est plus valable. Il devient nécessaire de lever une ou plusieurs des hypothèses faites sur le bruit. Nous obtenons alors 2 classes de récepteurs. Les premiers, définis pour des bruits colorés, consistent en un filtre adaptatif de "blanchiment" placé à l'entrée du récepteur conventionnel. Les deuxièmes exploitent la représentation de la densité de probabilité du bruit. La théorie de la détection, appliquée alors, permet de dériver, pour des rapports signal sur bruit faibles, le récepteur localement optimum. Pour analyser ces deux techniques nous proposons d'une part d'évaluer leur capacité à poursuivre des signaux d'interférence pulsés ou modulés en fréquence, d'autre part de mesurer l'amélioration obtenue sur le rapport signal sur bruit (SNR).

2 Le récepteur adapté

Dans un système à spectre étalé, à l'entrée du récepteur numérique non cohérent, le signal est de la forme :

$$r(t) = AP_r(t) \exp\{i\theta_s(t)\} + w(t) \quad (1)$$

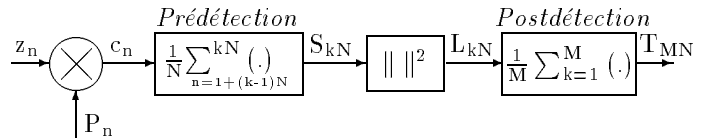
Avec:

$$\begin{array}{ll} P_r(t) & \text{Séquence PN codée NRZ} \\ A & \text{Amplitude du signal NRZ} \\ \theta_s(t) = \theta_d(t) - \hat{\theta}_d(t) & \\ \theta_d(t) = \theta_0 + \int_0^t \omega(u) du & \omega : \text{Pulsation Doppler} \\ w(t) & \text{Bruit complexe} \end{array}$$

Après échantillonnage aux instants nT_e nous obtenons :

$$z_n = AP_{r_n} \exp\{i\theta_{s_n}\} + w_n \quad (2)$$

Le récepteur adapté est défini **en présence d'un bruit blanc gaussien** : w_n bruit blanc gaussien complexe de puissance $2\sigma_g^2$. On considère le vecteur d'observation $\underline{Z} = [z_1 z_2 \dots z_{MN}]$. Le filtre adapté est constitué par le corrélateur représenté figure (1).



P_n séquence PN générée localement

FIG. 1: récepteur adapté non cohérent

Avec:

$$\begin{array}{ll} \theta_{s_n} \approx \Delta\theta_{s_{kN}} & n = 1 + (k-1)N, \dots, kN \\ \Delta\theta_{s_{kN}} & UR \text{ sur } [0, 2\pi] \end{array} \quad (3)$$

L'erreur d'estimation sur la phase étant considérée constante sur une durée NT_e , on a :

$$\begin{aligned} S_{kN} &\approx \frac{A}{N} \exp\{i(\theta_{s_{kN}})\} \sum_{n=1+(k-1)N}^{kN} P_{r_n} P_n + w_{f_{kN}} \\ &\approx A \exp\{i(\theta_{s_{kN}})\} R_{p_{rp}}(0) + w_{f_{kN}} \end{aligned}$$

Où $R_{p_{rp}}(0)$ représente la puissance d'intercorrélacion code reçue-code local et w_f est le bruit blanc gaussien filtré : w_f bruit blanc gaussien complexe de puissance $\frac{2\sigma_g^2}{N}$.

Lorsque la durée d'observation est très grande devant NT_e la phase est éliminée (bloc $s = \|e\|^2$) à l'entrée du filtre de postdétECTION. La sortie de ce filtre constitue la fonction test T_{MN} . La puissance du test dépendra du SNR mesuré sur le signal S_{kN} et, en conséquence, du SNR du signal c_n noté Γ

$$\begin{cases} \Gamma = \frac{E\{c_n\}E\{c_n\}^*}{E\{c_n c_n^*\} - E\{c_n\}E\{c_n\}^*} \\ \Gamma = \frac{A^2}{2\sigma_g^2} \|R_{p_{rp}}(0)\|^2 \end{cases} \quad \Gamma_{optimum} = \frac{A^2}{2\sigma_g^2} \quad (4)$$

Le problème, en présence d'interférence, est de définir le filtre qui améliore le rapport Γ .

3 Filtrage linéaire

En présence d'un signal d'interférence le récepteur adapté peut être conservé, précédé d'un filtre de blanchiment. Pour un bruit bande étroite il consiste en un filtre à encoche adaptatif. Nous avons retenu une structure très simple qui, implantée dans un circuit ASIC, autorise des fréquences d'échantillonnage supérieures à 50MHz [1]. Sa structure est présentée figure (2). La bloc AR, placé en

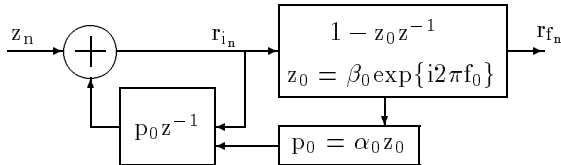


FIG. 2: filtre à encoche centré sur f_0

tête, est paramétré par le coefficient α_0 qui fixe le module du pôle p_0 . Ce coefficient permet ainsi de régler la largeur de la bande excisée et la puissance du signal d'interférence à l'entrée du bloc adaptatif. Ce réglage conditionne les performances de l'algorithme du gradient présenté ci-après.

3.1 Adaptation du zéro du filtre

La représentation fréquentielle du filtre à encoche est imposée par la contrainte $p_0 = \alpha_0 z_0$. L'adaptation du zéro permet d'ajuster la fréquence centrale du filtre sur la fréquence du signal d'interférence. Cette adaptation, qui permet de minimiser la puissance du signal de sortie, utilise l'algorithme du gradient normalisé.

3.1.1 Interférence à fréquence fixe

Pour des rapports signal sur bruit très petits devant l'unité le signal d'entrée est assimilé à un bruit. En présence d'un signal d'interférence sinusoïdal à fréquence fixe ce bruit est de la forme :

$$r_{i_n} = g_n + j_n = g_n + A_j \exp\{i(2\pi f_j n + \theta_j)\} \quad (5)$$

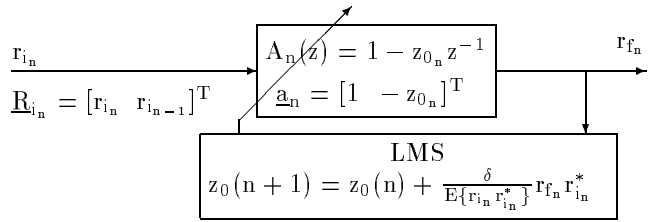


FIG. 3: Filtre adaptatif

Le bruit g_n est un bruit blanc gaussien et complexe, de variance $2\sigma_g^2$. On note γ_{jg_I} le rapport de puissance interférence sur bruit gaussien, à l'entrée de la partie adaptative.

$$\gamma_{jg_I} = \frac{A_j^2}{2\sigma_g^2} \quad (6)$$

L'algorithme du gradient converge, en moyenne, vers la solution de Wiener et l'erreur quadratique est bornée lorsque le pas d'adaptation δ est inférieur à 2.

$$\begin{cases} z_0(n+1) = z_0(n) + \frac{\delta}{E\{r_{i_n} r_{i_n}^*\}} r_{f_n} r_{i_n}^* \\ E\{z_0(n)\} = \frac{\gamma_{jg_I}}{1+\gamma_{jg_I}} \exp\{i2\pi f_j\} = z_{opt} \text{ quand } n \rightarrow +\infty \end{cases} \quad (7)$$

Pour cette valeur du zéro la puissance du signal est minimum.

$$\begin{aligned} E\{r_{f_n} r_{f_n}^*\} &= E\{(r_{i_n} - z_{opt} r_{i_{n-1}})(r_{i_n}^* - z_{opt}^* r_{i_{n-1}}^*)\} \\ &= 2\sigma_g^2 \frac{1+2\gamma_{jg_I}}{1+\gamma_{jg_I}} \end{aligned} \quad (8)$$

Des expressions de la fonction de transfert à la fréquence f_j et de la bande équivalente de bruit on déduit la puissance du bruit gaussien et du bruit sinusoïdal en sortie et en corollaire le rapport de puissance γ_{jg_F} en sortie.

$$\gamma_{jg_F} = \frac{1}{2\gamma_{jg_I}} \quad (9)$$

Le réjecteur idéal, qui présente un zéro de module unitaire à la fréquence de l'interférence, est obtenu lorsque le rapport de puissance interférence sur bruit gaussien tend vers l'infini. Ce rapport dépend du coefficient α_0 qui règle le module du pôle p_0 .

3.1.2 Interférence balayée linéairement en fréquence

Le signal d'interférence est de la forme :

$$j_n = A_j \exp\{i(2\pi f_j n + \frac{k_\omega}{2} n^2 + \theta_j)\} \quad (10)$$

A la convergence de l'algorithme on obtient, pour des valeurs du rapport γ_{jg_I} très grandes devant 1:

$$E\{z_0(n)\} = \frac{\exp\{i(2\pi f_j + k_\omega(n - \frac{1}{2}))\}}{\exp\{ik_\omega\} - 1 + \delta} \text{ quand } n \rightarrow +\infty \quad (11)$$

Lorsque on applique à l'entrée de ce filtre (zéro défini par (11)) le signal d'interférence défini par la relation (10) on mesure en sortie une puissance qui dépend de δ et k_ω .

$$E\{r_{f_n} r_{f_n}^*\} = A_j^2 \frac{k_\omega^2}{\delta^2} \quad (12)$$

L'atténuation sur le bruit gaussien étant négligeable, on déduit de (12) un majorant de k_ω . Il est fonction du rapport de puissance γ_{jg_F} admissible en sortie:

$$k_\omega < \delta \sqrt{\frac{\gamma_{jg_F}}{\gamma_{jg_I}}} \quad (13)$$

3.2 Rapport signal sur bruit après filtrage

Le filtre à encoche permet de filtrer efficacement des signaux d'interférence à fréquence fixe. En présence de signaux modulés linéairement les performances du filtre dépendent du pas d'adaptation δ et du coefficient α_0 . Ces paramètres sont imposés. Le premier dérive de contraintes telles que la vitesse de convergence et la puissance de l'erreur quadratique à la convergence. Le deuxième fixe la largeur de la bande excisée et la puissance de l'interférence à l'entrée du bloc adaptatif.

On admet donc que, en sortie du filtre, la puissance de brouilleurs à fréquence fixe, et à fréquence modulée respectant la condition (13), est petite devant la puissance du bruit gaussien. Par ailleurs le même filtre doit être appliqué à la séquence PN générée localement pour pallier les effets de la distorsion de phase introduite par le filtre. La dégradation du rapport signal sur bruit, en comparaison au rapport Γ_{optimum} , se mesure par :

$$\frac{\Gamma_{\text{optimum}}}{\Gamma_{\text{après filtrage}}} = \frac{R_{pp}(0)}{R_{pfp_f}(0)} = \frac{1}{h(0) * h^*(0)}$$

$h(n)$: réponse impulsionnelle

Les pertes de corrélation dépendent de la position du filtre, du coefficient α_0 et du nombre d'échantillons par chip N_c . Elles sont données dans le tableau (1) pour $N_c = 10$, le brouilleur étant calé sur la fréquence centrale du signal.

TAB. 1: perte de corrélation

α_0	0.95	0.97	0.99
Perte de corrélation	1.1dB	0.6dB	0.2dB

4 Détecteur localement optimum

Pour dériver le détecteur optimum nous considérons ici la statistique du bruit.

4.1 Position du problème

Le signal d'entrée est donc décrit par la relation (14). Le bruit est représenté par 2 composantes indépendantes en quadrature. Ces bruits sont supposés indépendants et stationnaires.

$$\begin{cases} z_n = z_{z_{x_n}} + iz_{z_{y_n}} = AP_n \exp\{i\theta_{s_n}\} + w_n = s_n + w_n \\ s_n = s_{x_n} + is_{y_n} \\ w_n = w_{x_n} + iw_{y_n} \end{cases} \quad (14)$$

Nous posons, pour dériver le récepteur optimum, le problème de détection correspondant aux 2 hypothèses ci dessous:

$$H_1 : \begin{cases} z_{y_n} = s_{y_n} + w_{y_n} \\ z_{x_n} = s_{x_n} + w_{x_n} \end{cases} \quad (15)$$

$$H_0 : \begin{cases} z_{y_n} = w_{y_n} \\ z_{x_n} = w_{x_n} \end{cases} \quad (16)$$

4.2 Définition du test

Le vecteur d'observation étant noté, sur la durée $[1, L T_e]$ ($L=NM$), $\underline{Z} = [z_1, z_2, \dots, z_L]$, nous définissons les lois de probabilité conditionnelles de \underline{Z} .

$$\begin{aligned} f_{\underline{Z}}^0(\underline{Z}) &= \prod_{n=1}^L f_{ww}(z_{x_n}, z_{y_n}) && \text{sous } H_0 \\ f_{\underline{Z}}^1(\underline{Z}) &= \prod_{n=1}^L f_{ww}(z_{x_n} - s_{x_n}, z_{y_n} - s_{y_n}) && \text{sous } H_1 \end{aligned}$$

Nous déduisons de ces 2 lois le rapport de vraisemblance.

$$\Delta(\underline{Z}) = \frac{f_{\underline{Z}}^1(\underline{Z})}{f_{\underline{Z}}^0(\underline{Z})}$$

Nous obtenons le détecteur localement optimum en décomposant, sous l'hypothèse de faible SNR, la fonction $f_{\underline{Z}}^1$ en série de Taylor autour du bruit [3]. Pour un récepteur non cohérent, (θ_{s_n} UR sur $[0, 2\pi]$; $n = 1, 2, L$) les termes de la décomposition à l'ordre 1 sont nuls en moyenne. Une décomposition à l'ordre 2 est nécessaire. En considérant l'espérance par rapport à $\theta_{s_{kN}}$ du rapport $\Delta(\underline{Z})$ on obtient [2] :

$$\begin{aligned} E_{\theta} \{ \Lambda(\underline{Z}) \} - 1 &= \\ &= \frac{A^2}{4} \sum_{n=1}^L P_n^2 \left(\frac{\Delta f_{ww}}{f_{ww}}(Z_n) - \left\| \frac{\nabla f_{ww}}{f_{ww}}(Z_n) \right\|^2 \right) \\ &+ \frac{A^2}{4} \left(\left(\sum_{n=1}^L P_n \frac{\partial f_{ww}}{\partial X}(Z_n) \right)^2 + \left(\sum_{n=1}^L P_n \frac{\partial f_{ww}}{\partial Y}(Z_n) \right)^2 \right) \end{aligned} \quad (17)$$

Quand L tend vers l'infini le premier terme de cette expression converge, indépendamment de l'hypothèse, vers l'information de Fisher [3]. On en déduit l'expression de la fonction test:

$$\Lambda_q = \frac{1}{L^2} \left(\left(\sum_{n=1}^L P_n \frac{\partial f_{ww}}{\partial X}(Z_n) \right)^2 + \left(\sum_{n=1}^L P_n \frac{\partial f_{ww}}{\partial Y}(Z_n) \right)^2 \right) \quad (18)$$

Le problème réside alors dans l'estimation de la loi conjointe $f_{ww}(x, y)$. Pour des bruits à symétrie circulaire on préfère se ramener à un signal unidimensionnel. L'opérateur est alors appliqué au module du signal représenté en coordonnées polaires [2].

$$z_n = R_n \exp\{i\theta_n\} = AP_n \exp\{i\theta_{s_n}\} + R_{w_n} \exp\{i\theta_{w_n}\} \quad (19)$$

On note $f_{w_r}(R)$ la loi de probabilité de l'amplitude du bruit. On obtient alors pour la fonction test :

$$\Lambda_{\text{récepteur}}(\underline{R}) = \left\| \frac{1}{L} \sum_{n=1}^L P_n \left(\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{f_{w_r}}{R} \right) (z_n) \right) \right\|^2 \quad (20)$$

L'architecture du récepteur optimum diffère du récepteur défini en présence de bruit gaussien de par la présence d'une non linéarité appliquée au signal complexe généré à l'entrée du récepteur. En représentant le signal complexe par ses coordonnées polaires nous nous ramenons à un problème unidimensionnel, la non linéarité affectant

l'amplitude du signal complexe R. Elle a pour expression :

$$G'_{w_r} = -\frac{\partial}{\partial R} \left(\frac{f_{w_r}}{R} \right) (R) \quad (21)$$

L'architecture du filtre non linéaire appliqué à l'entrée du récepteur numérique est représentée figure (4).

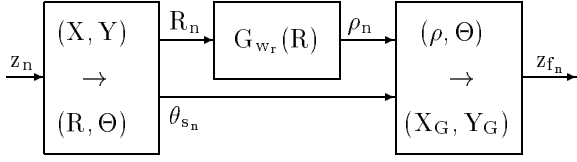


FIG. 4: filtrage non linéaire

4.3 Définition de l'opérateur

L'opérateur G_{w_r} est déduit de la statistique du bruit.

Bruit gaussien.

$$f_{w_r}(R) = \frac{R}{\sigma_g^2} \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma_g^2}\right) \mathbf{1}_{R \geq 0} \Rightarrow G_{w_r}(R) = \frac{R}{\sigma_g^2} \quad (22)$$

Bruit sinusoïdal+bruit gaussien. L'opérateur est indépendant de la phase du signal. Il s'applique donc aux bruits sinusoïdaux à fréquence fixe ou modulés en fréquence.

$$\begin{aligned} f_{w_r}(R) &= \frac{R}{\sigma_g^2} \exp\left(\left(-\frac{R^2}{2\sigma_g^2} - \gamma_{jg}\right) I_0\left(\frac{R\sqrt{2\gamma_{jg}}}{\sigma_g}\right)\right) \mathbf{1}_{R \geq 0} \\ \gamma_{jg} \gg 1 &\Rightarrow f_{w_r} \approx \frac{1}{\sigma_g \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(R-A_j)^2}{2\sigma_g^2}\right) \mathbf{1}_{|R-A_j| \leq 3\sigma_g} \\ G_{w_r}(R) &\approx \frac{R-A_j}{\sigma_g^2} \end{aligned} \quad (23)$$

I_0 : fonction de Bessel modifiée d'ordre 0

Bruit sinusoïdal pulsé+bruit gaussien. L'amplitude prend successivement les valeurs 0 et A_j . On note P_0 et P_1 les proportions du temps passé dans chacun de ces 2 états. On a:

$$\begin{aligned} f_{w_r}(R) &\approx P_0 \frac{R}{\sigma_g^2} \exp\left(-\frac{R^2}{2\sigma_g^2}\right) \mathbf{1}_{0 \leq R \leq 4\sigma_g} \\ &+ P_1 \frac{1}{\sigma_g \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(R-A_j)^2}{2\sigma_g^2}\right) \mathbf{1}_{|R-A_j| \leq 3\sigma_g} \\ G_{w_r}(R) &\approx \left(\frac{R}{\sigma_g^2}\right) \mathbf{1}_{0 \leq R \leq 4\sigma_g} + \left(\frac{R-A_j}{\sigma_g^2}\right) \mathbf{1}_{|R-A_j| \leq 3\sigma_g} \end{aligned} \quad (24)$$

4.4 Rapport signal sur bruit après filtrage

Pour caractériser cette technique nous estimons le SNR en sortie du filtre représenté figure (4). Pour de faibles rapports signal on a (voir (19)):

$$\begin{cases} R_n \approx R_{w_n} + r_{s_n} \\ r_s = A \cos(\theta_{w_n} - \theta_{s_n}) \end{cases} \quad (25)$$

En développant le signal autour du bruit on obtient en sortie de l'opérateur non linéaire :

$$\rho_n = G_{w_r}(z_n) \approx G_{w_r}(R_{w_n}) + G'_{w_r}(R_{w_n}) r_{s_n} \quad (26)$$

Après traitement la puissance du bruit est :

$$P_{w_f} = E \{ G_{w_r}^2(R_{w_n}) \} \quad (27)$$

Et la puissance d'intercorrélation signal reçu-code local dépend de la pente de l'opérateur autour de R_w :

$$A^2 \|R_{pfp}(0)\|^2 = A^2 k_\theta (E \{ G'_{w_r}(R_w) \})^2 \quad (28)$$

où K_θ est un coefficient qui dépend de la phase du signal avant et après traitement.

Bruit gaussien. L'opérateur est linéaire d'après (22). On retrouve le récepteur conventionnel.

Bruit sinusoïdal+bruit gaussien. On note A_j , θ_j et R_g , θ_g les amplitudes et arguments de ces 2 composantes. Pour des rapports γ_{jg} très grands devant 1 on obtient :

$$\left. \begin{aligned} P_{w_f} &\approx E \left\{ \frac{R_g^2 \cos^2(\theta_j - \theta_g)}{\sigma_g^2} = \frac{1}{\sigma_g^2} \right\} \\ \|R_{pfp}(0)\|^2 &= k_\theta \frac{1}{\sigma_g^4} = \frac{1}{4\sigma_g^4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Gamma = \frac{A^2}{4\sigma_g^2} \quad (29)$$

Le traitement affecte la phase du signal et on mesure une perte de corrélation de 3dB.

Bruit sinusoïdal pulsé+bruit gaussien. L'amplitude du signal décrit 2 domaines. Au voisinage de 0 la phase du signal n'est pas affectée. Le rapport Γ dépend des proportions P_0 et P_1 :

$$\Gamma = \frac{A^2}{2\sigma_g^2} (P_0 + \frac{P_1}{2}) \quad (30)$$

5 conclusion

Le filtre à encoche est bien adapté à des brouilleurs variant lentement en temps. Le réglage du coefficient α_0 permet alors des encoches très fines (bande à -3dB de fréquence normalisée égale à $2.25 \cdot 10^{-3}$ pour $\alpha_0 = .99$). En présence de brouilleurs modulés linéairement en fréquence, ne respectant pas la relation (13), ou de brouilleurs pulsés, le filtre linéaire n'est plus efficace. Le détecteur localement optimum, utilisant un opérateur non linéaire déduit de la statistique de bruit est alors bien adapté. Il introduit toutefois une perte de 3dB pour un brouilleur non pulsé.

Références

- [1] René Jr. Landry, Vincent Calmettes, Alain Ducasse, *Impact of Interference on the New COSSAP GPS Receiver and Mitigation Techniques Evaluation*. Navigation 2000, ION National Technical Meeting, Long Beach, CA, 21-23 Janvier 1998.
- [2] D. Allinger, D. Fitzmartin, P. Konop, A. Tetewsky, P. Van Broekhoven, J. Veale, *Theory of an adaptive NonLinear Spread-Spectrum receiver for gaussian or non-gaussian interference*. Twentieth Asimolar Conference on Signals, Systems and computers (Cat. No.87CH2461-2). pp58-62, 1987.
- [3] S. A. Kassam, *Signal Detection in Non-Gaussian Noise*. Springer-Verlag, pp42-47, 1988.