

Estimation non biaisée de décalages subpixelaires sur des images SPOT

Hervé CARFANTAN¹, Bernard ROUGÉ²

¹Laboratoire d'Astrophysique – UMR 5572 de l'Observatoire Midi Pyrénées
14 Avenue Édouard Belin, 31 400 Toulouse, France

²Centre National d'Études Spatiales
18 Avenue Édouard Belin, 31 400 Toulouse, France
Herve.Carfantan@obs-mip.fr, Bernard.Rouge@cnes.fr

Résumé – L'estimation non biaisée, avec une précision inférieure au pixel, du décalage entre deux images SPOT est un enjeu majeur pour certaines applications ; une des principales difficultés étant due à la faible dimension des imagerie pour lesquelles le décalage peut être considéré constant. Des problèmes de biais ont été mis en évidence et l'objectif de ce travail est d'étudier les origines potentielles du biais constaté, tant du point de vue du modèle d'observation que de celui des méthodes utilisées, puis de proposer une méthode d'estimation non biaisée du décalage.

Abstract – Unbiased estimation of shifts among two SPOT satellite images with subpixel accuracy is a major challenge for some specific applications. The constant shift model between images is satisfied only locally which increases the estimation's difficulty. Bias have been noticed; therefore, the objective of this work is to determine the potential origins of these bias, in the observation model as well as in the used methods and to propose an unbiased estimation scheme.

1 Introduction

Le recalage est un problème classique en traitement du signal et des images et en vision par ordinateur. Il apparaît en imagerie satellitaire lors de la caractérisation de défauts géométriques locaux sur les images dus au système imageur. Par exemple, lors de la cartographie du plan focal des instruments ou l'étude de micro-vibrations du satellite lors de la prise de vue [1]. De fortes précisions sont alors souhaitées, inférieures au 5/100ème de pixel.

Pour ce type d'applications, les deux images sont strictement identiques et translatées l'une par rapport à l'autre. Malheureusement, le modèle de translation n'est valable que localement – typiquement pour des imagerie de taille inférieures à 20×20 pixels – et non uniformément sur l'ensemble des images ce qui augmente considérablement les difficultés de ce problème.

Heureusement, les défauts géométriques le long des lignes et des colonnes peuvent être considérés séparables. La précision peut alors être améliorée afin d'atteindre l'objectif fixé par moyenne le long des lignes et des colonnes, cela à condition que le décalage soit estimé sans biais. Or des études internes au CNES ont mis en évidence des problèmes de biais dans l'estimation de ces décalages. L'objectif de ce travail était donc de faire le point sur les techniques existantes et de proposer, pour ce type d'applications, une méthode non biaisée d'estimation de ces décalages.

Dans un premier temps, on établit les relations existant entre les signaux dans le cas de signaux continus issus d'instruments idéaux. Ces relations sont très simples et des estimateurs empiriques du décalage apparaissent de façon

évidente. On étudiera ensuite les effets des instruments, de l'échantillonnage et du bruit sur les données. L'objectif principal étant de mettre en avant les paramètres d'observation pouvant induire des biais dans l'estimation du décalage. On étudiera alors les méthodes d'estimation potentiellement non biaisées, avant de comparer leurs résultats sur des simulations réalistes.

2 Relations induites par le décalage

Les données que l'on possède sont des images numériques, bruitées, issues de l'observation d'un paysage, par deux instruments éventuellement différents. Le modèle d'observation est schématisé FIG. 1.

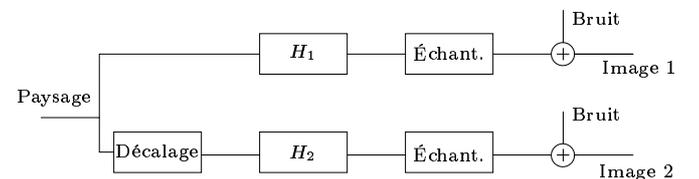


FIG. 1: Paramètres instrumentaux intervenant dans la formation des images

On considère donc deux signaux identiques¹ translatés entre eux d'un décalage d :

$$x_1(t) = x_2(t + d) \quad (1)$$

1. Par simplicité, on se place ici dans un cadre 1-D, la généralisation au cas des images étant évidente. Dans le but de prendre en compte aisément le bruit d'observation, on considère le paysage observé comme un processus aléatoire stationnaire à l'ordre 2, ergodique.

L'estimateur du décalage au sens de la moyenne quadratique est défini comme

$$\hat{d}_{EQM} = \arg \min_d E \left\{ (x_1(t) - x_2(t+d))^2 \right\}.$$

Dans le cas de processus stationnaires, cela revient à maximiser l'intercorrrelation : $C_{x_1, x_2}(d) \triangleq E \{x_1(t)x_2(t+d)\}$

Remarquons que l'on a la relation suivante entre l'intercorrrelation entre x_1 et x_2 et les auto-corrélations de x_1 et x_2 :

$$C_{x_1, x_2}(\tau) = C_{x_2}(\tau - d) = C_{x_1}(\tau - d) \quad (2)$$

En considérant les signaux x_1 et x_2 déterministes, la relation (1) donne pour leurs transformées de Fourier :

$$X_1(\nu) = X_2(\nu)e^{2j\pi\nu d} \quad (3)$$

où $X_i(\nu)$ est la transformée de Fourier du signal $x_i(t)$. On peut alors envisager de calculer le décalage permettant d'annuler le spectre [2] de différence en minimisant le critère :

$$J(d) = \int_{-\infty}^{\infty} |X_1(\nu) - X_2(\nu)e^{2j\pi\nu d}|^2 d\nu \quad (4)$$

qui, via l'égalité de Parseval, est donc le pendant de l'EQM dans le cadre déterministe. On peut également envisager de blanchir le rapport des spectres [3, 4] par division spectrale :

$$\frac{X_1(\nu)}{X_2(\nu)} = e^{2j\pi\nu d},$$

le décalage correspondant alors à la pente de la phase du spectre blanchi.

Dans le cadre stochastique, on ne peut plus utiliser la relation sur les signaux mais celle sur les corrélations (2) qui donne :

$$\Gamma_{x_i}(\nu) = \Gamma_{x_1, x_2}(\nu)e^{2j\pi\nu d} \quad (5)$$

où $\Gamma_{x_i}(\nu)$ est la densité spectrale de puissance du processus $x_i(t)$ et $\Gamma_{x_1, x_2}(\nu)$ la densité inter-spectrale de puissance des processus $x_1(t)$ et $x_2(t)$. On peut alors également procéder par annulation de spectre en minimisant le critère :

$$J(d) = \int_{-\infty}^{\infty} |\Gamma_{x_1}(\nu) - \Gamma_{x_1, x_2}(\nu)e^{2j\pi\nu d}|^2 d\nu$$

ou par blanchiment, en effectuant la division spectrale :

$$\frac{\Gamma_{x_1}(\nu)}{\Gamma_{x_1, x_2}(\nu)} = e^{2j\pi\nu d}.$$

Remarquons que la relation (5) nous indique que l'information sur le décalage entre les signaux est entièrement contenue dans la phase de $\Gamma_{x_1, x_2}(\nu)$ puisque $\Gamma_{x_i}(\nu)$ est réelle positive ; il n'est donc pas nécessaire d'effectuer une division spectrale pour estimer le décalage.

2.1 Influence des paramètres instrumentaux

2.1.1 Fonction de transfert instrumentale

On considère les images z_1 et z_2 issues de l'observation des paysages par les deux instruments². Bien évidemment, si

² On note $h_i(t)$ les réponses impulsionnelles des instruments et $H_i(\nu)$ leurs réponses en fréquence.

les instruments sont identiques, la relation (1) reste valable pour les signaux $z_i(t)$, ce qui n'est plus vérifié pour des instruments différents.

Pour l'intercorrrelation, on a

$$C_{z_1, z_2}(\tau) = (h_{1,2} * C_{x_1, x_2})(\tau) \quad (6)$$

avec $h_{1,2}(t) = h_1(t) * h_2(-t)$ et le maximum de l'intercorrrelation entre x_1 et x_2 peut donc être déplacé du fait des réponses instrumentales.

En fréquentiel, on a pour des signaux déterministes :

$$Z_1(\nu) = Z_2(\nu) \frac{H_1(\nu)}{H_2(\nu)} e^{2j\pi\nu d}.$$

Dans le cas de signaux aléatoires, la formule des interférences donne :

$$\Gamma_{z_1}(\nu) = \frac{H_1(\nu)^*}{H_2(\nu)^*} \Gamma_{z_1, z_2}(\nu) e^{2j\pi\nu d}.$$

On ne peut donc plus continuer à procéder par annulation ou blanchiment spectral sauf si les instruments sont identiques ou parfaitement caractérisés.

Remarquons que dans le domaine fréquentiel, la relation (6) s'écrit :

$$\Gamma_{z_1, z_2}(\nu) = H_1(\nu)H_2(\nu)^* \Gamma_{x_1, x_2}(\nu),$$

aussi, si les réponses en fréquence des instruments sont toutes deux réelles positives, il n'y a aucun déphasage entre les densités inter-spectrales de puissance de z_1, z_2 et x_1, x_2 et donc aucun retard entre les intercorrrelations (condition suffisante mais non nécessaire). Aussi, le maximum de l'intercorrrelation C_{z_1, z_2} est positionné au même instant que celui de C_{x_1, x_2} . De même, l'information sur le décalage est entièrement contenue dans la phase de $\Gamma_{z_1, z_2}(\nu)$. Cette propriété n'est malheureusement valable que dans 3/5èmes de la bande spectrale pour les instruments des satellites SPOT.

2.1.2 Échantillonnage

Pour les signaux échantillonnés $x_i[k] = x_i(kT_e)$, il est immédiat de remarquer que la relation (1) n'est plus valable, sauf cas exceptionnel ou le décalage est un nombre entier de période d'échantillonnage T_e . Quant à la corrélation, on ne dispose là encore que de coefficients pour des indices entiers, correspondant à des décalages multiples du pas d'échantillonnage. On peut néanmoins tenter de calculer le décalage rendant maximum l'intercorrrelation $C_{x_1, x_2}(t)$ par interpolation de $C_{x_1, x_2}[k]$.

En fréquentiel, en considérant la Transformée de Fourier au sens des signaux discrets, les relations (3) et (5) restent valables pour des spectres de période f_e à condition que le théorème de Shannon soit respecté. Cette remarque peut paraître anodine mais il est important de rappeler que l'échantillonnage effectué par les instruments des satellites SPOT (jusqu'à SPOT 4) ne respecte pas le théorème de Shannon. Dans ce cas, on se doute que les relations établies sur l'intercorrrelation seront également perturbées par ce sous échantillonnage.

2.1.3 Bruit

On considère des perturbations additives centrées sur chacun des signaux : $x_i^b(t) = x_i(t) + b_i(t)$. Si ces perturbations sont décorrélées entre elles et non corrélées aux signaux, la minimisation de l'EQM pour les signaux bruités amène encore à la maximisation de leur intercorrélation.

En fréquentiel, la relation (5) devient :

$$\Gamma_{x_i^b}(\nu) - \sigma_{b_i}^2 = \Gamma_{x_1^b, x_2^b}(\nu) e^{2j\pi\nu d}$$

et l'on ne peut plus procéder par blanchiment ou annulation de spectre à moins de connaître la variance du bruit. En revanche, l'information sur le décalage entre les signaux est toujours contenue dans la phase de $\Gamma_{x_1^b, x_2^b}(\nu)$.

3 Estimation du décalage

On peut retenir de la partie précédente, pour des images issues du même instrument, deux faits importants :

- l'estimation du décalage au sens EQM, qui amène à la maximisation de l'intercorrélation entre les deux images, est insensible aux paramètres instrumentaux.
- l'information sur le décalage est entièrement contenue, en fréquentiel, dans la phase de la densité interspectrale de puissance des deux images, et est également insensible à ces paramètres instrumentaux.

Ces propriétés ne sont valables bien sûr que si le théorème de Shannon est vérifié lors de l'échantillonnage, ce qui n'est, rappelons le, pas le cas en pratique.

Ces constatations nous guident pour la construction d'estimateurs empiriques du décalage. Malheureusement, ces quantités (corrélations, DSP) ne sont pas connues – nous disposons en pratique d'un nombre limité d'échantillons d'une réalisation des signaux – et il sera nécessaire de les estimer. Nous nous concentrons par la suite sur l'estimation et la maximisation de l'intercorrélation, car étant donnée la taille réduite des imagerie considérées, les méthodes travaillant dans le domaine spectral sont délicates à utiliser (périodisation des images lors de l'utilisation de la Transformée de Fourier Discrète par exemple).

3.1 Estimation de la corrélation

L'estimation de la corrélation pour des signaux numériques est un problème classique de traitement du signal [5]. La taille de la fenêtre d'observation et les problèmes aux bords de cette fenêtre viennent généralement perturber cette estimation. Pour notre part, en déplaçant une imagerie de petite taille dans une image de référence ; on dispose d'un estimateur de la corrélation non biaisé et utilisant le même nombre de points pour tout décalage. Le principal inconvénient de cet estimateur provient de la dissymétrie de traitement (choix d'une image de référence).

La corrélation est utilisée ici en tant que « mesure de ressemblance » entre deux images. Or il apparaît que pour l'estimateur de la corrélation utilisé elle n'est pas forcément maximale lorsque les deux signaux sont identiques. Cela est illustré FIG. 2 où l'autocorrélation pour la fenêtre de longueur L débutant en t_0 est supérieure en τ qu'en 0 (la valeur du signal dans la seconde fenêtre étant supérieure à celle de la première). Aussi il apparaît nécessaire

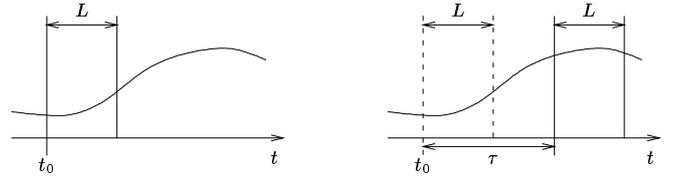


FIG. 2: Effet du fenêtrage sur la corrélation

d'effectuer une normalisation du signal dans chaque imagerie (moyenne nulle et écart-type unité) afin de contourner ce défaut. Remarquons qu'en terme d'imagerie, cela permet de ne plus être sensible à des différences d'échelles radiométriques des images considérées.

3.2 Maximisation de l'intercorrélation

Dans le but de calculer le décalage rendant maximale l'intercorrélation, de nombreuses techniques ont été envisagées [3], nous en retenons trois ici : l'interpolation de la corrélation, le rééchantillonnage des images pour l'estimation de la corrélation, et la prise en compte d'un modèle pour la corrélation.

Une fois l'intercorrélation estimée pour des décalages entiers, on peut, d'un point de vue théorique, calculer l'intercorrélation en tout point par interpolation à l'aide d'un sinus cardinal. Malheureusement, le sinus cardinal est à support temporel très grand, ce qui est contradictoire avec notre modèle de translation qui n'est valable que localement. Pour des raisons de coût de calcul, il est souvent proposé en traitement d'images d'utiliser des variantes plus courtes telles que des interpolations linéaires ou des splines d'ordre 3 (bicubiques) qui ont un support réduit de $[-3,3]$. En s'autorisant un support plus large, mais néanmoins réduit par exemple $[-7,7]$ on peut envisager d'apodiser le sinus cardinal.

Une autre façon d'estimer la corrélation pour tout décalage consiste à rééchantillonner une des imagerie translatée du décalage considéré, puis d'en estimer l'inter-corrélation avec l'image de référence. D'un point de vue théorique, il est équivalent – en modifiant éventuellement le filtre – d'interpoler la corrélation estimée ou d'estimer la corrélation d'images rééchantillonnées, ce qui n'est plus vrai lorsque la corrélation estimée est normalisée.

On peut également prendre en compte un modèle paramétrique pour la corrélation, dont on réglera les paramètres par moindres carrés, avant de calculer le maximum de la corrélation pour le modèle considéré. Bien évidemment, le principal problème de cette approche réside dans le choix du modèle de corrélation, son principal avantage étant de pouvoir choisir un modèle valable localement autour du maximum.

4 Résultats de simulations

L'objectif de cette étude était d'étudier l'origine des biais dans les méthodes utilisées jusqu'alors par le CNES pour estimer les décalages entre images SPOT. On a pu mettre en avant le fait que du point de vue du modèle d'observation, seul le non respect du théorème de Shannon pouvait décaler le maximum de l'intercorrélation entre

les images et de ce fait introduire un biais dans l'estimation du décalage par maximisation de l'intercorrélacion. Du point de vue des méthodes, le choix des filtres d'interpolation ou du modèle d'intercorrélacion peuvent également introduire des biais dans cette estimation. Aussi allons nous vérifier ces points lors de ces simulations.

Dans un premier temps nous avons simulé des images avec un décalage constant sur l'ensemble de l'image. Partant de photographies aériennes de la région toulousaine (paysage de ville, résolution 1m), on simule des images SPOT par convolution par la réponse instrumentale et sous échantillonnage d'un facteur 10 (on a donc des décalages de l'ordre du 1/10ème de pixel) et ajout du bruit (rapport signal sur bruit de 100 – valeur moyenne des pixels sur écart-type du bruit). On étudie alors les décalages estimés, pour des décalages en ligne de 0 à 1 pixel³, sur une centaine de zones de l'image par trois méthodes: *a)* interpolation de l'intercorrélacion par un filtre bicubique ou *b)* un sinus cardinal apodisé (support $[-7,7]$, apodisation gaussienne), *c)* rééchantillonnage des images par un filtre bicubique et *d)* modélisation sinusoïdale de l'intercorrélacion proche de son maximum.

On constate FIG. 3 que même lorsque l'échantillonnage respecte le théorème de Shannon (instrument de type SPOT 5), seule l'interpolation de l'intercorrélacion par un sinus cardinal apodisé ne présente pas de biais d'estimation. Pour les autres, on voit apparaître un biais de forme sinusoïdale de maximum de l'ordre de 0,05 pixels. Remarquons qu'interpoler l'intercorrélacion et rééchantillonner une des images donnent des résultats comparables lorsque les mêmes filtres sont utilisés (ici bicubiques). On montre ainsi que dans ce cadre idéal (images identiques), néanmoins proche de la réalité (instrument, échantillonnage et bruit) il est possible d'estimer des décalages entre des images de taille 20×20 sans biais avec un écart-type de l'ordre 0,02 pixel.

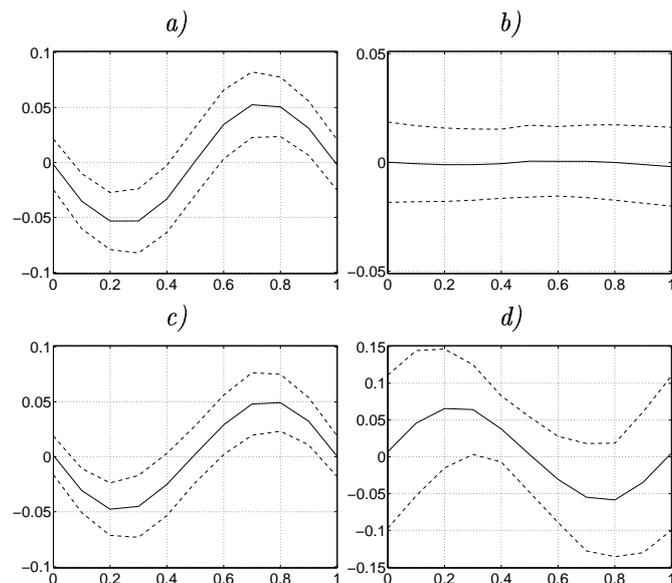


FIG. 3: Biais et écart-type dans l'estimation du décalage

Ensuite, on constate FIG. 4 *a)* que lorsque l'échantillon-

nage ne respecte plus le théorème de Shannon (instrument de type SPOT 4), l'interpolation de l'intercorrélacion par un sinus cardinal apodisé présente un biais d'estimation. Cependant, en effectuant une moyenne sur les quatre pixels voisins – procédé d'hypomodisation [6] permettant en première approximation de respecter le théorème de Shannon – le biais est largement diminué FIG. 4 *b)*.

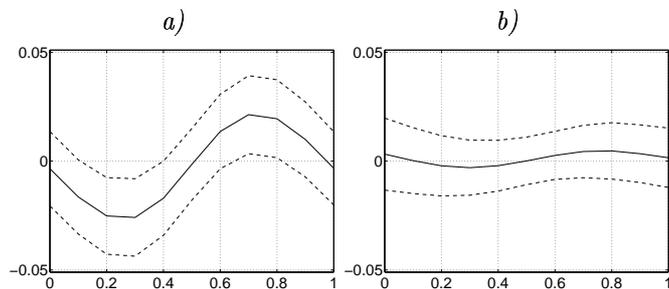


FIG. 4: Non respect du théorème Shannon *a)* et hypomodisation *b)*.

Enfin, nous avons simulé des décalages non constants sur l'image tels que des rampes ou des sauts brusques de décalages. On peut constater que le décalage estimé correspond au décalage moyen sur la fenêtre, la rampe de décalage étant correctement estimée FIG. 5 *a)* tandis que le saut se retrouve convolué par la fenêtre FIG. 5 *b)*.

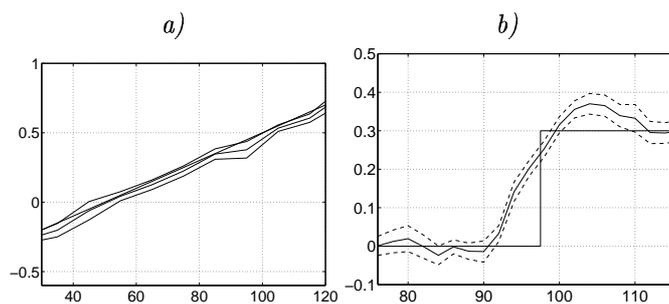


FIG. 5: Rampe ou saut de décalage.

Références

- [1] S. Roques, F. Brachère, B. Rougé et Michel Pausader, *Séparation des décalages induits par l'attitude et le relief entre images d'un couple stéréoscopique*, Colloque GRETSI, 2001.
- [2] S.P. Kim and W.-Y. Su, *Subpixel accuracy image registration by spectrum cancellation*, Proceedings of IEEE ICASSP, vol. 5, pp153–156, 1993.
- [3] Q. Tian and M. N. Huhns, *Algorithms for subpixel registration*, Computer vision, graphics and image processing, vol. 35, pp220–233, 1986.
- [4] H. Shekarforoush, M. Berthod and J. Zerubia, *Subpixel image registration by estimating the polyphase decomposition of the cross power spectrum*, Rapport INRIA no 2707, novembre 1995.
- [5] M. Kunt, *Traitement numérique des signaux*, Traitement d'électricité, Presses polytechniques romandes, 1984.
- [6] B. Rougé, *Théorie de la chaîne image*, Mémoire d'habilitation à diriger les recherches, Université de Paris-Dauphine, 1997.

3. Le décalage en colonne étant fixé à 0,3 pixels