

# Corrélation spatiale de la phase des images radar

David PETIT<sup>1</sup>, Loïc SOUCILLE<sup>1</sup>, Jean-Denis DUROU<sup>1</sup>, Frédéric ADRAGNA<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Institut de Recherche en Informatique de Toulouse (IRIT)

Université Paul Sabatier, IRIT, équipe TCI, 118 route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex 4

<sup>2</sup>Centre National d'Études Spatiales (CNES)

CNES, 18 avenue Edouard Belin, 31401 Toulouse Cedex 4

David.Petit@irit.fr, Loic.Soucille@irit.fr, Jean-Denis.Durou@irit.fr,  
Frederic.Adragna@cnes.fr

**Résumé** - Ce travail traite du comportement spatial de la phase, dans une image radar. Celle-ci apparaît spatialement corrélée (et donc partiellement déterministe) aux résolutions élevées au regard de la longueur d'onde. Nous proposons un modèle statistique de la phase pour expliquer ce phénomène, dont la résolution analytique est exposée dans un cadre restreint. Des simulations viennent étayer ce résultat pour différentes situations du modèle, et sont confrontées à des mesures sur des données réelles.

**Abstract** – This work deals with the spatial behavior of the phase in a radar image. This one seems to be spatially correlated (and also partially determinist) for high resolution with regard to the wavelength. We provide a statistical model of the phase to explain this phenomenon, from which an analytic solution is exposed for a restricted scope. Simulations come to support this result for different cases of the model, and they are compared with measurements on real images.

## 1. Statistique de la phase

### 1.1 Introduction

La phase radar est généralement considérée comme spatialement aléatoire mais temporellement corrélée, elle ne peut donc faire l'objet d'une utilisation, seule. Elle est soit employée conjointement avec l'amplitude afin d'effectuer des traitements complexes, soit en différence de phase avec une autre acquisition, dans le cadre d'applications interférométriques.

Cependant, la récente disponibilité d'images radar de haute résolution (inférieure au mètre) nous oblige à reconsidérer cette représentation<sup>[1]</sup> (cf. figure 1). En effet, les hypothèses des modèles usuels ne sont probablement plus valides lorsque la résolution approche la longueur d'onde.

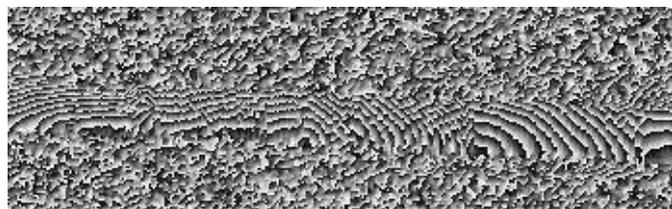


FIG. 1 : image de phase sur une traverse métallique.

### 1.2 Estimateurs

Nous allons chercher à mesurer la part du comportement déterministe de la phase par rapport au comportement stochastique. En interférométrie, nous disposons de la cohérence<sup>[2]</sup> pour estimer la stabilité de la phase, mais nous ne

disposons ici que d'une seule image. Nous allons donc faire les hypothèses suivantes sur le signal radar :

- Les conditions d'ergodicité et de stationnarité sont localement vérifiées (hypothèses standards pour l'usage de l'estimateur de cohérence<sup>[3]</sup>).
- Le signal peut être décomposé en deux parties : une composante déterministe représentée par le modèle  $F(x,y)$  et une composante aléatoire<sup>[4]</sup>.

Pour estimer la contribution de la composante déterministe, nous définissons l'estimateur de cohérence pour  $M$  échantillons d'une seule image  $z(x,y)$  :

$$\tilde{g} = \frac{1}{\sqrt{M}} \frac{\left| \sum_{k=1}^M z(x_k, y_k) \exp(-j\Phi(x_k, y_k)) \right|}{\sqrt{\sum_{k=1}^M z(x_k, y_k) z(x_k, y_k)^*}} \quad (1)$$

En pratique, la cohérence sera estimée sur une fenêtre où le modèle de phase sera défini comme étant une rampe.

La corrélation spatiale de phase proprement dite sera évaluée grâce à l'estimateur non biaisé de la fonction d'autocorrélation.

## 2. Modélisation

### 2.1 Modèle de Goodman

Le modèle de Goodman<sup>[5]</sup>, issu de travaux sur les interférences laser, est un modèle simple de chatouement (*speckle*). De nombreux modèles statistiques de l'amplitude radar en sont dérivés<sup>[6]</sup>, mais tous supposent que la phase est équiprobable entre 0 et  $2\pi$ .

Le principe de la modélisation est de considérer que la réponse d'une surface représentant un pixel peut être représentée par la somme des contributions complexes apportées par  $N$  réflecteurs élémentaires. Les hypothèses de modélisation sont les suivantes :

- Le nombre  $N$  de réflecteurs élémentaires est suffisamment grand pour permettre d'utiliser le théorème central limite et d'utiliser des distributions gaussiennes.
- La phase  $\mathbf{f}_k$  et l'amplitude  $a_k$  du signal renvoyé par chaque réflecteur  $k$  sont indépendantes entre elles.
- Les phases ( $\mathbf{f}_k, \mathbf{f}_{k+1}, \dots$ ) des réflecteurs, de même que leurs amplitudes, sont indépendantes entre elles.
- La phase est uniformément distribuée sur  $[0, 2\pi[$ .

Cette modélisation conduit à une distribution de Rayleigh pour l'amplitude, et une distribution équiprobable pour la phase. Nous proposons une modification de ce modèle simple afin de fournir une représentation statistique de la phase

## 2.2 Modèle de phase

### 2.2.1 Hypothèses

Dans ce modèle, nous remplaçons la dernière hypothèse du modèle de Goodman par une hypothèse fondamentale en interférométrie, et nous ajoutons une contrainte :

- La phase du réflecteur  $k$  est liée à la distance  $y_k$  parcouru par l'onde (de longueur d'onde  $I$ ) dans son aller-retour du capteur à la cible :

$$\mathbf{f}_k = \frac{2\mathbf{p}}{I}(2y_k) \quad (2)$$

- La réponse totale est l'intégration sur la surface du pixel (de dimension  $P_a \times P_d$  et de coordonnées  $(x_0, y_0)$ ) des réponses impulsionnelles  $h$  produites par chaque cible,  $y$  compris celles qui sont extérieures au pixel.

$$E_N = \int_{x_0}^{x_0+P_a} \int_{y_0}^{y_0+P_d} \lim_{n \rightarrow +\infty} \sum_{k=1}^{(2n+1)^2 N} a_k e^{j\mathbf{f}(y_k)} h(y_k - y) h(x_k - x) dy dx \quad (3)$$

Nous pouvons estimer l'espérance du champ complexe  $E_N$  :

$$\mathbb{E}[E_N] = \frac{N}{P_a P_d} \mathbb{E}[a_k] A(P_a) B(P_d) \quad (4)$$

où  $H$  désigne la primitive de  $h$  :

$$A(P_a) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(u) - H(u - P_a) du \quad (5)$$

$$B(P_d) = \int_{-\infty}^{+\infty} e^{j\mathbf{f}(y_0+v)} (H(v) - H(v - P_d)) dv \quad (6)$$

### 2.2.2 Réponse de type sinus cardinal

Nous pouvons considérer que les systèmes RSO ont généralement une réponse impulsionnelle similaire à celle du sinus cardinal (fonction  $\text{sinC}$  et sa primitive  $\text{sinCint}$ ) et ainsi :

$$h(u) = \text{sinC}\left(\frac{k\mathbf{p}u}{R}\right) \quad (7)$$

$$H(u) = \frac{R}{k\mathbf{p}} \text{sinCint}\left(\frac{k\mathbf{p}}{R}u\right) \quad (8)$$

où  $k$  désigne la constante telle que  $R$  représente la résolution à  $-3\text{dB}$  du sinus cardinal ( $\text{arcsinC}$  est la fonction réciproque de  $\text{sinC}$ ).

$$k = \frac{2 \text{arcsinC}(10^{-3/20})}{\mathbf{p}} \quad (9)$$

Nous obtenons la formulation exacte de  $A(P_a)$ , mais  $B(P_d)$  reste non intégrable.

$$A(P_a) = \frac{R_a}{k} P_a \quad (10)$$

Nous effectuons donc l'approximation grossière suivante :

$$\text{sinCint}(v) = \begin{cases} -\mathbf{p}/2 & \text{si } v < -\mathbf{p}/2 \\ +\mathbf{p}/2 & \text{si } v > +\mathbf{p}/2 \\ v & \text{si } -\mathbf{p}/2 \leq v \leq +\mathbf{p}/2 \end{cases} \quad (11)$$

Cela est équivalent à négliger les lobes secondaires du sinus cardinal et à représenter son lobe principal par une « fonction porte à bord doux ».

$$B(P_d) = \left(\frac{I}{2\mathbf{p}}\right)^2 \sin\left(\frac{2\mathbf{p}R_d}{kI}\right) \sin\left(\frac{2\mathbf{p}P_d}{I}\right) \exp\left(j\left(\frac{4\mathbf{p}y_0}{I} + \frac{2\mathbf{p}P_d}{I} + \mathbf{p}\right)\right) \quad (12)$$

$$\mathbb{E}[E_N] = N \frac{R_a}{kP_d} \left(\frac{I}{2\mathbf{p}}\right)^2 \mathbb{E}[a_k] \times \sin\left(\frac{2\mathbf{p}R_d}{kI}\right) \sin\left(\frac{2\mathbf{p}P_d}{I}\right) \exp\left(j\left(\frac{4\mathbf{p}y_0}{I} + \frac{2\mathbf{p}P_d}{I} + \mathbf{p}\right)\right) \quad (13)$$

### 2.2.3 Loïs statistiques

Contrairement au modèle de Goodman, les espérances des parties réelles et imaginaires sont non nulles :

$$\mathbb{E}[E_N] = \mathbb{E}[X + jY] = m_x + jm_y = a \cos \mathbf{j} + ja \sin \mathbf{j} \quad (14)$$

Dans le cas de l'exemple précédent nous avons grâce aux fonctions partie entière (Ent) et partie fractionnaire (Frac) :

$$a = N \frac{R_a}{kP_d} \left(\frac{I}{2\mathbf{p}}\right)^2 \mathbb{E}[a_k] \sin\left(\frac{2\mathbf{p}R_d}{kI}\right) \sin\left(\frac{2\mathbf{p}P_d}{I}\right) \quad (15)$$

$$\mathbf{j} = \begin{cases} \frac{4\mathbf{p}y_0 + 2\mathbf{p}P_d}{I} \\ +\mathbf{p} \left( 1 - \text{Ent} \left[ 2 \text{Frac} \left[ \frac{R_d}{kI} \right] \right] - \text{Ent} \left[ 2 \text{Frac} \left[ \frac{P_d}{I} \right] \right] \right) \end{cases} \quad (16)$$

La matrice de covariance devient un peu plus complexe, mais nous pouvons exprimer la loi conjointe des variables aléatoires  $A$  et  $\mathbf{f}$  (amplitude et phase) en fonction des variances  $\mathbf{s}_X$ ,  $\mathbf{s}_Y$  et du coefficient de corrélation  $\mathbf{r}$  entre  $X$  et  $Y$  :

$$f(A, \mathbf{f}) = \frac{A}{2\mathbf{p}\mathbf{s}_X\mathbf{s}_Y\sqrt{1-\mathbf{r}^2}} \exp\left\{ \frac{-1}{1-\mathbf{r}^2} \left[ \left( \frac{A \cos \mathbf{f} - m_x}{\mathbf{s}_X} \right)^2 + \left( \frac{A \sin \mathbf{f} - m_y}{\mathbf{s}_Y} \right)^2 - 2\mathbf{r} \frac{(A \cos \mathbf{f} - m_x)(A \sin \mathbf{f} - m_y)}{\mathbf{s}_X \mathbf{s}_Y} \right] \right\} \quad (17)$$

Les lois marginales de l'amplitude et de la phase se déduisent théoriquement de cette expression, mais leur expression analytique n'est pas aisée.

## 2.2.4 Cas du sinus cardinal

Bien que le comportement de la phase moyenne ne soit pas a priori identique à celui de la phase du champ complexe moyen, nous allons nous affranchir du calcul complexe des lois marginales, en étudiant le comportement du vecteur moyen.

Nous avons pu calculer la phase du vecteur moyen, et nous supposons que celle-ci correspond sensiblement à la phase la plus probable. Cette phase est donc liée à la distance du capteur mais, comme nous pouvions nous en douter, aussi au rapport entre la résolution ou le pas de pixel avec la longueur d'onde.

Cette phase sera d'autant plus probable que l'amplitude du vecteur moyen est grande. La phase sera donc d'autant plus déterministe que nous approcherons les conditions :

$$\frac{2pR_d}{kI} = \frac{p}{2} [p] \Leftrightarrow \text{Frac} \left[ \frac{R_d}{kI} \right] \in \left\{ \frac{1}{4}; \frac{3}{4} \right\} \quad (18)$$

$$\frac{2pP_d}{I} = p [p] \Leftrightarrow \text{Frac} \left[ \frac{P_d}{I} \right] \in \left\{ \frac{1}{4}; \frac{3}{4} \right\} \quad (19)$$

En revanche le comportement stochastique sera dominant lorsque :

$$\frac{2pR_d}{kI} = 0 [p] \Leftrightarrow \text{Frac} \left[ \frac{R_d}{kI} \right] \in \left\{ 0; \frac{1}{2} \right\} \quad (20)$$

$$\frac{2pP_d}{I} = 0 [p] \Leftrightarrow \text{Frac} \left[ \frac{P_d}{I} \right] \in \left\{ 0; \frac{1}{2} \right\} \quad (21)$$

## 3. Simulations

### 3.1 Conditions de simulation

Lors des simulations, de nombreux paramètres entrent en ligne de compte :

- Type de réponse impulsionnelle.
- Densité de cibles (nombre et type).
- Rapport entre pas de pixel et longueur d'onde avec une différenciation entre le rôle de la partie entière et de la partie fractionnaire.
- Rapport entre résolution et longueur d'onde avec de nouveau un rôle différent pour la partie entière et la partie fractionnaire.

En outre, lors des simulations, la distance maximale de prise en compte des lobes secondaires, joue un rôle important selon le type de réponse impulsionnelle.

Nous ne présenterons ici, que les résultats obtenus dans le cas où les lobes secondaires du sinus cardinal ont été tronqués. Nous étudierons l'incidence de la partie entière du rapport entre le pas de pixel et la longueur d'onde (que nous appelons facteur d'échelle) selon la densité de cibles. Les parties fractionnaires des rapports entre résolution et longueur d'onde (à  $k$  près) et pas de pixel et longueur d'onde, sont choisies de façon à nous placer dans un contexte favorable de corrélation de phase.

### 3.2 Densité de cibles constante par pixel

Dans cette simulation le nombre de cibles placées par pixel est indépendant du facteur d'échelle, donc de la taille du pixel. Le modèle statistique obtenu pour l'amplitude reste une distribution de Rayleigh. En revanche la distribution

statistique de la phase n'est plus uniforme pour un faible facteur d'échelle.

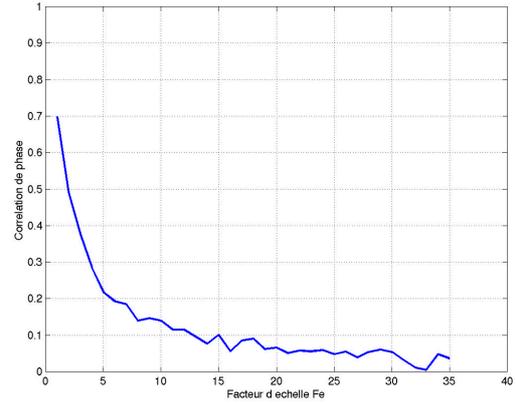


FIG. 2 : corrélation de phase et facteur d'échelle.

### 3.3 Densité de cibles constante par unité de surface

Nous supposons maintenant que l'onde interagit avec des éléments dont la taille ne dépend pas du pas de la taille du pixel mais plutôt de la longueur d'onde. La densité de cibles doit donc rester constante par unité de surface lorsque le facteur d'échelle varie. Dans ce cas le facteur d'échelle a peu d'influence (aux erreurs d'estimation statistique près).

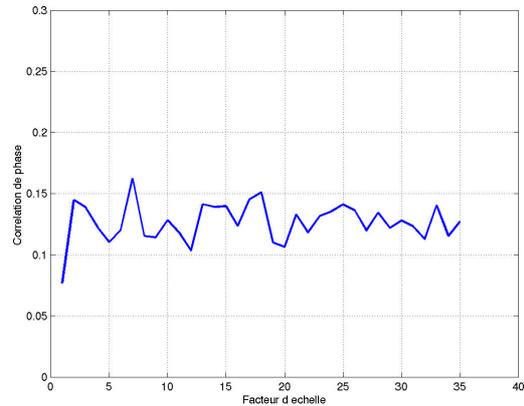


FIG. 3 : corrélation de phase et facteur d'échelle.

## 4. Données réelles

### 4.1 Résolution

Les surfaces susceptibles de correspondre au modèle proposé sont celles présentant une rugosité faible (proche de la longueur d'onde) mais suffisante pour être rétrodiffusante. Selon la variante du modèle, la corrélation spatiale peut exister pour des résolutions élevées (quelques dizaines de mètres), toutefois la première série de mesures effectuées sur des images ERS de zones désertiques n'a pas donné de résultats de corrélation intéressants..

Nous présentons donc les mesures effectuées sur des images de haute résolution (inférieure au mètre), fournies

(entre autres) par la société allemande Aerosensing. Cela signifie que la gamme de facteur d'échelle de notre étude se situe entre 10 et 15.

Les données étudiées ont fait l'objet d'une pondération de type « Blackman », ce qui a pour effet de réduire les lobes secondaires du sinus cardinal et donc de nous rapprocher des conditions d'étude du modèle.

## 4.2 Éléments anthropiques

Les éléments anthropiques sont les plus susceptibles de modifier la loi statistique de la phase. Ils présentent des rugosités faibles ou des motifs induisant des interférences. La figure 4 présente une mesure de la corrélation de phase sur un wagon de chemin de fer.

Pour les zones dont la phase semble avoir un comportement aléatoire, la corrélation est proche de 9%. Cette valeur non nulle provient non seulement du biais de l'estimateur (taille de la fenêtre 20x20), mais aussi de la corrélation spatiale du chatoiement introduite par la réponse impulsionnelle (l'image radar est sur-échantillonnée). En revanche la corrélation est de 13% sur le wagon.

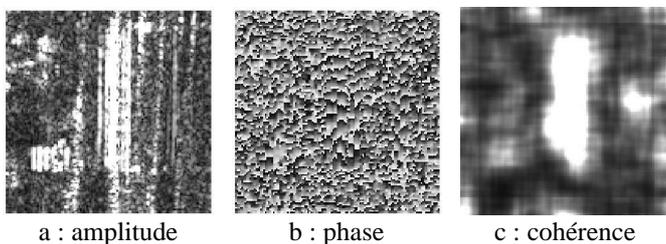


FIG. 4 : corrélation de phase sur un wagon.

## 4.3 Zone côtière

Des cas de corrélation de phase ont pu être observés sur des bandes cotières. Ne disposant pas d'information sur l'état de la marée au moment de l'acquisition, nous ne sommes pas en mesure de dire s'il s'agit d'une zone de banc de sable où de mer.

Nous avons généré une image de phase aléatoire calibrée pour les paramètres d'un des capteurs. La fonction d'autocorrélation est semblable à un dirac comme nous pouvions le supposer. Si nous comparons avec la fonction d'autocorrélation obtenue sur un morceau de cette bande cotière, nous constatons que la phase est très largement corrélée spatialement (autocorrélation supérieure au bruit sur une distance de plusieurs dizaines de pixels).

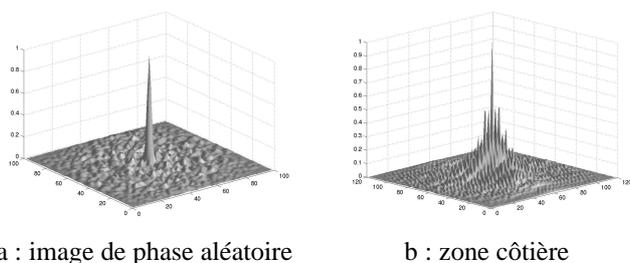


FIG. 5 : fonctions d'autocorrélation.

## 4.4 Artefacts

La figure 6 donne un exemple d'artefact de synthèse. La zone centrale de l'image 6.a présente des rayures provenant des lobes secondaires de sources très rayonnantes. cet artefact induit un motif de phase (fig. 6.b) que détecte l'estimateur de cohérence (fig. 6.c). A cette occasion, nous pouvons noter toutefois une faiblesse de cet estimateur : il est faiblement discriminant puisqu'il ne met en évidence que la zone où les franges sont fortement marquées.

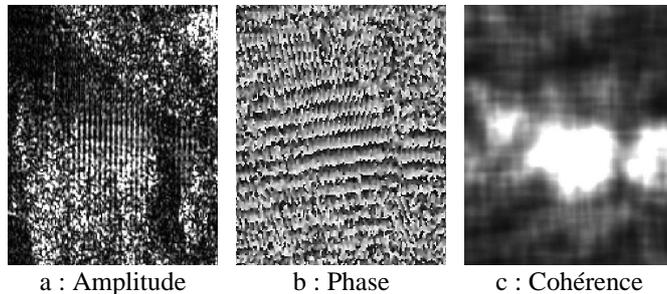


FIG. 6 : corrélation de phase sur un artefact.

## 5. Conclusions et perspectives

Nous avons défini les fondements d'un modèle statistique de phase, et donné quelques solutions dans le cas d'un système dont la réponse impulsionnelle est de type sinus cardinal. Des simulations ont été effectuées en se basant sur ce modèle, et des mesures ont été réalisées sur des données réelles.

Cependant, l'influence de la réponse impulsionnelle sur le modèle doit être plus amplement étudiée. En outre, l'estimateur de cohérence est faiblement discriminant pour des statistiques de phases pourtant différentes, notamment du fait de la faible prise en compte de la relation spatiale dans cet estimateur.

## Références

- [1] D. Petit. *Corrélation spatiale de la phase radar aux hautes résolutions*. mémo interne CNES, mai 2000.
- [2] R. Touzi, A. Lopez, J. Bruniquel, P. W. Vachon. *Coherence estimation for SAR imagery*. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, vol.37, no.1, p. 135-149, janvier 1999.
- [3] R. Touzi. *Estimation of stationary and non stationary coherence in SAR imagery*. IGARSS'98, IEEE proceedings, vol. 5, p 2659-2661, 1998.
- [4] D. Petit, F. Adragna. *A new interferogram simulator : 2SIR. Study of coherence losses for tortures reliefs*. Proceedings of the CEOS SAR Workshop, p. 591-596, Toulouse, France, octobre 1999.
- [5] J.W. Goodman. *Laser Speckle and Related Phenomena, chapter 1 - Statistical properties of laser speckle patterns*. pages 9-76. Springer-Verlag, 1984.
- [6] H. Maître. *Traitement des images de RSO*. Hermes Science, 2001.