

Réseau de filtres de Kalman pour la détection multi-utilisateur dans un système AMRC synchrone

Bessem SAYADI, Sylvie MARCOS

Laboratoire des signaux et systèmes - CNRS/Supélec
Plateau de Moulon, 91192 Gif sur Yvette, FRANCE
sayadi@lss.supelec.fr, marcos@lss.supelec.fr

Résumé — Ce papier présente un nouveau type de récepteur pour un système d'accès multiple basé sur un réseau de filtres de Kalman. Les résultats obtenus montrent qu'avec cette approche, on peut atteindre des performances meilleures que celles d'autres schémas de détection basés sur le filtrage adapté ou sur la minimisation de l'erreur quadratique moyenne proposés dans la littérature, et proches de celles des détecteurs optimaux avec une complexité nettement moindre.

Abstract — A new multiuser detection method based on a Kalman filter network is analysed in this paper. The simulation results show that this detector performs better than the matched filter and the minimum mean square error (MMSE) receiver, and performs nearly as the optimal detectors with a low complexity.

1 Introduction

Le développement des systèmes permettant la transmission de données multimédia à haut débit pour un grand nombre d'utilisateurs simultanés est primordial pour les générations futures de systèmes de communications. C'est dans ce contexte que s'inscrit cette étude traitant de la détection multi-utilisateurs dans un système d'accès multiple à répartition de codes (AMRC) basé sur le filtrage de Kalman.

Les techniques d'étalement de spectre ont des propriétés bien connues actuellement : immunité face aux distorsions apportées par les trajets multiples du canal, faible puissance d'émission, capacité d'accès multiples. La fonction d'étalement de spectre peut être réalisée par séquence directe où un code d'étalement est attribué à chaque utilisateur. Les performances de ces systèmes dépendent des propriétés d'inter et d'autocorrélation des codes choisis et du nombre d'utilisateurs. Dans des situations courantes, les signaux provenant des différents utilisateurs arrivent, au niveau du récepteur, avec des temps de retard différents et arbitraires. Les intercorrélations entre les signaux des différents utilisateurs ne sont pas rigoureusement nulles ce qui crée des interférences entre les utilisateurs. S'ajoute à cela, une interférence intersymboles introduite lors de la transmission des signaux à haut débit. Les performances des récepteurs de type RAKE [1] qui cherchent à tirer profit de la diversité par combinaison de trajets, se dégradent, alors rapidement limitant la capacité du système AMRC. Dans ce papier, on s'intéressera à l'application des techniques d'égalisation à la détection multi-utilisateurs. Plusieurs travaux ont été entrepris sur ce sujet. [2] a proposé une structure de détecteur minimisant l'erreur quadratique moyenne entre le signal reçu et les symboles de tous les utilisateurs actifs dans le réseau. [3] [10] ont proposé une combinaison entre les techniques d'égalisation et

les détecteurs existants en employant une égalisation au temps chip suivie d'un banc de corrélateurs,...etc. Dans ce papier, on propose une nouvelle structure de détection permettant l'estimation des symboles des utilisateurs d'une façon conjointe en éliminant en même temps l'interférence multi-utilisateur et l'interférence inter-symboles.

Récemment, il a été montré qu'on peut donner une représentation d'état d'un système AMRC [5][4]. Par conséquent, le filtrage de Kalman peut être envisagé comme détecteur multi-utilisateur [4][8].

Cependant le filtre de Kalman ne tient pas compte des densités de probabilités des bruits d'état et d'observation mais suppose simplement que ces bruits sont décorrélés, blancs, de moyenne nulle et de variance connue. Dans notre cas, le bruit d'état est constitué de symboles. Le filtre de Kalman ignore le caractère numérique du bruit d'état puisqu'il le suppose gaussien.

A partir d'une approximation de la densité de probabilité par une somme pondérée de gaussiennes [9] et suivant des travaux réalisés dans le cas de l'égalisation [6][7] on montre que le détecteur optimal est constitué d'un réseau de filtres de Kalman fonctionnant en parallèle. On exposera la représentation d'état dans la section 2. Dans la section 3, on présentera le réseau de filtres de Kalman et dans la section 4 le détecteur optimal au sens du critère maximum *a posteriori*. Dans la section 5, on présentera les résultats de simulations et des commentaires.

2 Représentation d'état d'un système AMRC

Considérons un système AMRC synchrone à K utilisateurs actifs. On emploiera une modulation BPSK. Notons par $d_k(n) \in \{-1, +1\}$ le symbole de l'utilisateur k émis à l'instant n , par $\mathbf{c}_k = [c_k(0), \dots, c_k(L-1)]^T$ le code

d'étalement du $k^{\text{ème}}$ utilisateur où L est le facteur d'étalement et par $\mathbf{h}_k = [h_k(0), \dots, h_k(J-1)]^T$ le canal de transmission où J est l'étalement temporel du canal. Le signal reçu est donné par,

$$r(n) = \sum_{k=1}^K \sum_p \tilde{g}_k(p) d_k(n-p) + b(n) \quad (1)$$

avec $b(n)$ un bruit additif blanc gaussien de variance σ^2 et $\tilde{g}_k(p) = \sum_l h_k(l) c_k(p-l)$, le résultat du produit de convolution canal-code.

En regroupant les sorties du système au temps chip (rythme du code d'étalement) sur une durée symbole, nous pouvons écrire à partir de l'équation (1),

$$\mathbf{r}(n) = \sum_p \mathbf{G}(p) \mathbf{x}(n-p) + \mathbf{b}(n) \quad (2)$$

$$\mathbf{r}(n) = [r(nL), \dots, r(nL+L-1)]^T$$

$$\mathbf{G}(p) = [\mathbf{g}_1(p), \dots, \mathbf{g}_K(p)]^T$$

$$\mathbf{g}_i(p) = [\tilde{g}_i(pL), \dots, \tilde{g}_i(pL+L-1)]^T, i = 1, \dots, K$$

$$\mathbf{x}(n) = [d_1(n), \dots, d_K(n)]^T$$

$$\mathbf{b}(n) = [b(n), \dots, b(nL+L-1)]^T$$

Si on désigne par $\tilde{k} = \lceil \frac{J+L-1}{L} \rceil$ le nombre de symboles qui interfèrent dans le canal de transmission, on peut écrire

$$\begin{aligned} \mathbf{r}(n) &= \mathbf{A} \mathbf{d}(n) + \mathbf{b}(n) \\ \mathbf{A} &= [\mathbf{G}(0), \dots, \mathbf{G}(\tilde{k}-1)] \\ \mathbf{d}(n) &= [\mathbf{x}(n), \dots, \mathbf{x}(n-\tilde{k}+1)] \end{aligned} \quad (3)$$

L'équation (3) constitue l'équation d'observation de la représentation d'état où $\mathbf{d}(n)$ constitue le vecteur d'état de taille $(\tilde{k}K \times 1)$ et \mathbf{A} est la matrice de convolution code-canal de taille $(L \times \tilde{k}K)$. Ce dernier obéit à l'équation de transition suivante :

$$\mathbf{d}(n+1) = \mathbf{F} \mathbf{d}(n) + \mathbf{G} \mathbf{x}(n+1) \quad (4)$$

avec

$$\mathbf{F} = \begin{pmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} & \dots & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{I} & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{0} & \dots & \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{pmatrix}_{\tilde{k}K \times \tilde{k}K} \quad \text{et} \quad \mathbf{G} = \begin{pmatrix} \mathbf{I} \\ \mathbf{0} \\ \vdots \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}_{\tilde{k}K \times K}$$

où $\mathbf{0}$ est la matrice nulle de taille $(K \times K)$, et \mathbf{I} est une matrice identité de taille $(K \times K)$.

Une fois qu'on a cette représentation d'état (3)(4), il est possible de suggérer le filtre de Kalman comme détecteur multi-utilisateur. Par ailleurs le filtre de Kalman, récursif par nature, fournit le meilleur estimateur linéaire non biaisé du vecteur d'état au sens de l'erreur quadratique moyenne minimale (EQMM) dans l'ensemble des estimateurs linéaires.

À partir des équations (3)(4), on constate que le bruit d'état est constitué d'un ensemble de symboles. Sa densité de probabilité sera constituée d'un ensemble d'impulsions centrées sur les états possibles. Le filtre de Kalman ne peut alors qu'approximer les moments du premier et du second ordre associés à la vraie densité de probabilité. Le filtre de Kalman ignore donc le caractère numérique du bruit d'état puisqu'il le suppose gaussien. L'idée est d'estimer la densité de probabilité *a posteriori* du vecteur d'état en utilisant l'approximation de la densité de probabilité $p(\mathbf{d}(n)|\mathbf{R}(n))$ où $\mathbf{R}(n) = [\mathbf{r}(n), \mathbf{r}(n-1), \dots, \mathbf{r}(0)]$ par une somme de gaussiennes [9]. Ce point fera l'objet de la section 3.

3 Réseau de filtres de Kalman pour la détection multi-utilisateur

La densité de probabilité *a posteriori* $p(\mathbf{d}(n)|\mathbf{R}(n))$ est donnée par la relation de Bayes suivante :

$$p(\mathbf{d}(n)|\mathbf{R}(n)) = \frac{p(\mathbf{d}(n)|\mathbf{R}(n-1))p(\mathbf{r}(n)|\mathbf{d}(n))}{p(\mathbf{r}(n)|\mathbf{R}(n-1))} \quad (5)$$

La vraisemblance de l'observation $p(\mathbf{r}(n)|\mathbf{d}(n))$ est déterminée si la densité de bruit est connue. En approximant $p(\mathbf{d}(n)|\mathbf{R}(n-1))$ par une somme des gaussiennes [9], on obtient l'expression suivante,

$$p(\mathbf{d}(n)|\mathbf{R}(n-1)) = \sum_{i=1}^{\xi_n} \alpha'_{i,n} \mathcal{N}(\mathbf{d}(n) - \mathbf{d}_i(n|n-1), \mathbf{P}_i(n|n-1))$$

avec $\mathcal{N}(\mathbf{a}, \mathbf{B}) = \exp\{-\frac{1}{2}\mathbf{a}^T \mathbf{B}^{-1} \mathbf{a}\} / (2\pi)^{n/2} |\mathbf{B}|^{1/2}$ où \mathbf{a} est un vecteur aléatoire de covariance \mathbf{B} .

En approximant la ddp *a posteriori* par une somme de gaussiennes, on obtient,

$$p(\mathbf{d}(n)|\mathbf{R}(n)) = \sum_{i=1}^{\xi_n} \alpha_{i,n} \mathcal{N}(\mathbf{d}(n) - \mathbf{d}_i(n|n), \mathbf{P}_i(n|n)) \quad (6)$$

avec

$$\begin{aligned} \xi_n &= \xi'_n \\ \alpha_{i,n} &= \frac{\alpha'_{i,n} \beta_{i,n}}{\sum_{j=1}^{\xi'_n} \alpha'_{j,n} \beta_{j,n}} \\ \beta_{i,n} &= \mathcal{N}(\mathbf{e}_i(n), \mathbf{\Sigma}_i^2(n|n-1)) \\ \mathbf{e}_i(n) &= \mathbf{r}(n) - \mathbf{A} \mathbf{d}_i(n|n-1) \\ \mathbf{\Sigma}_i^2(n|n-1) &= \sigma_n^2 \mathbf{I}_{L \times L} + \mathbf{A} \mathbf{P}_i(n|n-1) \mathbf{A}^T \\ \mathbf{d}_i(n|n) &= \mathbf{d}_i(n|n-1) + \mathbf{K}_i(n) \mathbf{e}_i(n) \\ \mathbf{P}_i(n|n) &= (\mathbf{I}_{\tilde{k} \times K} - \mathbf{K}_i(n) \mathbf{A}) \mathbf{P}_i(n|n-1) \\ \mathbf{K}_i(n) &= \mathbf{P}_i(n|n-1) \mathbf{A}^T [\mathbf{\Sigma}_i^2(n|n-1)]^{-1} \end{aligned}$$

Une fois la ddp *a posteriori* de l'état obtenue, on calcule la ddp prédite pour la prochaine itération $p(\mathbf{d}(n+1)|\mathbf{R}(n))$

suivant la règle de Bayes,

$$p(\mathbf{d}(n+1)|\mathbf{R}(n)) = \int p(\mathbf{d}(n)|\mathbf{R}(n))p(\mathbf{d}(n+1)|\mathbf{d}(n))d\mathbf{d}(n)$$

avec $p(\mathbf{d}(n+1)|\mathbf{d}(n)) = p(\mathbf{G}\mathbf{x}(n+1))$.

En supposant que les symboles sont i.i.d, on peut écrire

$$p(\mathbf{G}\mathbf{x}(n+1)) = \sum_{l=1}^{2^K} p_l \mathcal{N}(\mathbf{G}\mathbf{x}(n+1) - \mathbf{G}\mathbf{x}_l, \mathbf{Q}_l)$$

où \mathbf{x}_l est l'une des valeurs possibles de $\mathbf{x}(n)$ et avec $p_l = \frac{1}{2^K}$ et $\mathbf{Q}_l = \epsilon_0 \mathbf{I}_{\tilde{k} \times \tilde{k}}$ ($\epsilon_0 \ll 1$) car il s'agit d'une modulation BPSK $d_k(n) \in \{-1, +1\}$ et où K est le nombre des utilisateurs. Nous dérivons, alors, les équations de prédiction suivantes

$$\begin{aligned} \xi'_{n+1} &= \xi_n \cdot 2^K \\ \alpha'_{j,n+1} &= \alpha_{i,n} p_l \quad j = (i, l) \\ \mathbf{d}_j(n+1|n) &= \mathbf{F}\mathbf{d}_i(n|n) + \mathbf{G}\mathbf{x}_l \\ \mathbf{P}_j(n+1|n) &= \mathbf{F}\mathbf{P}_i(n|n)\mathbf{F}^T + \mathbf{Q}_l \end{aligned}$$

Ainsi, l'estimateur EQMM, $E(\mathbf{d}(n)|\mathbf{R}(n))$, est donné par :

$$\hat{\mathbf{d}}_{EQMM}(n) = \sum_{i=1}^{\xi_n} \alpha_{i,n} \mathbf{d}_i(n|n)$$

et la matrice de covariance de l'erreur d'estimation est donnée par :

$$\hat{\mathbf{P}}(n) = \sum_{i=1}^{\xi_n} \alpha_{i,n} \{ \mathbf{P}_i(n|n) + [\hat{\mathbf{d}}(n|n) - \mathbf{d}_i(n|n)][\hat{\mathbf{d}}(n|n) - \mathbf{d}_i(n|n)]^T \}$$

On remarque que la complexité de l'algorithme est en train d'augmenter puisque ξ_n augmente. Afin de rendre l'algorithme praticable, on va forcer la somme (6) à ne contenir qu'un seul terme, après la remise à jour de l'estimation, soit encore $\xi_n = 1$. Ceci veut dire que les $\mathbf{d}_i(n|n)$ sont forcés à la valeur de l'état estimé $\hat{\mathbf{d}}(n|n)$, $\mathbf{P}_i(n|n)$ à $\hat{\mathbf{P}}(n)$ et les $\alpha_i(n)$ à 1 pour la prochaine itération. Ainsi, on estime d'une façon conjointe le vecteur d'état $\mathbf{x}(n)$ qui contient les \tilde{k} symboles de tous les utilisateurs. L'algorithme présente une complexité de l'ordre de 2^K car il faut chercher tous les états possibles du vecteur $\mathbf{x}(n)$. Ces performances sont analysées et comparées à celles du détecteur MAP multi-utilisateur qui a une complexité accrue.

4 Le détecteur MAP multi-utilisateur

Dans [6], une version de l'égaliseur MAP optimal symbole par symbole a été présentée. L'application de cet égaliseur dans un contexte multi-utilisateur prend la forme suivante.

Soit $\mathbf{z}_i(n)$ la ddp *a posteriori* $p(\mathbf{d}(n) = \mathbf{d}_i | \mathbf{R}(n))$ et $\mathbf{s}_i(n) = \mathcal{N}(\mathbf{r}(n) - \mathbf{A}\mathbf{d}_i, \sigma^2 \mathbf{I}_{L \times L})$ suivant la règle de Bayes, on peut écrire

$$\mathbf{z}_i(n) = \frac{\mathbf{s}_i(n)p(\mathbf{d}(n) = \mathbf{d}_i | \mathbf{R}(n-1))}{p(\mathbf{r}(n)|p(\mathbf{R}(n-1)))}$$

L'expression de la ddp de \mathbf{d}_l est donnée par,

$$p(\mathbf{d}(k) = \mathbf{d}_l | \mathbf{R}(n-1)) = \sum_{\mathbf{d}_i} p_{n|n-1}(\mathbf{d}_l | \mathbf{d}_i) \mathbf{z}_i(n-1)$$

avec $p_{n|n-1}(\mathbf{d}_l | \mathbf{d}_i) = p(\mathbf{d}(n) = \mathbf{d}_l | \mathbf{d}(n-1) = \mathbf{d}_i)$ qui est le terme d'une matrice de transition Φ dont les éléments sont nuls sauf pour les positions (l, i) pour lesquelles les $(\tilde{k}-1)K$ premières composantes de \mathbf{d}_i correspondent aux $(\tilde{k}-1)K$ dernières composantes de \mathbf{d}_l , dans ce cas $\Phi(l, i) = \frac{1}{2^K}$.

En posant par $\mathbf{Z}(n) = [\mathbf{z}_1(n), \dots, \mathbf{z}_{2^{\tilde{k}K}}(n)]^T$ et par $\mathbf{S}(n) = [\mathbf{s}_1(n), \dots, \mathbf{s}_{2^{\tilde{k}K}}(n)]^T$, la mise à jour de la ddp est donnée par :

$$\mathbf{Z}(n) = \frac{\mathbf{S}(n) \otimes \Phi \mathbf{Z}(n-1)}{\mathbf{S}(n)^T \Phi \mathbf{Z}(n-1)}$$

où, si \mathbf{a} et \mathbf{b} sont deux vecteurs de même dimension, $\mathbf{a} \otimes \mathbf{b}$ est le vecteur dont les éléments sont $(\mathbf{a} \otimes \mathbf{b})_i = \mathbf{a}_i \mathbf{b}_i$.

La sortie du détecteur MAP est donnée par

$$\hat{\mathbf{d}}_{MAP}(n-r) = \arg \max_{\mathbf{d}(n-r)} \sum_{i|\mathbf{d}(n-r) \in \mathbf{D}_i} \mathbf{z}_i(n)$$

Ce détecteur présente une complexité de l'ordre de $2^{\tilde{k}K}$. Cette complexité vient du fait que nous nous situons dans un cas de transmission à très haut débit où le facteur d'étalement est court par rapport à l'étalement temporel du canal. Le détecteur à maximum de vraisemblance (Maximum Likelihood detectors, MLD) [1] présente une complexité exponentielle avec le nombre d'utilisateurs et avec la longueur des séquences d'étalement (2^{LK}). Dans le cas des codes d'étalement courts, les complexités des deux détecteurs MLD et MAP se rapprochent.

5 Résultats et commentaires

Les simulations sont conduites dans un cas synchrone avec un canal multitrajets. Le système comporte 4 utilisateurs. Nous avons employé des codes de Gold avec un facteur d'étalement de 7. Toutes les phases sont nulles, donc, nous nous sommes situés dans le pire des cas d'un point de vue interférence inter-utilisateurs. On suppose connaître le canal et la variance de bruit. La modulation employée est une modulation BPSK. La figure 1 regroupe les performances, en terme de probabilité d'erreur en fonction du RSB, de différentes techniques de détection. Nous présentons les performances du RAKE, du récepteur EQMM en temps symbole ($\arg \min_{\mathbf{F}} E \|\mathbf{d}(n) - \mathbf{F}\mathbf{r}(n)\|^2$), du filtre de Kalman classique et du réseau de filtres de Kalman multi-utilisateur.

Le rapport signal à bruit (RSB) est mesuré à la sortie du détecteur. Le canal est $\mathbf{h} = [2 \ 0 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ 2 \ 1]^T$. Dans ce cas $\tilde{k} = 2$.

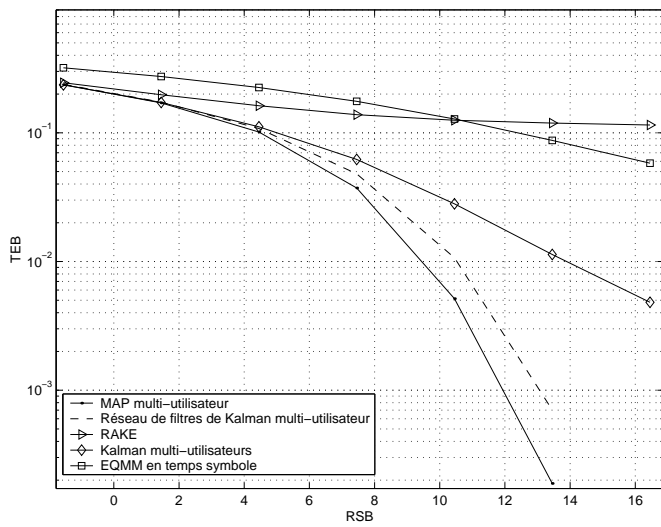


FIG. 1 – Performances des détecteurs, $K = 4$, $L = 7$, accès synchrone

On remarque une nette amélioration, en terme de probabilité d'erreur, de la capacité du système AMRC. Le réseau de filtres de Kalman arrive à séparer les utilisateurs et élimine les interférences inter-utilisateurs et intersymboles. On remarque, aussi, que l'amélioration apportée est telle que les performances obtenues par le réseau de filtres de Kalman se rapprochent des performances du MAP multi-utilisateur (1dB de différence entre les deux courbes pour un RSB = 12 dB) avec un gain en complexité de l'ordre de $\sqrt[3]{2^k K}$ et de l'ordre de $\sqrt[3]{2^{LK}}$ par rapport au détecteur MLD. Ce qui rend l'approche très attractive.

6 Conclusion

Le détecteur proposé dans ce papier assure de très bonnes performances par rapport aux récepteurs basés sur le filtrage adapté ou la minimisation de l'erreur quadratique moyenne. Le détecteur par réseau de filtres de Kalman approche les performances du détecteur du maximum *a posteriori* avec une complexité moindre. Cette dernière est aussi faible par rapport au détecteur optimal proposé par Verdu.

Néanmoins, la complexité atteinte est contraignante pour un nombre d'utilisateurs assez grand. Plusieurs versions visant à réduire encore la complexité sont en cours d'étude.

Références

- [1] S. Verdu, "Multiuser Detection", Cambridge university press, 1998
- [2] A. Klein, G.K. Kaleh and P.W. Baier "Equalizers for multi-user detection in code division multiple access mobile radio systems", Vehicular Technology Conference, IEEE 44th, pp : 762 -766 vol.2, 1994
- [3] M. Lenardi and D.T.M. Slock, "A rake receiver with intracell interference cancellation for a DS-CDMA synchronous downlink with orthogonal codes", Vehi-

cular Technology Conference Proceedings, VTC Tokyo, pp : 430 -434, vol.1, 2000-Spring

- [4] T.J. Lim and Yao Ma, "The Kalman filter as the optimal linear minimum mean-squared error multiuser CDMA detector", IEEE Transactions on information Theory, pp : 2561 -2566, vol.46, Nov. 2000
- [5] S. Beheshti, S. H. Isabelle and G. W. Wornell, "Joint intersymbol and multiple access interference suppression algorithms for CDMA systems", In European Trans. Telecommunications, Special issue on CDMA techniques for wireless communications systems, vol.9, no.5, pp : 403-418, Sept./Oct, 1998
- [6] R. Amara, S. Marcos, "A network of Kalman filters for MAP symbol-by-symbol equalization", ICASSP. Proceedings, pp :2697-2700, vol.5, 2000
- [7] S. Marcos, "A network of adaptive Kalman filters for data channel equalization" IEEE Transactions on Signal Processing, pp : 2620-2627, sept 2000
- [8] T.J. Lim, L.K. Rasmussen and H. Sugimoto, "An asynchronous multiuser CDMA detector based on the Kalman filter" IEEE Journal on Selected Areas in Communications, pp : 1711 -1722, vol.16 issue :9, Dec 1998
- [9] D.L Alspach and H.W. Sorenson, "Non linear bayesian estimation using gaussian sum approximations", IEEE Trans. on Automatic control, vol.17, aout 1972
- [10] W. Hachem, " Techniques de réception CDMA sur le réseau électrique domestique", rapport interne du projet DOLIE/RNRT, Octobre 2000