

# Filtrage homomorphique optimal d'images RSO (Radar à Synthèse d'Ouverture)

Jean Marie NICOLAS

Ecole Nationale Supérieure des Télécommunications  
Département Traitement du Signal et des Images  
46 rue Barrault, 75634 Paris Cedex (France)  
nicolas@tsi.enst.fr

**Résumé** – Le filtrage des images RSO (Radar à Synthèse d'Ouverture) pose le problème des données perturbées par la présence de "bruit" multiplicatif (chatoiement). En général, on propose des algorithmes supposant la linéarité du processus ainsi que la minimisation de l'Erreur Quadratique Moyenne, ce qui conduit aux filtres bien connus de Kuan et Lee. En prenant un modèle dédié au bruit multiplicatif (convolution de Mellin), on peut aisément montrer que le choix d'un filtre de type homomorphique peut d'une part sembler mieux adapté à ce type de données et, d'autre part, en modifiant le critère à optimiser, il est possible d'obtenir les valeurs optimales de ce type de filtre en fonction d'hypothèses sur le chatoiement. Les résultats ainsi obtenus semblent prendre mieux en compte la dynamique intrinsèque des images RSO.

**Abstract** – SAR (Synthetic Array Radar) images filtering needs to cope with speckle which can be seen as multiplicative noise. A classical way consists in assuming a linear process and a criteria : the Minimum Mean Square Error (MMSE), yielding Kuan and Lee filters. A new approach consists in modeling speckle by a Mellin convolution so that a homomorphic filtering seems to be a better way. Then, by choosing a new criteria and by assuming some classical hypothesis on speckle, it is possible to optimise the filter parameters. Results seem to better match the high dynamic of SAR images.

## 1 Introduction

Les images obtenues par un système RSO (Radar à Synthèse d'Ouverture) ont une caractéristique bien connue des imageurs actifs utilisant des ondes cohérentes : la présence de chatoiement (speckle) sur l'image qui en pénalise la lisibilité. L'idée d'un filtrage de ce type d'image vient alors à l'esprit dès lors que l'on veut tenter de supprimer ce chatoiement, qui agit sur la scène sous jacente comme un bruit multiplicatif.

Un formalisme nouveau, fondé sur la transformée de Mellin, semble ouvrir des perspectives intéressantes pour traiter ce genre d'image. En effet, d'une part le bruit multiplicatif peut se concevoir comme l'action d'une convolution de Mellin de la loi de la scène sous jacente par la loi du speckle [3]. D'autre part, la modification des définitions traditionnellement posées pour analyser des lois de probabilités afin de prendre en compte la spécificité des lois d'image (densité de probabilité définie sur  $\mathbb{R}^+$ ) conduit aux notions de fonctions caractéristiques de deuxième espèce, ainsi qu'aux moments et cumulants de deuxième espèce [2] qui semblent particulièrement bien adaptés aux lois du chatoiement, en particulier pour l'estimation des paramètres des lois [4].

Le filtre proposé dans cet article est un filtre homomorphique (analogue au filtre d'Arsenault [1]) mais qui, par cette nouvelle modélisation, vérifie des critères d'optimalité. Les résultats obtenus montrent que ce type de filtre s'affranchit mieux de la forte dynamique des images RSO que les filtres actuellement utilisés (filtres de Lee, Kuan, ...) [5] qui minimisent l'Erreur Quadratique Moyenne et dont nous

allons rapidement rappeler les principes.

## 2 Filtres minimisant l'Erreur Quadratique Moyenne (EQMM)

Une image RSO  $Q$  peut se modéliser comme le résultat d'une convolution de Mellin entre une loi  $G(u)$  décrivant le chatoiement et une loi décrivant la texture sous jacente  $P$  :

$$Q(u) = G(u) \star P(u) \quad (1)$$

Dans le cas de données en intensité, la loi du chatoiement est une loi Gamma [5] et s'écrit :  $G(u) = \mathcal{G}[\mu_G, L_G]$  avec  $\mu_G$  valeur moyenne et  $L_G$  facteur de forme. il apparaît donc que la valeur d'un pixel  $q$  est le résultat d'un mélange multiplicatif de la valeur de la texture sous jacente  $p$  et des effets du chatoiement. Un filtrage a alors pour objectif de proposer une estimée  $\hat{p}$  de la valeur de la texture à partir de la valeur mesurée du pixel de l'image  $q$ , de la connaissance locale de la loi décrivant l'image  $Q$ , et de la loi du chatoiement  $G$ . Dans la suite de cet article, nous supposons que le chatoiement est normalisé :  $\mu_G = 1$ .

Parmi les lois possibles, il est d'usage d'imposer la linéarité (on parlera aussi de développement au premier ordre), ce qui conduit à définir une relation ne dépendant que d'un seul paramètre  $k$  :

$$\hat{p} = (1 - k)\bar{q} + kq \quad (2)$$

$k$  et  $\bar{q}$  étant estimés sur un voisinage du pixel considéré.

Parmi les critères possibles, le plus naturel est de minimiser l'erreur quadratique moyenne :

$$\mathcal{E} = E \left\{ (\hat{p} - p)^2 \right\} \quad (3)$$

Cette approche a été menée par Kuan sous une forme sans approximation, et antérieurement par Lee avec une légère approximation. On obtient ainsi le facteur  $k$  en fonction des moments centrés d'ordre 2, et, en exprimant  $M_{P,2}$  (inconnu) en fonction des coefficients de variation de l'image et du chatoiement ( $\gamma = \frac{M_2}{m_1^2}$ ), on obtient :

$$k_{Kuan} = \frac{M_{P,2}}{M_{Q,2}} = \frac{1 - \frac{\gamma_G^2}{\gamma_Q^2}}{1 + \gamma_G^2} \quad (4)$$

En introduisant cette expression dans la relation 2, on voit que, dans le cas où la zone est homogène (seul le chatoiement est visible sur l'image :  $k \simeq 0$ ), on prendra comme estimée la moyenne  $\tilde{q}$ , et, lorsque la zone est hétérogène ( $k \simeq 1$ ), la valeur du pixel  $q$ .

Il est possible, en prenant le modèle de la loi Gamma, d'exprimer  $k$  en fonction du facteur de forme  $L$ . On obtient :

$$k_{Kuan} = \frac{1 - \frac{L_Q}{L_G}}{1 + \frac{1}{L_G}} \quad (5)$$

Notons cependant que cette expression sera analytiquement très différente si on utilise des données en amplitude (loi de Rayleigh) ou des données en intensité (loi Gamma).

Les qualités et défauts de ce type de filtre sont bien connus. En particulier, il faut noter qu'en cas de variations locales fortes de dynamique, ce filtre aura une forte tendance à étaler les points brillants sur leurs voisins.

### 3 Filtres minimisant l'erreur normalisée (EQN)

#### 3.1 Définition

Dans le cas de lois définies sur  $\mathbb{R}^+$ , nous proposons la définition de l'Erreur Quadratique Normalisée (EQN) entre deux signaux sous la forme suivante :

$$\tilde{\mathcal{E}} = E \left\{ \left( \log \left( \frac{x}{y} \right) \right)^2 \right\}. \quad (6)$$

Cette définition n'a en fait rien d'original : elle représente l'erreur quadratique moyenne après passage en échelle logarithmique, ce qui est possible puisque le signal est défini sur  $\mathbb{R}^+$ .

Plutôt que de prendre la moyenne, nous proposons d'utiliser la moyenne de deuxième espèce  $\tilde{m}$  :

$$\log \tilde{m} = \tilde{m}_1 \Leftrightarrow \tilde{m} = e^{\tilde{m}_1} \quad (7)$$

avec  $\tilde{m}_1$  le moment de deuxième espèce d'ordre 1 défini par la relation [2]

$$\tilde{m}_1 = \left. \frac{d\phi_x(s)}{ds} \right|_{s=1} \quad (8)$$

où  $\phi$  est la fonction caractéristique de deuxième espèce (i.e. la transformée de Mellin de la densité de probabilité)

De même on remplace la linéarité de la loi (équation 2) par une contrainte de type homomorphique, ce qui suggère l'expression suivante :

$$\hat{p} = \tilde{q}^{(1-k)} q^k \quad (9)$$

$\tilde{q}$  étant la moyenne de deuxième espèce,  $k$  et  $\tilde{q}$  étant estimés sur un voisinage du pixel considéré.

Dans le même cadre que précédemment, rechercher le minimum de l'Erreur Quadratique Normalisée revient à trouver  $k$  minimisant l'expression suivante

$$\tilde{\mathcal{E}} = E \left\{ \left( \log \left( \frac{\hat{p}}{p} \right) \right)^2 \right\} \quad (10)$$

et on montre que  $k$  vérifie l'expression

$$k = \frac{\tilde{M}_{P,2}}{\tilde{M}_{Q,2}} = 1 - \frac{\tilde{M}_{G,2}}{\tilde{M}_{Q,2}} \quad (11)$$

dans laquelle  $\tilde{M}_2 = \tilde{m}_2 - \tilde{m}_1^2$  est le moment normalisé d'ordre 2.

Cette expression prend une forme très simple dans le cadre de lois Gamma puisque, dans ce cas,  $\tilde{M}_2 = \Psi(1, L)$ , ce qui donne

$$k = 1 - \frac{\Psi(1, L_G)}{\Psi(1, L_Q)} \quad (12)$$

avec  $\Psi$  fonction Polygamma. Notons que cette dernière expression est la même pour des images en intensité (loi Gamma) et pour les images en amplitude (loi de Rayleigh).

#### 3.2 Mise en œuvre

Le calcul des moments normalisés de deuxième espèce et de la moyenne de deuxième espèce s'effectue grâce aux propriétés de la transformée de Mellin. En effet, à partir de la définition des moments de deuxième espèce :

$$\tilde{m}_\nu = \left. \frac{d^\nu \phi_x(s)}{ds^\nu} \right|_{s=1} \quad (13)$$

$\phi$  étant la fonction caractéristique de deuxième espèce, on peut, grâce aux propriétés intrinsèques de la transformée de Mellin, en déduire l'expression suivante :

$$\tilde{m}_\nu = \int_0^{+\infty} (\log u)^\nu p_x(u) du \quad (14)$$

ce qui permet aisément d'en estimer la valeur dès lors que l'on dispose d'un certain nombre d'échantillons (un certain nombre de pixels sur une fenêtre de l'image).

Notons que le moment normalisé d'ordre 2 s'écrit alors :

$$\tilde{M}_2 = \int_0^{+\infty} (\log \frac{u}{\tilde{m}})^2 p_x(u) du \quad (15)$$

Nous proposons un exemple sur une image RSO de la base ADTS (MSTAR). On voit sur le résultat du filtrage que le filtre traditionnel de Kuan étale les pixels brillants tandis que le nouveau filtre conserve la localisation des maxima locaux. La figure 2 propose une coupe des images : là aussi on observe que le nouveau filtre conserve les pics.

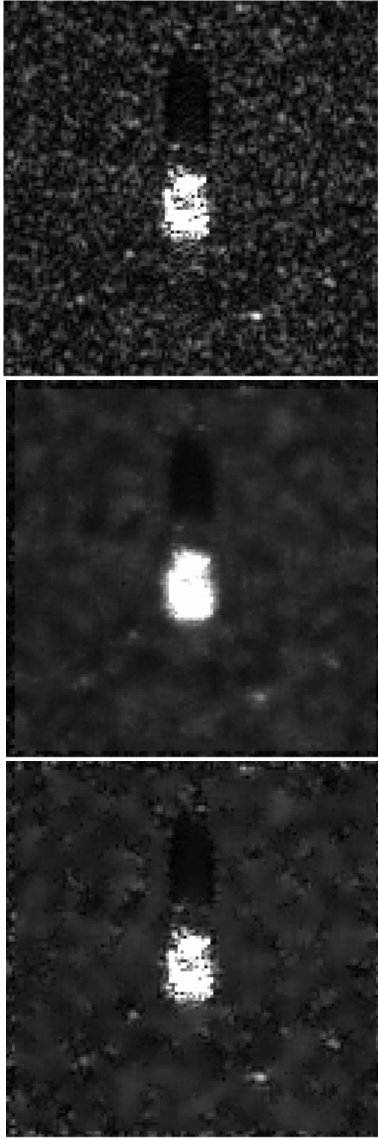


FIG. 1: Comparaison des filtres de Kuan et du filtre EQN. En haut, l'image initiale (source : ADTS). Au milieu, le résultat du filtre de Kuan. En bas, le résultat du filtre EQN. (dimensions des fenêtres :  $7 \times 7$ )

## 4 Perspectives

Le filtre "EQN" proposé dans cet article est un exemple des conséquences d'une modélisation dédiée aux lois de probabilités définies sur  $\mathbb{R}^+$ . De manière naturelle nous avons obtenu un critère d'optimalité pour un filtre de type homomorphique et une expression analytique extrêmement simple dont le formalisme analytique est valable tant pour les images en amplitude que pour les images en intensité.

Les résultats obtenus montrent que ce nouveau filtre respecte mieux les effets de dynamique parfois importants que l'on observe sur les images RSO tout en conservant les mêmes propriétés que les filtres EQMM dans les zones faiblement contrastées.

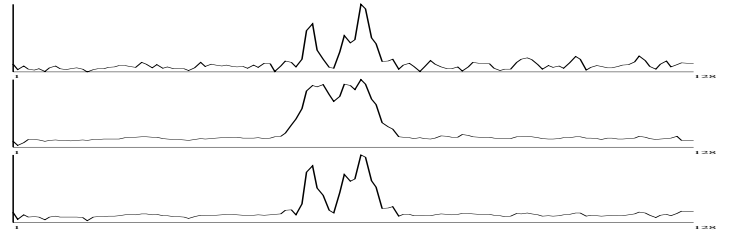


FIG. 2: Image ADTS. Coupe (ligne 67) de l'image de départ (en haut), de l'image filtrée avec le filtre de Kuan (au milieu) et de l'image filtrée par le filtre EQN (en bas).

## Références

- [1] H. Arsenault, M. Levesque *Combined homomorphic and local statistics processing for restoration of images degraded by signal-dependent noise* Applied Optics, 23(6):845-850, 1984
- [2] JM Nicolas, A. Maruani *Lower order statistics : a new approach for probability density functions defined on  $\mathbb{R}^+$*  EUSIPCO2000, Tampere
- [3] JM Nicolas, M. Sigelle, C.Thuillier, F. Tupin *Images de radar à Ouverture Synthétique : transformée de Mellin et Multirésolution* GRETSI'97, Grenoble 1997
- [4] JM Nicolas, A. Maruani, R. Badeau *Les moments d'ordre inférieur. Principes et application au filtrage des images RSO* RFIA2000, Paris, janvier 2000
- [5] H. Maître *Traitement des images de RSO* Hermes, 2001