

# Choix des séquences d'étalement pour les systèmes AMRC à porteuses multiples

Stéphane NOBILET, Jean-François HÉLARD

INSA / LCST, UPRESA CNRS 6075  
20, avenue des Buttes de Coësmes, 35043 Rennes Cedex, FRANCE  
stephane.nobilet@insa-rennes.fr, jean-francois.helard@insa-rennes.fr

**Résumé** – Cet article porte sur le choix des séquences d'étalement pour les systèmes AMRC à porteuses multiples en fonction des critères de minimisation de l'intercorrélacion et du *PAPR*. Les codes optimaux selon ces critères sont proposés pour différents contextes d'application, synchrone ou asynchrone, voie montante ou voie descendante.

**Abstract** – This paper deals with the selection of the spreading sequences for Multi-Carrier Code Division Multiple Access systems taking into account intercorrelation and *PAPR* minimisations. Optimal codes according to these criteria are proposed for different contexts, synchronous or asynchronous applications, uplink or downlink.

## 1 Introduction

L'essor des systèmes de communications durant ces dernières années et l'émergence de nouveaux services comme la transmission d'images en temps réel conduisent les chercheurs à développer et optimiser des systèmes permettant le transfert de données multimédia à haut débit. Pour assurer une qualité de service satisfaisante, les futurs systèmes de communications devront présenter une forte efficacité spectrale et une grande flexibilité. Depuis 1993 [1], de nombreuses études ont démontré que la combinaison des techniques d'étalement de spectre et des modulations à porteuses multiples est une solution répondant à ces critères. Parmi les combinaisons proposées, la technique à Accès Multiple par Répartition de Codes (AMRC à porteuses multiples ou MC-CDMA : Multi-Carrier Code Division Multiple Access) offre les meilleures performances dans un contexte synchrone. Elle permet de tirer parti de la robustesse face aux trajets multiples et de l'efficacité spectrale des modulations multiporteuses, et de bénéficier de la souplesse et de la capacité d'accès multiple offerte par les techniques AMRC ou CDMA. Ainsi, les systèmes MC-CDMA apparaissent aujourd'hui comme des solutions candidates à fort potentiel pour la 4<sup>ème</sup> génération de systèmes radiomobiles [2]. Cependant, le signal MC-CDMA généré, de par son caractère multipporteur, présente une grande dynamique en amplitude généralement estimée par le *PAPR* (« *Peak-to-Average Power Ratio* ») dudit signal ou par son facteur de crête.

Le but de cet article est de comparer différents codes d'étalement appliqués à des signaux MC-CDMA en fonction de plusieurs critères tels que les fonctions de corrélacions et le facteur de crête. L'objectif est ainsi de proposer selon ces critères les codes d'étalement optimaux en fonction du contexte de l'application, synchrone ou asynchrone, voie montante ou voie descendante.

## 2 Le signal AMRC à porteuses multiples

Dans le modulateur MC-CDMA, représenté sur la figure 1, chaque donnée du flux  $D_j(t)$ , associé à l'utilisateur  $j$ , est étalée dans le domaine fréquentiel par un code d'étalement  $C_j(t) = [c_{1,j}, c_{2,j}, \dots, c_{k,j}, \dots, c_{L,j}]$  de longueur  $L$  puis transmise en parallèle sur  $N_c$  sous-porteuses. Après la modulation à porteuses multiples réalisée par l'opération IFFT, le signal  $S_j(t)$  est transmis via un amplificateur présentant une puissance crête de sortie limitée. Dans notre cas, la longueur  $L$  des codes d'étalement est égale au nombre  $N_c$  de sous-porteuses. D'une manière générale, dans un système MC-CDMA, ces deux paramètres sont choisis de telle manière que le canal soit non-sélectif en fréquence vis-à-vis de chacune des sous-porteuses du multiplex.

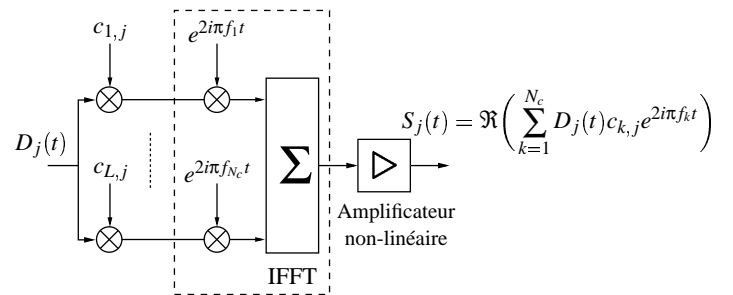


FIG. 1: Schéma de principe du modulateur MC-CDMA pour le  $j$ <sup>ème</sup> utilisateur

Dans le cas d'une liaison descendante, où les utilisateurs émettent de façon synchrone, l'utilisation de codes orthogonaux garantit l'absence d'interférences d'accès multiples dans un canal gaussien. En revanche, en présence d'un canal à trajets multiples, la mise en oeuvre de techniques de détection mono et multi-utilisateurs en réception permet de minimiser l'effet de cette interférence due à la perte d'orthogonalité et ainsi maximiser la capacité du réseau [3].

### 3 Les critères de choix des codes

#### 3.1 Les fonctions de corrélations

L'évaluation des fonctions de corrélations des codes est déterminante pour la construction de systèmes CDMA et MC-CDMA. En réception, c'est l'opération de corrélation entre le signal étalé reçu et une réplique du code utilisé à l'émission qui permet d'obtenir une estimation des données d'origine. Pour des applications synchrones comme la voie descendante des réseaux radiomobiles, où tous les utilisateurs émettent simultanément de façon synchrone, on utilise généralement des codes orthogonaux présentant une fonction d'intercorrélation nulle pour un décalage nul, ce qui permet de minimiser les interférences entre les utilisateurs. En revanche, dans le cas d'applications asynchrones, les fonctions d'intercorrélation doivent être minimales pour tous les décalages.

#### 3.2 Le PAPR et le facteur de crête

L'utilisation des techniques multiporteuses est une solution adaptée pour la transmission de signaux sur des canaux présentant des trajets multiples. Cependant, l'amplitude du signal MC-CDMA, constitué de la somme de  $N_c$  sinusoides, présente de fortes fluctuations. Le *Peak-to-Average Power Ratio* (PAPR) permet d'estimer le rapport entre la puissance crête et la puissance moyenne du signal généré. L'amplitude des fluctuations peut également être évaluée par le facteur de crête (CF) défini par :

$$CF(S_j(t)) = \sqrt{PAPR(S_j(t))} = \sqrt{\frac{\text{Puis. crête}(S_j(t))}{\text{Puis. moyenne}(S_j(t))}} \quad (1)$$

De même, une autre quantité, l'échelle dynamique, est proposée dans [9] pour mesurer les variations du signal émis. L'échelle dynamique mesure l'écart entre l'enveloppe complexe maximale et l'enveloppe complexe minimale d'un signal. Même si ces deux critères sont étroitement liés, la minimisation du PAPR n'entraîne pas obligatoirement la minimisation de l'échelle dynamique.

La diffusion d'un signal, dans une station de base par exemple, nécessite la mise en oeuvre d'amplificateurs de puissance offrant un gain constant pour une certaine gamme de valeurs du signal d'entrée. Ainsi, la caractéristique d'un amplificateur présente un point de compression séparant la zone linéaire, où le signal de sortie est la copie de l'entrée, de la zone non-linéaire où le signal de sortie subit des distorsions en amplitude et en phase.

En pratique, on cherche, pour un amplificateur donné, à émettre un signal avec une puissance de sortie maximale sans que celui-ci ne subisse de distorsions se traduisant par une augmentation de l'intermodulation conduisant à une dégradation des performances du système. Plusieurs solutions pour remédier à ce problème existent. On peut notamment citer les techniques de filtrage, de sélection de séquences à faible facteur de crête ou encore de codage. Pratiquement, dans le cas d'un signal à porteurs multiples ayant une grande dynamique, on utilise un certain « back-off » ou recul par rapport au point de compression de l'amplificateur, ce qui bien sûr diminue la puissance du signal émis. Ce recul est d'autant plus important que le PAPR

du signal généré est élevé. On comprend dès lors tout l'intérêt de rechercher pour les systèmes MC-CDMA les codes d'étalement offrant une faible valeur de PAPR.

## 4 Les codes d'étalement considérés

### 4.1 Les codes de Walsh-Hadamard

Les codes de Walsh-Hadamard (WH) sont générés à partir de la matrice de transformation de Hadamard. Ils correspondent aux lignes ou aux colonnes orthogonales de la matrice ( $L \times L$ ) construite récursivement de la manière suivante :

$$\begin{cases} H_1 = +1 \\ H_L = \begin{bmatrix} H_{L/2} & H_{L/2} \\ H_{L/2} & -H_{L/2} \end{bmatrix} \end{cases} \quad (2)$$

Ces codes orthogonaux sont généralement proposés pour les applications synchrones de systèmes MC-CDMA en raison de la facilité de leur génération.

### 4.2 Les codes de Golay

Soit  $A$  un set de codes d'étalement composé de  $L$  séquences de longueur  $L$  noté  $A_i$  et  $C_{A_i A_i}(k)$  la fonction d'autocorrélation aperiodique de la séquence  $A_i$ , alors ce set est dit complémentaire [4] si et seulement si :

$$\sum_{i=1}^L C_{A_i A_i}(k) = L^2 \delta(k) \quad (3)$$

Les codes de Golay [5] sont des séquences qui sont à la fois complémentaires et orthogonales. De plus, chaque séquence  $A_i$  est complémentaire avec au moins une autre séquence  $A_j$  avec  $i \neq j$ , i.e :

$$C_{A_i A_i}(k) + C_{A_j A_j}(k) = 2L \delta(k) \quad (4)$$

Les séquences complémentaires orthogonales de Golay de longueur  $L$  sont définies par :

$$H_L^C = \begin{bmatrix} A & B & A & -B \\ A & B & -A & B \end{bmatrix} \quad (5)$$

Pour  $L = 2$  :

$$H_2^C = \begin{bmatrix} A & B \\ A & B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & +1 \\ +1 & -1 \end{bmatrix} \quad (6)$$

### 4.3 Les codes de Gold

Cette famille de codes [6] est construite à partir de deux séquences à longueur maximale préférées de longueur  $L$  et additionnées modulo 2. La séquence résultante n'est pas à longueur maximale mais toujours de longueur  $L$ . Puisque toute modification de phase entre les deux codes de base donne un nouveau code, il est donc possible de générer au total  $L + 2$  séquences de longueur  $L$ . Les codes de Gold ne sont pas des codes orthogonaux mais la fonction d'intercorrélation ne peut prendre que 3 valeurs :  $1/L$ ;  $-t(n)/L$ ;  $(t(n) - 2)/L$  où :

$$t(n) = \begin{cases} 2^{\frac{n+1}{2}} + 1 & \text{si } n \text{ est impair} \\ 2^{\frac{n+2}{2}} + 1 & \text{si } n \text{ est pair} \end{cases} \quad (7)$$

## 4.4 Les codes de Gold orthogonaux

Les codes de Gold orthogonaux [7] sont réalisés à partir des codes de Gold. En effet, le rajout d'un « zéro » après l'addition (modulo 2) de deux séquences à longueur maximale préférées de longueur  $L$  permet d'obtenir un set de  $L$  séquences de longueur  $L$  présentant une intercorrélation nulle pour un décalage nul.

## 4.5 Les codes de Kasami

Les codes de Kasami comprennent deux familles :

- les séquences dites du « small-set » sont construites à partir de deux séquences  $u(t)$  et  $v(t)$  telles que :

- $u(t)$  est une séquence à longueur maximale :  $L = 2^n - 1$ ,
- $v(t)$  est formée en prenant tous les  $2^{n/2} + 1$  bits de  $u(t)$ ,

où  $n$  doit être pair pour générer  $2^{n/2}$  séquences de longueur  $L$ .

- les séquences dites du « large-set » sont construites à partir de trois séquences  $u(t)$ ,  $v(t)$  et  $w(t)$  telles que :

- $u(t)$  et  $v(t)$  sont les séquences définies précédemment,
- $w(t)$  correspondant à  $u(t)$  déphasée  $L - 1$  fois.

La famille des codes du « large-set » possède  $2^{n/2}(2^n + 1)$  séquences de longueur  $L$ . En raison du nombre élevé de séquences, ces derniers ont été retenus comme codes de « scrambling » pour la liaison montante de certains standards de systèmes 3G.

## 4.6 Les codes de Zadoff–Chu

Les codes de Zadoff–Chu [8] sont des codes complexes définis par :

$$Z_{C_r}(k) = \begin{cases} e^{j\frac{2\pi r}{L}(\frac{k^2}{2} + qk)} & \text{si } L \text{ est pair} \\ e^{j\frac{2\pi r}{L}(\frac{k(k+1)}{2} + qk)} & \text{si } L \text{ est impair} \end{cases} \quad (8)$$

où  $k = 0, 1, 2, \dots, L - 1$ ,  $q$  est un entier quelconque et  $r$  est l'indice de la  $r^{\text{ième}}$  séquence, premier avec  $L$ . Si  $L$  est un nombre premier, le set des codes de Zadoff–Chu est composé de  $L - 1$  séquences. Ces séquences sont très intéressantes car leurs fonctions d'autocorrélation périodiques paires sont idéales.

# 5 Les résultats de simulation

## 5.1 En voie montante

Dans le cas d'une liaison montante, chaque utilisateur émet son signal via son propre amplificateur. Les facteurs de crête des séquences d'étalement, donnés par l'expression 9, doivent donc être comparés individuellement [9] :

$$CF(S_j(t)) \leq \sqrt{\frac{\max |\Gamma_j(f)|}{(L/2)^{1/2}}} \quad (9)$$

où  $\Gamma_j(f)$  désigne la transformée de Fourier inverse de la séquence d'étalement  $C_j(t)$ .

De plus, deux scénarios quant à la synchronisation ou non de la voie montante sont possibles :

- la première approche consiste à synchroniser l'émission par les terminaux des différents signaux MC–CDMA en utilisant les signaux reçus en voie descendante. Dans ce

cas, les émissions des terminaux étant effectués de façon quasi-synchrone, les codes utilisés sont orthogonaux.

- la deuxième approche repose sur une émission asynchrone des différents signaux en voie montante. L'utilisation de codes offrant une intercorrélation minimale pour tous les décalages doit alors être privilégiée.

### 5.1.1 Contexte synchrone : utilisation de codes orthogonaux

La figure 2 représente le facteur de crête obtenu pour les codes de Walsh–Hadamard, de Golay et de Gold orthogonaux de longueur 64. Il apparaît que les séquences de Golay offrent un facteur de crête avantageux puisqu'il est toujours inférieur à 2. Ceci est vérifié quelle que soit la longueur  $L$  des séquences. En revanche, les codes de Walsh–Hadamard, pourtant généralement proposés dans la littérature, présentent un facteur de crête peu favorable puisqu'un maximum aux alentours de 11.5 et un minimum supérieur à 4.5 sont observés. Le facteur de crête des codes de Gold orthogonaux se situe quant à lui aux alentours de 3.

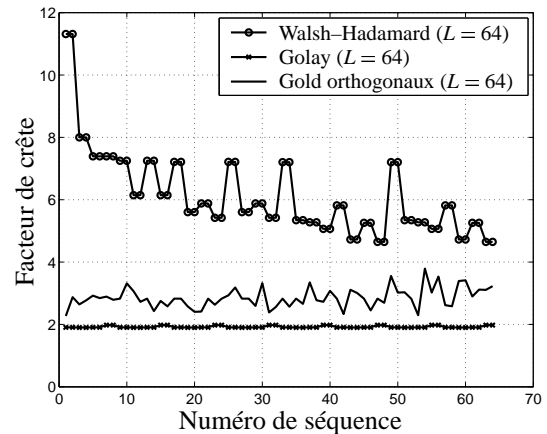


FIG. 2: Facteur de crête des codes orthogonaux étudiés

La valeur minimale de l'enveloppe complexe du signal étant nulle pour les codes de Walsh–Hadamard, Golay et Gold orthogonaux, l'échelle dynamique de ces 3 familles de séquences ne peut pas être calculée.

Par ailleurs, les performances en terme de taux d'erreur binaire en fonction du rapport signal à bruit dans des canaux sélectifs en fréquence sont strictement identiques pour des systèmes MC–CDMA utilisant les codes de Golay et de Walsh–Hadamard.

### 5.1.2 Contexte asynchrone : utilisation des codes non-orthogonaux

Les séquences de Zadoff–Chu ayant une fonction d'intercorrélation égale à  $\sqrt{L}$  et une fonction d'autocorrélation idéale présentent un facteur de crête plus faible que celui des codes de Gold, du large set et du small set de Kasami comme le montre la figure 3. En effet, les facteurs de crête des codes de Gold, des 8 séquences du « small-set » de Kasami et des 65 premières séquences du « large-set » de Kasami varient entre 1.5 et 4, alors que celui des codes de Zadoff–Chu est constant et égal à  $\sqrt{2}$ , et ceci quelle que soit la longueur des séquences également.

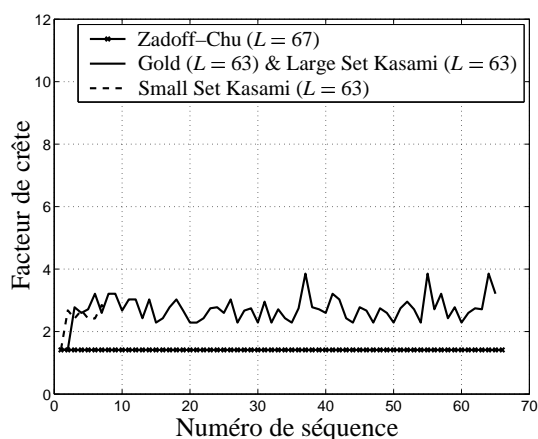


FIG. 3: Facteur de crête des codes non-orthogonaux étudiés

## 5.2 En voie descendante

Contrairement à la liaison montante, il est nécessaire en voie descendante d'évaluer le facteur de crête global du signal transmis constitué de la somme des signaux des différents utilisateurs. Les différents signaux étant émis de façon synchrone par la station de base, uniquement les codes orthogonaux seront ici considérés. La figure 4 donne, en fonction du nombre d'utilisateurs, les facteurs de crête maximum et minimum obtenus pour différentes allocations des séquences d'étalement dans le cas des codes de Walsh-Hadamard et de Golay de longueur 16 en fonction du nombre d'utilisateurs. Il apparaît que les codes de Golay ont peu d'intérêt à pleine charge. En effet, lorsque le nombre d'utilisateurs croît, le facteur de crête global des codes de Walsh-Hadamard diminue et celui des codes de Golay augmente progressivement. De plus, pour les codes de Golay, le facteur de crête global, à partir de 7 utilisateurs, est identique quelle que soit le choix des séquences effectué. En revanche, pour les codes de Walsh-Hadamard, une sélection optimale des séquences d'étalement permet de réduire notablement le facteur de crête global. Ainsi, à partir de 3 utilisateurs, l'utilisation des codes de Walsh-Hadamard est préconisée à condition de choisir un subset de séquences présentant un faible facteur de crête.

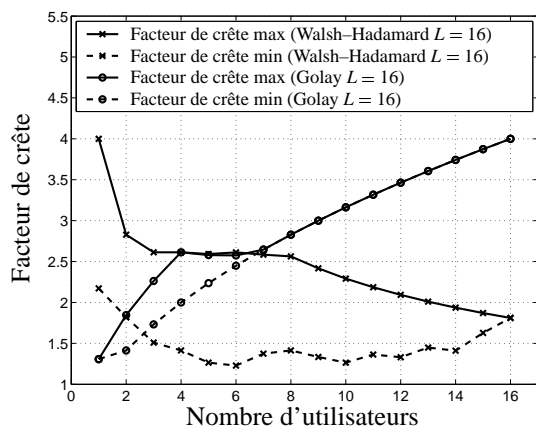


FIG. 4: Facteur de crête global des codes de Walsh-Hadamard et de Golay

## 6 Conclusion

Dans cet article, différents codes d'étalement appliqués à des systèmes MC-CDMA ont été comparés selon les critères d'intercorrélation et de facteur de crête du signal généré. Pour une liaison montante synchrone, le faible facteur de crête des codes de Golay est un atout incontestable comparé à celui des codes de Walsh-Hadamard pourtant habituellement proposés pour les applications synchrones. Pour une liaison montante asynchrone, l'utilisation des codes de Zadoff-Chu est un choix judicieux. Cette famille possède de bonnes propriétés de corrélations et un facteur de crête avantageux. En voie descendante, les codes de Walsh-Hadamard restent les meilleurs candidats. Lorsque le réseau n'est pas à pleine charge, une sélection optimale des séquences d'étalement permet de réduire fortement le facteur de crête du signal global.

## Références

- [1] S. Hara, P. Prasad. *Overview of multicarrier CDMA*. IEEE Communications Magazine, pp. 126–133, Décembre 1997.
- [2] M. Hélar, R. Legouable, J-F. Hélar, J-Y. Baudais. *Multicarrier CDMA techniques for future wideband wireless networks*. Annales des télécommunications, numéro spécial UMTS, vol. 56, n° 5-6, Mai/Juin 2001.
- [3] J-Y. Baudais, J-F. Hélar, J. Citerne. *An improved linear MMSE detection technique for multicarrier CDMA systems: comparison and combination with interference cancellation schemes*. European Transactions on Telecommunications (ETT), special issue on Multi-Carrier Spread Spectrum, vol. 11, n° 6, pp. 547–554, Novembre/Décembre 2000.
- [4] C.-C. Tseng. *Complementary Sets of Sequences*. IEEE Transactions on Information Theory, vol. IT-18, n° 5, pp. 644–652, Septembre 1972.
- [5] M. J. E. Golay. *Complementary Series*. IRE Transactions on Information Theory, vol. IT-7, pp. 82–87, Avril 1961.
- [6] R. Gold. *Optimal Binary Sequences for Spread Spectrum Multiplexing*. IEEE Transactions on Information Theory, pp. 619–621, Octobre 1967.
- [7] H. Donelan, T. O'Farrell. *Methods for generating sets of orthogonal sequences*. Electronics Letters, vol. 35, n° 18, pp. 1537–1538, Septembre 1999.
- [8] B. M. Popović. *Generalized Chirp-Like Polyphase Sequences with Optimum Correlation Properties*. IEEE Transactions on Information Theory, vol. 38, n° 4, pp. 1406–1409, Juillet 1992.
- [9] B. M. Popović. *Spreading Sequences for Multicarrier CDMA Systems*. IEEE Transactions on Communications, vol. 47, n° 6, pp. 918–926, Juin 1999.