

# Séparation autodidacte d'un mélange de sources à débits multiples

Sébastien HOUCKE, Antoine CHEVREUIL, Philippe LOUBATON

Laboratoire de Système de Communication  
5, bd Descartes - Champs sur Marne - 77454 Marne la Vallée Cedex 2 France  
houcke@univ-mlv.fr, chevreui@univ-mlv.fr, loubaton@univ-mlv.fr

**Résumé** – Le contexte envisagé est celui d'un mélange linéaire de signaux de communication (i.e. des filtrées de suites i.i.d. indépendantes entre elles et en général de débits distincts). Les caractéristiques de ce mélange sont inconnues: que ce soient le canal mais aussi l'alphabet et le débit des différentes sources. Nous considérons le problème de la restitution autodidacte de toutes les suites de symboles à partir d'observations prélevées sur un réseau de capteurs. Nous proposons une approche permettant d'estimer une des suites de symboles ainsi que son débit. Une procédure par déflation permet d'extraire les autres suites. A notre connaissance, aucun résultat théorique aussi complet n'existe dans la littérature. En outre, les performances obtenues lors de simulations attestent du bien-fondé de l'approche.

**Abstract** – We consider a linear mixture of telecommunication signal (i.e. filtered independent i.i.d. series with possibly different rate). The characteristics of the mixture are unknown: the channel but also the modulation or the rate of the different sources. We address the blind identification of all the symbol series from the observation of the received signal on an array of antennas. We propose an approach which allows to estimate the symbol rate and the symbols of one source. Using a deflation technique makes possible the identification of all the sources. To our knowledge, no such theoretical results have been published yet. Moreover, simulation results show the good performance of our method.

## 1 Introduction

La séparation autodidacte de sources consiste à retrouver des signaux indépendants non observés à partir de plusieurs versions mélangées sans aucune connaissance a priori des sources ou du mélange. Typiquement, les observations sont obtenues grâce à un réseau de  $Q$  capteurs. Chaque capteur reçoit une combinaison linéaire de contributions des  $P$  sources et on suppose que  $Q \geq P$ . Soit  $y_p(t)$  la contribution de la source  $p$  sur le réseau de capteur.

Dans le contexte des communications numériques, on modélisera  $y_p(t)$  comme:

$$y_p(t) = \sum_m s_p(m)h_p(t - mT_p) \quad (1)$$

où  $(s_p(m))_m$  est une suite i.i.d. de symboles émis par la  $p$ ème source,  $T_p$  est la période symbole de cette source,  $h_p(t)$  est un vecteur  $Q \times 1$  qui représente le canal de propagation convolué avec le filtre d'émission d'excès de bande  $\gamma_p$  (avec  $0 \leq \gamma_p < 1$ ), c'est donc un filtre à bande limitée de bande  $[-B_p; B_p]$  avec  $B_p = \frac{1+\gamma_p}{2T_p}$ . On considérera que les suites  $s_p$  et  $s_q$ ,  $p \neq q$  sont indépendantes. Du fait de l'excès de bande du filtre d'émission, le signal émis par chaque source n'est pas stationnaire mais cyclostationnaire. En séparation de sources, on suppose habituellement les sources statistiquement indépendantes, centrées, **stationnaires** et ergodiques. Appliquée aux télécommunications, l'hypothèse de stationnarité reste valable dans un cas particulier : en effet lorsque le mélange est constitué de sources ayant toute le même débit symbole alors la série obtenue par échantillonnage de  $y(t) =$

$\sum_{p=1}^P y_p(t)$  à la cadence symbole est stationnaire : elle coïncide avec la sortie d'un filtre  $Q \times P$  excité par le vecteur des symboles. Pour respecter cette hypothèse de stationnarité, il faut donc deux conditions : que les sources émettent toutes au même débits et que l'on échantillonne le signal à ce même débit. Dès lors que l'une de ces deux conditions est mise en défaut, nous obtenons alors un signal cyclostationnaire. [1] étudie l'effet de la cyclostationnarité sur les méthodes classiques de séparation de sources stationnaires dans le cas d'un mélange instantané. Les auteurs montrent qu'elles sont inefficaces et proposent une approche nécessitant la connaissance des débits des différentes sources. Or ces dernières, dans les domaines tels que l'écoute passive, sont inconnus et leur estimation est problématique dès lors que les excès de bande des sources sont faibles. Nous proposons une approche ne nécessitant pas d'estimer les fréquences cycliques et permettant de traiter aussi bien les mélanges convolutifs qu'instantanés. Elle consiste à adapter certaines fonctions de contraste à des signaux cyclostationnaires.

## 2 Construction des fonctions de coût

### 2.1 Étude d'un cas particulier

Considérons dans cette section le cas où nous sommes en présence d'un mélange composé de  $P$  sources émettant toutes à la même cadence  $1/T_1$ . Et supposons cette cadence connue. Une méthode possible consiste à échantillonner le signal à la cadence  $1/T_1$ , on obtient le signal discret sta-

tionnaire  $y(nT_1)$  noté  $y_n$  : il résulte de la convolution des symboles avec le canal :

$$y_n = \sum_{p=1}^P \sum_k h_p(k) s_p(n-k)$$

où  $h_p(k) = h_p(kT_1)$ . Pour estimer les symboles d'une des sources, on adapte un filtre  $G(z)$  vectoriel  $1 \times Q$  appliquée à  $y_n$  de telle sorte à minimiser une certaine fonction  $J_s(G)$  dépendant des statistiques de la sortie de  $G$  notée:  $z_n = [G(z)]y_n$ . Cette fonction possède les propriétés suivantes :

- elle admet un minimum  $\kappa$ .
- ce minimum est atteint si et seulement si  $z_n$  est proportionnelle à une version décalée et éventuellement sous échantillonnée de l'une des suites de symboles.

Une approche par déflation [2][3], [4] permet ensuite d'obtenir les différentes sources. Dans ce qui suit, on se limitera aux fonctions s'écrivant de la façon suivante :

$$J_s(G) = \frac{\phi_1(\mathbb{E}\{\psi_1(z_n)\})}{\phi_2(\mathbb{E}\{\psi_2(z_n)\})} \quad (2)$$

où  $(\phi_1, \phi_2, \psi_1, \psi_2)$  sont des fonctions telles que  $J_s$  est une fonction séparante de borne inférieure  $\kappa \geq 0$  et telle que :  $\phi_1$  (respectivement  $\phi_2$ ) est concave (respectivement convexe) et  $\psi_1$  et  $\psi_2$  sont des polynômes.

Exemple de telles fonctions : le Kurtosis si toutes les sources sont circulaires et sous Gaussiennes [5], l'approche par minimisation du Kurtosis consiste à minimiser (2) avec  $\phi_1(x) = x$ ,  $\psi_1(x) = |x|^4$ ,  $\phi_2(x) = x^2$  and  $\psi_2(x) = |x|^2$ . La borne minimale est alors égale à,  $\kappa = \min_p(\kappa_4(s_p)) + 2$ , où  $\kappa_4(s_p)$  est le Kurtosis de la source  $p$ .

## 2.2 Contexte plus général

Dès lors que le mélange est constitué de sources émettant à des cadences différentes, on ne peut plus trouver une période d'échantillonnage permettant d'obtenir un signal à temps discret stationnaire.

On étend néanmoins la méthodologie rappelée précédemment. Soit une période d'échantillonnage  $T$ ; on échantillonne le signal observé à une cadence  $1/T$ , on obtient la série  $(y_{n,T})$  que l'on filtre par un filtre discret  $G(z)$ ; on note  $(z_{n,T})$  la sortie de ce filtre. En général, cette série n'est pas stationnaire mais cyclo-stationnaire. On s'intéresse à la minimisation d'une fonction impliquant certaines statistiques de  $(z_{n,T})$ ; cette fonction est une généralisation directe de la fonction  $J_s$  introduite dans 2.1 : puisque pour  $i = 1, 2$ ,  $n \mapsto \mathbb{E}\{\psi_i(z_{n,T})\}$  est une suite presque périodiques, on peut définir son coefficient de Fourier d'ordre zéro :  $\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} \mathbb{E}\{\psi_i(z_{n,T})\}$  que l'on note  $\langle \mathbb{E}\{\psi_i(z_{n,T})\} \rangle$ , et on définit la fonction  $J$ , qui dépend de  $G$  et de  $T$ , associée à  $J_s$

$$J(G, T) = \frac{\phi_1(\langle \mathbb{E}\{\psi_1(z_{n,T})\} \rangle)}{\phi_2(\langle \mathbb{E}\{\psi_2(z_{n,T})\} \rangle)} \quad (3)$$

Une des contributions de cet article est de montrer que (voir section 3 pour la preuve)

**Théorème 1** Pour tout  $T \geq 0$  et tout  $G$ , on a :

$$J(G, T) \geq \kappa \quad (4)$$

Si tous les rapports  $\frac{T_k}{T}$ ,  $k=1, \dots, P$  sont rationnels, alors l'égalité dans (4) a lieu si et seulement si il existe  $p_0 \in \{1, \dots, P\}$ ,  $G$ ,  $\lambda_0 \neq 0$ ,  $\tau_0$  et  $\alpha_0$  entiers tels que:

$$\begin{aligned} T &= \alpha_0 T_{p_0} \\ z_{n, \alpha_0 T_{p_0}} &= \lambda_0 s_{p_0}(\alpha_0 n - \tau_0) \end{aligned}$$

Donc, l'égalité est obtenue si et seulement si la sortie du filtre est une version pondérée, retardée et éventuellement sous échantillonnée d'une des suites de symboles.

On définit  $\xi(T) = \inf_G J(G, T)$  où  $G$  varie dans un certain espace compact que le manque de place nous empêche de définir rigoureusement.

**Théorème 2**

$$\xi(T) \geq \kappa' > \kappa$$

pour tout  $T$  différent de  $(T_k)_{k=1, \dots, P}$  et de leurs multiples.

Soit  $\mathcal{T}$  l'ensemble des points où  $\xi(T) = \kappa$ , alors le plus petit élément  $T_*$  de  $\mathcal{T}$  est forcément une période symbole de l'une des sources. Le filtre égaliseur  $G_*$  en lequel  $\inf_G J(G, T_*)$  est atteint, permet d'extraire les symboles de la source correspondante. Une approche par déflation permet ensuite d'identifier chacune des sources constituant le mélange.

Pratiquement, pour extraire une source, nous devons minimiser  $\hat{J}_N(G, T)$  en  $G$  et  $T$  où  $\hat{J}_N(G, T)$  est un estimateur consistant de  $J(G, T)$ . Malheureusement, il est impossible d'obtenir une forme analytique de  $\hat{J}_N(G, T)$  comme une fonction de  $T$ , nous devons donc effectuer une recherche exhaustive. Pour cela on choisit une grille sur  $T$  qui corresponde à un domaine de recherche des différents  $T_k$ . Pour chaque valeur de  $T$  appartenant à la grille, on minimise  $\hat{J}_N(G, T)$  sur  $G$  en utilisant un algorithme du gradient. Enfin, on estime  $T$  comme l'argument minimum de toutes les valeurs précédemment calculées.

## 3 Preuve du théorème 1

Au préalable, tout comme dans [6], remarquons que la suite  $(z_{n,T})$  peut être vue comme la version échantillonnée à la cadence  $1/T$  d'un certain signal à temps continu. A cet effet, notons  $z_{n,T} = \sum_{p=1}^P z_{n,T}^{(p)}$  où  $z_{n,T}^{(p)}$  représente la contribution de la source  $p$  dans le mélange  $z_{n,T}$ . Dans [6], nous avons montré qu'il existe un filtre à temps continu de réponse impulsionnelle  $g_p(t)$  dépendant de  $T$  et de  $G$  tel que  $z_{n,T}^{(p)} = z_p(nT)$  avec  $z_p(t) = \sum_n f_p(t - nT_p) s_p(n)$  et  $f_p(t) = g_p * h_p(t)$ . On en déduit que  $z_{n,T}$  s'écrit comme  $z(nT)$  avec

$$z(t) = \sum_{p=1}^P \sum_m f_p(t - mT_p) s_p(m) \quad (5)$$

Il est alors naturel de définir la fonction de la variable  $G_a(t) = [g_1(t); \dots; g_P(t)]$ :

$$\tilde{J}(G_a, T) = \frac{\phi_1(\langle \mathbb{E}\{\psi_1(z(nT))\} \rangle)}{\phi_2(\langle \mathbb{E}\{\psi_2(z(nT))\} \rangle)} \quad (6)$$

de telle sorte qu'une relation simple lie  $J$  et  $\tilde{J}$ :  $J(G, T) = \tilde{J}(G_a, T)$ . Cette relation justifie le fait que l'on se concentre sur la minimisation de  $\tilde{J}$

### 3.1 Minoration de $\tilde{J}(G_a, T)$

En appliquant l'inégalité de Jensen, comme  $\phi_1$  est concave, on a :

$$\phi_1(\langle \mathbb{E}\{\psi_1(z(nT))\} \rangle) \geq \langle \phi_1(\mathbb{E}\{\psi_1(z(nT))\}) \rangle \quad (7)$$

On peut ré-interpréter la propriété de contraste vérifiée par  $J_s$  ainsi : pour toute variable aléatoire  $Z$ , mélange linéaire de  $(s_p(n))_{p=1, \dots, P; n \in \mathbb{Z}}$ , la quantité  $\frac{\phi_1(\mathbb{E}\{\psi_1(Z)\})}{\phi_2(\mathbb{E}\{\psi_2(Z)\})}$  est minorée par  $\kappa$ . Ainsi, en fixant l'entier  $n$ ,  $Z = z(nT)$  est évidemment un mélange linéaire de  $(s_p(n))_{p=1, \dots, P; n \in \mathbb{Z}}$  (cf. (5)) et on a bien :

$$\phi_1(\mathbb{E}\{\psi_1(z(nT))\}) \geq \kappa \phi_2(\mathbb{E}\{\psi_2(z(nT))\}) \quad (8)$$

cette égalité est vérifiée  $\forall n$ , on obtient par passage à la moyenne :

$$\langle \phi_1(\mathbb{E}\{\psi_1(z(nT))\}) \rangle \geq \kappa \langle \phi_2(\mathbb{E}\{\psi_2(z(nT))\}) \rangle \quad (9)$$

Utilisant de nouveau l'inégalité de Jensen appliquée cette fois avec  $\phi_2$  convexe, on obtient :

$$\langle \phi_2(\mathbb{E}\{\psi_2(z(nT))\}) \rangle \geq \phi_2(\langle \mathbb{E}\{\psi_2(z(nT))\} \rangle) \quad (10)$$

Comme  $\kappa \geq 0$ , (7), (9) et (10) permettent d'obtenir la minoration recherchée :

$$\tilde{J}(G_a, T) \geq \kappa \quad (11)$$

### 3.2 Conditions nécessaires d'égalité

Nous montrons que le minimum  $\kappa$  de  $\tilde{J}$  n'est atteint que si les sources sont séparées, et plus précisément si  $z(nT)$  est une version pondérée, retardée et éventuellement sous-échantillonnée de l'une des suites de symboles. Pour que (11) soit une égalité, il faut que (9) soit elle-même une égalité, condition que nous réécrivons comme

$$\langle \phi_1(\mathbb{E}\{\psi_1(z(nT))\}) - \kappa \phi_2(\mathbb{E}\{\psi_2(z(nT))\}) \rangle = 0 \quad (12)$$

L'opérateur de moyennage temporel  $\langle . \rangle$  prenant des expressions intrinsèquement différentes selon que le rapport de  $T$  à l'une des périodes symboles et rationnel ou non. Comme  $T_k/T_l \in \mathbb{Q}$  cela est équivalent à  $T/T_1$  rationnel ou non, nous scindons l'analyse de la condition (12) en deux cas :  $T/T_1$  rationnel et  $T/T_1$  irrationnel. Pour des raisons de place, nous ne traitons que le cas  $T/T_1$  rationnel.

#### cas no 1 : $T/T_1$ rationnel

Par l'hypothèse de commensurabilité de tous les rapports  $(T_p/T_l)_{p,l=1, \dots, P}$ , on peut poser pour tout  $p = 1, \dots, P$   $\frac{T}{T_p} = \frac{\alpha_p}{\beta_p}$  où  $\alpha_p$  et  $\beta_p$  sont deux entiers premiers entre eux. Les suites  $n \mapsto \mathbb{E}\{\psi_i(z_p(nT))\}$ , pour  $i = 1, 2$ , sont périodiques de période  $\beta_p$ ; par conséquent, en appelant  $\beta$  le plus petit commun multiple de  $\beta_1, \dots, \beta_P$ , les suites  $n \mapsto \mathbb{E}\{\psi_i(z(nT))\}$  sont périodiques et  $\beta$  est une période possible. Par conséquent, on peut affirmer que

$$\langle \mathbb{E}\{\psi_i(z(nT))\} \rangle = \frac{1}{\beta} \sum_{n=0}^{\beta-1} \mathbb{E}\{\psi_i(z(nT))\}.$$

Remarquant par ailleurs que le terme moyenné dans (12) est positif pour tout  $n$  (cf. (8)), on en déduit que (12) n'est vraie que si, pour tout  $n = 0, \dots, \beta - 1$

$$\phi_1(\mathbb{E}\{\psi_1(z(nT))\}) = \kappa \phi_2(\mathbb{E}\{\psi_2(z(nT))\}). \quad (13)$$

Fixons l'entier  $n$ . Comme nous l'avons souligné dans la section 3.1,  $Z = z(nT)$  est un mélange linéaire de  $(s_p(n))_{p=1, \dots, P; n \in \mathbb{Z}}$  et donc (13) est vérifiée si et seulement si  $z(nT)$  est un mélange trivial. Nous traduisons cette condition en termes de suites  $F_p$ ; où l'on a posé pour tout  $l \in \mathbb{Z}$ ,  $F_p(l) = f_p(lT_1/\beta_1)$  (on rappelle que  $f_p(t) = g(t) * h_p(t)$ ). Afin de ne pas alourdir les notations, nous restreignons l'analyse au cas d'un mélange de deux sources : la généralisation à un nombre quelconque de sources ne pose aucune difficulté méthodologique. Ainsi donc, la condition (13) est vraie s'il existe deux constantes  $\lambda_n^{(1)}$  et  $\lambda_n^{(2)}$  non toutes deux nulles telles que  $\lambda_n^{(1)} \lambda_n^{(2)} = 0$  et deux entiers  $\tau_n^{(1)}$  et  $\tau_n^{(2)}$  tels que pour tout  $k$

$$\begin{cases} F_1(n\alpha_1 - k\beta_1) = \lambda_n^{(1)} \delta(k - \tau_n^{(1)}) \\ F_2(n\alpha_2 - k\beta_2) = \lambda_n^{(2)} \delta(k - \tau_n^{(2)}) \end{cases} \quad (14)$$

Comme  $\beta_1$  divise  $\beta$  et que  $\alpha_1$  et  $\beta_1$  sont premiers entre eux, on en déduit que l'ensemble des  $n\alpha_1 - k\beta_1$  est  $\mathbb{Z}$  lorsque  $k \in \mathbb{Z}$  et  $n = 0, \dots, \beta$ . Donc il est nécessaire que l'une des suites  $F_1, F_2$  soit non-nulle sinon la conditions d'égalité ne serait pas vérifiée. Supposons par exemple que la suite  $F_1$  est non-nulle. Alors il existe un entier  $n_0$  tel que  $\lambda_{n_0}^{(1)} \neq 0$ . De deux choses l'une : soit  $\beta_1 = 1$  soit  $\beta_1 \geq 2$ . Montrons par contradiction que  $\beta_1 = 1$ . Si on avait  $\beta_1 \geq 2$  alors, la formule de Poisson s'écrirait comme

$$\hat{f}_1(\nu) = \frac{T_1}{\beta_1} \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{n=-N}^N F_1(n) e^{-2i\pi\nu n T_1 \beta_1} \quad (15)$$

pour tout  $\nu \in [-\frac{\beta_1}{2T_1}, \frac{\beta_1}{2T_1}]$  où  $\hat{f}_1$  est la transformée de Fourier de  $f_1$ . Comme, d'après (14),  $F_1$  est nulle sauf en  $\beta$  valeurs, au plus, il s'en suit qu'il existe un entier  $N$  tel que, pour tout  $\nu \in [-\frac{\beta_1}{2T_1}, \frac{\beta_1}{2T_1}]$ ,

$$\hat{f}_1(\nu) = \frac{T_1}{\beta_1} \sum_{n=-N}^N F_1(n) e^{-2i\pi\nu n T_1 \beta_1}.$$

Puisque  $f_1(t) = g_1(t) * h_1(t)$  et que  $\hat{h}_1(\nu) = 0$  si  $|\nu| > \frac{1+\gamma_1}{2T_1}$ , on en déduit que  $\hat{f}_1(\nu) = 0$  pour tout  $\nu \in ]\frac{1+\gamma_1}{2T_1}, \frac{\beta_1}{2T_1}[$  et l'hypothèse  $\beta_1 \geq 2$  conduirait à l'égalité  $\hat{f}_1(\nu) = 0$  dans l'intervalle  $]\frac{1+\gamma_1}{2T_1}, \frac{\beta_1}{2T_1}[$ , ce qui ne peut pas se produire car que  $\hat{f}_1(\nu)$  est un polynôme en la variable  $z = e^{-2i\pi T_1/\beta_1 \nu}$ . Nous avons donc montré par l'absurde que  $\beta_1 = 1$ .

Examinons la conséquence sur  $F_2$ . De la condition (14) sur  $F_1$ , nous déduisons de l'égalité  $\beta_1 = 1$  que  $\forall k$  entier,

$$F_1(n_0\alpha_1 - k) = \lambda_{n_0}^{(1)} \delta(k - \tau_{n_0}^{(1)}).$$

Puisque pour tout  $n$  entier

$$\begin{aligned} F_1(n\alpha_1 - k) &= F_1(n_0\alpha_1 - (k - \alpha_1(n - n_0))) \\ &= \lambda_{n_0}^{(1)} \delta(k - (\tau_{n_0}^{(1)} + \alpha_1(n - n_0))), \end{aligned}$$

on déduit par identification avec (14) que pour tout  $n = 0, \dots, \beta - 1$ :

$$\begin{aligned} \lambda_n^{(1)} &= \lambda_{n_0}^{(1)} \neq 0 \\ \tau_n^{(1)} &= \tau_{n_0}^{(1)} + \alpha_1(n - n_0) \end{aligned}$$

Comme  $\lambda_{n_0}^{(1)} \neq 0$  et que  $\lambda_n^{(1)} \lambda_n^{(2)} = 0$ , on obtient que pour tous les entiers  $k$  et les entiers  $n = 0, \dots, \beta$  :

$$F_2(n\alpha_2 - k\beta_2) = 0.$$

L'ensemble des  $na_2 - kb_2$  est  $\mathbb{Z}$  lorsque  $k \in \mathbb{Z}$  et  $n = 0, \dots, \beta$ . Ainsi, sous l'hypothèse  $F_1$  est non-nulle, nous avons montré que  $\beta_1 = 1$  et que  $F_2$  est nulle. En conclusion si  $F_1 \neq 0$  alors l'égalité n'a lieu que si

$$T = \alpha_1 T_1 \quad (16)$$

$$z_{n, \alpha_1 T_1} = \lambda_{n_0}^{(1)} s_1(\alpha_1 n - \tau_{n_0}^{(1)}) \quad (17)$$

c'est à dire que l'on obtient en sortie de l'égaliseur une version pondérée, décalée et éventuellement sous-échantillonnée d'une des suites de symboles.

De la symétrie du problème, on déduit un résultat analogue lorsque  $F_2$  est non-nulle.

Réciproquement s'il existe un  $G$  tel que (17) soit vérifiée alors il est immédiat que (11) est une égalité.

**Remarque 1** On peut se demander si des filtres  $G$  permettant d'obtenir (17) existent. La réponse n'est simple que dans le cas où les excès de bande sont nuls. En effet, l'existence d'un tel filtre est assurée dès lors que la matrice  $[\hat{h}_1(\nu), \dots, \hat{h}_P(\nu)]$ , où  $\hat{h}_k(\nu)$  représente la transformée de Fourier de  $h_k(t)$ , est de rang générique plein. Dans tous les autres cas, cette condition de diversité ne s'exprime pas aisément

## 4 Simulation et résultats

Outre la déflation, la mise en oeuvre de notre méthode n'est pas différente de celle décrite dans [6]. Nous appelons  $\hat{J}_N(G, T)$  l'estimateur consistant obtenu en prenant une durée d'observation finie et en supprimant l'opérateur espérance dans  $J(G, T)$  avec  $J(G, T)$  la fonction associée au Kurtosis (initialement introduite dans [5]):<sup>1</sup>

$$\hat{J}_N(G, T) = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |z_{n,T}|^4 - \left| \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} z_{n,T}^2 \right|^2}{\left( \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} |z_{n,T}|^2 \right)^2} \quad (18)$$

Considérons à titre d'illustration le cas d'un mélange de 3 sources dont deux modulations QPSK ( $\kappa_4(s) = -1$ ) et une BPSK ( $\kappa_4(s) = -2$ ). Les durées symboles de ces sources sont  $T_1 = 1$ ,  $T_2 = 0.9$  et  $T_3 = 1.2$ . Les excès de bandes des filtres d'émission sont tous égaux à 0.2. Pour chaque source, on considère un canal à multi trajets. La simulation est réalisée dans un contexte non bruité. Un égaliseur à 8 coefficients et un réseau de 5 antennes sont utilisés, la durée d'observation est égale à  $1000T_2$ .

Le graphe de gauche de la figure 1, représente  $\hat{\xi}_N(T)$  en fonction de  $T$ . On constate que notre fonction de coût admet bien un minimum pour  $T \cong T_3$  qui correspond à la source de plus petit cumulant (i.e. pour une BPSK  $\kappa_4(s) = -2$ ). Le graphe de droite de la figure 1 représente la constellation obtenue en sortie de l'égaliseur minimisant  $\hat{J}_N(G, T)$  au  $T$  estimé précédemment. On constate que l'on récupère la source 3 à une constante près.

Après déflation, la même méthode appliquée cette fois au mélange "sans" la source précédemment extraite donne une constellation comme à la figure 2.

<sup>1</sup>Les résultats développés restent valables pour une classe de fonctions  $J(G, T)$  plus général que celle décrite par (3). En particulier, ils restent valables pour la fonction  $J(G, T) = \frac{\langle \mathbb{E}\{|z_n|^4\} \rangle - \langle \mathbb{E}\{|z_n|^2\} \rangle^2}{(\langle \mathbb{E}\{|z_n|^2\} \rangle)^2}$

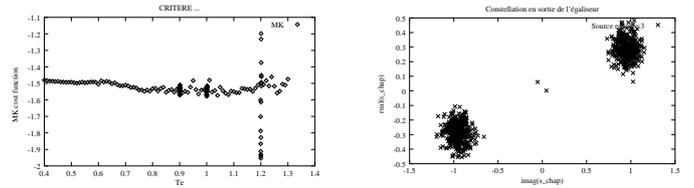


FIG. 1:  $\hat{\xi}_N(T)$  en fonction de  $T$  / Constel. après éga.

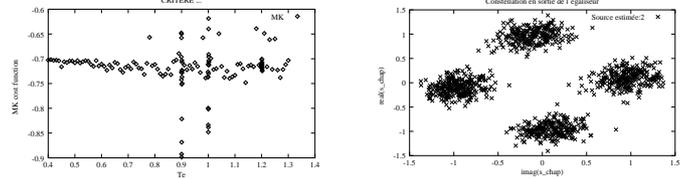


FIG. 2: Après déflation de la source 1

## 5 Conclusion

Dans cette contribution, nous avons développé une méthodologie permettant d'estimer les périodes symboles et les symboles d'un mélange de plusieurs sources. Notre approche est basée sur des idées de déconvolution. Nous proposons une classe de fonctions dont la minimisation permet d'obtenir une période symbole d'une des sources et les symboles correspondant. Ensuite par déflation, nous sommes en mesure d'extraire les autres sources. Des simulations ont été réalisées permettant de valider la pertinence de cette nouvelle approche.

## References

- [1] A. Ferréol and P. Chevalier, "On the behavior of current second and higher order blind source separation methods for cyclostationary sources," *IEEE trans. on Signal Processing*, vol. 48, no. 6, pp. 1712–1724, June 2000.
- [2] N. Delfosse and P. Loubaton, "Adaptive blind separation of independent sources: a deflation approach.," *Signal Processing*, vol. 45, no. 1, pp. 59–83, July 1995.
- [3] J. Tugnait, "Identification and deconvolution of multi-channel linear non-gaussian processes using higher order statistics and invers filter criteria.," *IEEE Transaction on Signal Processing*, vol. 45, no. 3, pp. 658–671, March 1997.
- [4] P. Loubaton and P. Regalia, "Blind deconvolution of multivariate signals: A deflation approach.," *IEEE International Conference on Communications*, vol. 2, pp. 1160–1164, October 1993.
- [5] O. Shalvi and E. Weinstein, "New criteria for blind deconvolution of nonminimum phase systems (channels)," *IEEE Trans. on Information theory*, vol. 36, no. 2, pp. 312–321, March 1990.
- [6] S. Houcke, A. Chevreuril, and P. Loubaton, "Joint blind equalization and estimation of the symbol period: a contrast function approach.," in *Proc. of ICASSP*, Salt Lake City, 2001.