

# Séparation d’ondes sur un réseau de capteurs multidimensionnel

Nicolas LE BIHAN<sup>1</sup>, Jean-Louis LACOUME<sup>1</sup>, Jérôme MARS<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Laboratoire des Images et des Signaux, UMR 5083 INPG/UJF/CNRS/OSUG  
ENSIEG, BP 46, 38402 Saint Martin d’Hères Cedex, France

nicolas.lebihan@lis.inpg.fr, jean-louis.lacoume@lis.inpg.fr, jerome.mars@lis.inpg.fr

**Résumé** – Nous proposons une nouvelle méthode de séparation d’ondes pour les réseaux de capteurs multidimensionnels basée sur l’Analyse en composantes Principales (ACP) pour données tridimensionnelles. Nous présentons la 3DSVD, extension de la SVD au cas des volumes de données 3D. Nous montrons également l’intérêt d’utiliser cette méthode plutôt que celle utilisant les long-vecteurs. Nous comparons finalement, sur données réelles, les résultats obtenus par notre approche d’ACP trimodal à ceux obtenus par ACP classique.

**Abstract** – We propose a new method for wave separation in the case of multidimensional sensor array. We introduce a PCA technique for 3D data. This technique is based on the 3DSVD, extension of the SVD to 3D dataset. We demonstrate the way this method is more powerful than classical long-vector techniques. Finally, we show, on real data, a comparison between the trimodal ACP introduced here and the classical ACP technique.

## 1 Introduction

Actuellement, un certain nombre d’acquisitions utilisent des réseaux de capteurs multidimensionnels qui permettent d’enregistrer des propriétés des ondes telles que la polarisation (réseaux de capteurs vectoriels), ou d’imager une propagation des ondes dans un volume (réseaux 2D de capteurs scalaires). Dans ces deux situations, les données acquises sont tridimensionnelles : elles possèdent trois *diversités*. Elles ont toutes une diversité temporelle et une diversité spatiale, à laquelle s’ajoutent soit une diversité de polarisation (capteurs vectoriels) soit une seconde diversité spatiale (données de réseaux 2D). Nous ferons référence à ces diversités en parlant de *modes*. Les données tridimensionnelles seront donc qualifiées de *données trimodales*.

Nous proposons de réaliser la séparation d’ondes reçues sur ce type de capteurs en exploitant les statistiques d’ordre 2 des signaux. Nous travaillons directement sur les signaux trimodaux et nous séparons les évènements par une technique d’ACP (Analyse en Composantes Principales) trimodale [Kro83]. De nombreuses méthodes de séparation d’ondes, basées sur l’ACP, existent. Nous nous plaçons dans un cadre déterministe et utilisons l’ACP comme outil algébrique sur un volume de données. Cette approche, assimilable à de l’analyse de données, est couramment utilisée lors du traitement d’antenne en sismique [Gla94].

La technique d’ACP trimodale [Tuc66, Kro83] a connu des applications dans différents domaines (statistiques, industrie alimentaire, chimie, psychométrie, etc). Son introduction en traitement du signal a été faite par L. De Lathauwer [DeL97], pour la diagonalisation conjointe de tenseurs d’ordre 3 (STOTD), dans le problème de sépara-

tion aveugle de sources. Nous utilisons ici l’outil introduit dans [DeL97], dénommé *HOSVD* par l’auteur, en le rebaptisant *3DSVD* pour le cas particulier de l’étude des données trimodales.

Cet article comporte dans sa première partie, la description des signaux étudiés et les dispositifs permettant de les enregistrer. Nous présentons la 3DSVD, extension de la SVD [Sch91], et exposons ensuite la séparation d’ondes sur les données trimodales à l’aide de la 3DSVD. Nous présentons finalement des résultats de séparation sur des données réelles issues d’une campagne de sismique marine.

## 2 Réseaux de capteurs multidimensionnels

Il existe plusieurs domaines du traitement du signal susceptibles de fournir des données tridimensionnelles. Les trois modes de ces enregistrements sont spécifiques aux capteurs et à leur disposition. Nous présentons ici deux exemples de données trimodales sismiques : issues de réseaux de capteurs vectoriels ou enregistrées sur des réseaux 2D de capteurs scalaires. Le premier type d’antenne se retrouve en électromagnétisme. Le second est utilisé en tomographie, radar ou sonar.

### 2.1 Réseaux de capteurs vectoriels

Lorsque chacun des  $N_x$  capteurs d’un réseau enregistre  $N_c$  composantes, on parle de réseau vectoriel. En sismique, chaque composante enregistre le mouvement du sous-sol dans une direction de l’espace. On peut ainsi utiliser des capteurs à trois composantes, recueillant le mouvement du sous-sol au passage de l’onde dans les trois directions de

l'espace. Chaque échantillon temporel de chaque capteur est un vecteur à trois composantes. Les données vectorielles se rencontrent également en électromagnétisme où l'on mesure les différentes composantes du champ électrique et magnétique. Ils apportent donc une information sur la polarisation des ondes enregistrées.

## 2.2 Réseaux 2D de capteurs scalaires

Lorsque l'on cherche à imager un milieu traversé par un champ d'ondes, il est possible de déployer un ensemble d'antennes linéaires classiques, formant un réseau 2D. L'antenne a donc deux diversités spatiales dans les deux dimensions du réseau. Les enregistrements forment des tableaux 3D de données. L'intérêt de ces enregistrements 3D, en sismique, provient du fait qu'ils permettent l'étude d'un volume de terrain dont l'analyse rendra compte de la structure des formations géologiques.

## 3 ACP trimodale (3DSVD)

Nous proposons une approche basée sur la décomposition en éléments propres (ou Analyse en Composantes Principales) des tableaux de données de dimension trois. Avant d'introduire l'outil permettant de faire de l'ACP sur ces tableaux, nous revenons sur le cas des matrices (tableaux de dimension 2) et sur la façon de les analyser par SVD.

### 3.1 Rappel sur la SVD

Toute matrice  $\mathbf{A}$  de  $\mathbb{R}^{N_1 \times N_2}$  peut se décomposer comme :

$$\mathbf{A} = \mathbf{U}^{(1)} \mathbf{\Delta} \mathbf{U}^{(2)T} = \mathbf{\Delta} \times_1 \mathbf{U}^{(1)} \times_2 \mathbf{U}^{(2)} \quad (1)$$

où les matrices  $\mathbf{U}^{(1)}$  et  $\mathbf{U}^{(2)}$  sont orthogonales et contiennent respectivement les vecteurs propres gauches et droits de  $\mathbf{A}$ . La matrice  $\mathbf{\Delta}$  est pseudo-diagonale telle que  $\mathbf{\Delta} = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{\min(N_1, N_2)})$ . Les valeurs singulières  $\sigma_i$  sont ordonnées de façon décroissante sur la diagonale, c.à.d.  $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_{\min(N_1, N_2)}$ .

La séparation d'ondes par SVD consiste à séparer l'espace de départ, que constitue la matrice des signaux observés, en deux sous-espaces :

$$\mathbf{A} = \mathbf{A}_{\text{signal}} + \mathbf{A}_{\text{bruit}} = \sum_{i=1}^p \sigma_i \cdot \underline{u}_i \cdot \underline{v}_i^T + \sum_{j=p+1}^{\alpha} \sigma_j \cdot \underline{u}_j \cdot \underline{v}_j^T \quad (2)$$

avec  $\alpha = \min(N_1, N_2)$ .  $\underline{u}_n$  et  $\underline{v}_n$  sont respectivement les colonnes des matrices propres gauche et droite (c.à.d. les vecteurs propres). Cette séparation utilise les statistiques d'ordre 2. Elle induit l'orthogonalité entre les vecteurs propres et donc l'orthogonalité entre les deux sous-espaces. Elle a été étudiée et utilisée en sismique dans [Gla94]

### 3.2 Définition de la 3DSVD

La 3DSVD est la version trimodale de la décomposition en valeurs singulières (SVD). Elle concerne des tableaux de données de dimension 3. Un tableau trimodal,  $\mathcal{A}$ , de  $\mathbb{R}^{N_1 \times N_2 \times N_3}$ , peut se décomposer comme :

$$\mathcal{A} = \mathcal{C} \times_1 \mathbf{U}^{(1)} \times_2 \mathbf{U}^{(2)} \times_3 \mathbf{U}^{(3)} \quad (3)$$

avec  $\mathcal{C}$  le tableau *noyau*, de dimension  $N_1 \times N_2 \times N_3$ , comportant les valeurs singulières trimodales. Les matrices  $\mathbf{U}^{(i)}$  contiennent les vecteurs propres dans les trois directions. Le produit noté  $\times_i$  indique une multiplication d'un tableau suivant son  $i^{\text{ème}}$  mode (ou produit *i-modal*) par une matrice suivant les colonnes [DeL97]. On définit le produit *i-modal* d'un tableau  $\mathcal{B}$  de taille  $N_1 \times N_2 \times N_3$  et d'une matrice  $\mathbf{V}$  de taille  $M_1 \times M_2$  par :

$$\mathcal{D} = (\mathcal{B} \times_i \mathbf{V})_{lmn} = \sum_{i=1}^{N_i} b_{imn} \cdot v_i \quad (4)$$

Les matrices propres  $\mathbf{U}^{(i)}$  dans l'équation (3) décrivent l'espace vectoriel trimodal en termes de bases orthonormées suivant chacun des modes. Le calcul de la 3DSVD peut se faire à l'aide de la SVD des matrices dépliantes obtenues à partir du tableau 3D original. Ces matrices sont les trois façons de déplier le tableau par tranches successives suivant les trois directions. Les matrices dépliantes sont également les trois long-vecteurs constructibles à partir d'un tableau de données trimodales. La décomposition en valeurs singulières de chacune des trois matrices dépliantes donne les matrices  $\mathbf{U}^{(i)}$ . Le tableau des valeurs propres est obtenu par la formule inverse :

$$\mathcal{C} = \mathcal{A} \times_1 \mathbf{U}^{(1)T} \times_2 \mathbf{U}^{(2)T} \times_3 \mathbf{U}^{(3)T} \quad (5)$$

Ce tableau équivalent à une matrice pseudo-diagonale ne possède pas la propriété d'hyper-diagonalité. Il a toutefois la propriété d'orthogonalité entre les tranches du tableau dans les trois directions ainsi que la décroissance de la norme de ces tranches. Ainsi, pour un tableau de dimension 3, l'étude des valeurs propres se fait sur les courbes de normes des tranches de  $\mathcal{C}$  suivant les trois directions. C'est ce que nous appelons les valeurs propres trimodales. Nous voyons à présent comment faire de la séparation d'ondes sur données trimodales avec la 3DSVD.

## 4 Séparation d'ondes par sous-espaces trimodaux

La méthode de séparation consiste en l'extension de la séparation par sous-espaces aux données trimodales. Pour cela, une 3DSVD du tableau de données est tout d'abord effectuée. On effectue ensuite une troncature de rang des matrices de vecteurs propres  $\mathbf{U}^{(i)}$ , puis le sous-espace signal est donné par :

$$\mathcal{A}_{\text{signal}} = \mathcal{A} \times_1 \mathbf{U}_s^{(1)} \mathbf{U}_s^{(1)T} \times_2 \mathbf{U}_s^{(2)} \mathbf{U}_s^{(2)T} \times_3 \mathbf{U}_s^{(3)} \mathbf{U}_s^{(3)T} \quad (6)$$

où les matrices  $\mathbf{U}_s^{(i)}$  sont les troncatures de rangs  $r_i$  des matrices propres des  $i$  modes. Cette troncature se fait au regard des courbes des valeurs propres trimodales. La détermination des  $i$ -rangs du sous-espace, pour chacun des trois modes, s'appuie sur des critères identiques au cas 2D. Pour l'ACP trimodal, on parle de troncature de rang  $(r_1, r_2, r_3)$  du tableau de données  $\mathcal{A}$ . Le sous-espace bruit est ensuite obtenu par :

$$\mathcal{A}_{\text{bruit}} = \mathcal{A} - \mathcal{A}_{\text{signal}} \quad (7)$$

Comme dans le cas 2D, l'orthogonalité entre les deux sous-espaces est la clé de la séparation. Ceci résulte de la

décorrélation à l'ordre 2 entre la partie bruit et la partie signal. L'espace vectoriel trimodal de départ, de rang  $(P, Q, R)$  est décomposé en un sous-espace signal de rang  $(r_1 - r_2 - r_3)$  et un sous-espace bruit complémentaire de rang  $(P - r_1, Q - r_2, R - r_3)$ . La prise en compte du troisième mode dans le traitement peut se révéler discriminant dans la séparation si les paramètres que ce mode décrit sont décorrélés.

## 5 Long-vecteurs ou structure trimodale ?

Dans de nombreux traitements développés jusqu'à présent [Neh94b, Neh94a], la présence de capteurs vectoriels dans une antenne engendre l'utilisation des long-vecteurs. Nous n'avons pas adopté ce formalisme ici, et avons préféré conserver la structure du volume de données tridimensionnelle lors du traitement. Ce choix est motivé par l'arbitraire de la construction des long-vecteurs. Pour une antenne 2D ( $N \times M$ ) le balayage en ligne du champ de capteurs produit un long-vecteur qui détruit les relations de voisinage entre les capteurs proches appartenant à des lignes adjacentes. Cette réorganisation des données introduit dans la corrélation du long-vecteur une structure quasi périodique de pas  $N$  issue non des données mais de la procédure utilisée pour les réordonner.

Une décomposition en valeurs singulières du long-vecteur revient à faire la SVD d'une seule des matrices dépliantes de  $S$  parmi les trois possibles. La construction arbitraire du long-vecteur privilégie donc une direction dans l'espace vectoriel trimodal. L'ACP trimodale est construite à partir des SVD des trois matrices dépliantes possibles, et explore donc les trois modes du volume de données. Il convient donc de ne pas utiliser les long-vecteurs lors de l'étude des antennes multidimensionnelles (et surtout polarisées), mais de préférer la structure trimodale et les traitements associés.

## 6 Application sur signaux réels

Les signaux présentés ici ont été enregistrés lors d'une campagne de sismique marine. Un capteur constitué de quatre composantes (trois géophones unidirectionnels et un hydrophone omnidirectionnel) est déposé sur le fond marin à une profondeur de 14 mètres. Un navire passe sur un axe surplombant le capteur et émet des explosions (source) à intervalles réguliers. L'enregistrement possède une variété temporelle ( $N_t$  échantillons temporels), une diversité en distance ( $N_x$  échantillons en distance) et une diversité de composante ( $N_c$  composantes colocalisées du capteur). Le volume de données est ici de taille :  $N_c \times N_x \times N_t = 4 \times 19 \times 128$ . Les enregistrements originaux sont présentés sur la figure 1.

Une séparation en sous-espaces a été effectuée par ACP trimodale sur les données. Le sous-espace signal trimodal est de rang  $(3, 4, 4)$ , et est représenté sur la figure 2. Le sous-espace bruit trimodal (figure 3) est obtenu par la relation (7). On peut voir sur le sous-espace signal tri-

modal (Fig. 2) qu'un paquet d'ondes dispersives est extrait de l'enregistrement total, et ce sur les quatre composantes. Ce n'est pas le cas si on pratique la SVD (troncature de rang 4 pour le sous-espace signal) de chacune des composantes séparément (Fig. 4). Dans le sous-espace bruit trimodal (Fig. 3), on voit apparaître des événements sismiques (ondes traversant le document de la partie supérieure droite vers la partie inférieure gauche) qui n'étaient pas visibles avant le traitement. Cela est dû à la qualité de séparation, sur les quatre composantes, des ondes dispersives. Cette caractérisation est obtenue grâce à la 3DSVD. Le résultat obtenu par SVD ne permet pas d'identifier les ondes dispersives correctement sur les quatre composantes (Fig. 4). Le sous-espace bruit ne fait pas apparaître d'événements sismiques cohérents (Fig. 5).

L'ACP trimodale conduit à de meilleurs résultats que par utilisation de la SVD indépendamment sur les composantes. Ceci est dû à la prise en compte, dans la 3DSVD, de l'information présente sur toutes les composantes de l'enregistrement simultanément dans le traitement. De plus, les relations intercomposantes dans le sous-espace signal étant identifiées, elles permettent une mesure de la polarisation des ondes estimées.

## 7 Conclusion

Nous avons présenté une nouvelle méthode de séparation d'ondes à l'ordre 2 pour les réseaux de capteurs multidimensionnels. L'utilisation de toute l'information présente dans les volumes de données 3D est possible avec la 3DSVD. La séparation d'ondes utilisant cet outil est donc améliorée par rapport à la séparation réalisée par des méthodes classiques d'ACP appliquées indépendamment sur des parties des données. La 3DSVD est adaptée aux données trimodales et l'extension de méthodes algébriques pour le traitement des données 3D est possible à l'aide de cet outil. Nous avons montré sur un exemple de données réelles comment la 3DSVD peut permettre d'améliorer la séparation. La technique présentée est également bien adaptée aux cubes sismiques, provenant de réseaux 2D. Les extensions de cette méthode au domaine fréquentiel sont envisageables, ainsi que sa transposition pour les signaux électromagnétiques ou acoustiques.

## References

- [DeL97] De Lathauwer L. *Signal Processing based on multilinear algebra*. Thèse de doctorat, Université Catholique de Leuven, 1997.
- [Gla94] Glangeaud F. and Mari J.-L. *Wave separation*. Technip IFP, 1994.
- [Kro83] Kroonenbeg P.M. *Three-mode principal component analysis*. DSWO Press, 1983.
- [Neh94a] Nehorai A. and Paldi E. Acoustic vector-sensor array processing. *IEEE transactions on signal processing*, 42(9):2481–2491, 1994.
- [Neh94b] Nehorai A. and Paldi E. Vector-sensor array processing for electromagnetic source localiza-

tion. *IEEE transactions on signal processing*, 42(2):376–398, 1994.

[Sch91] Scharf L.L. *Statistical Signal Processing, Détection, Estimation and Time Series Analysis*. Electrical and computer engineering: digital signal processing. Addison Wesley, 1991.

[Tuc66] Tucker L.R. Some mathematical notes on three-mode factor analysis. *Psychometrika*, No 31:279–311, 1966.

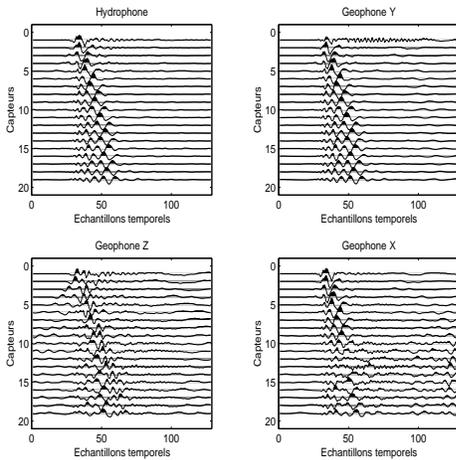


FIG. 1: Quatre composantes des données originales

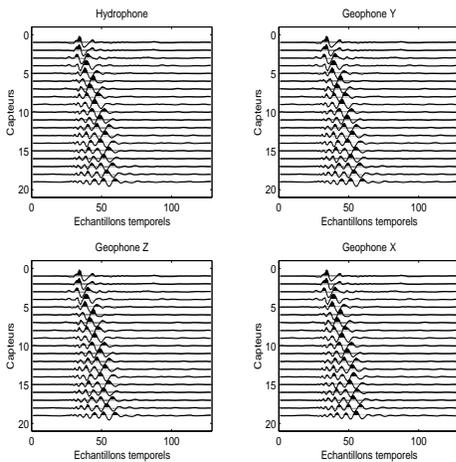


FIG. 2: Sous-espace signal obtenu par 3DSVD

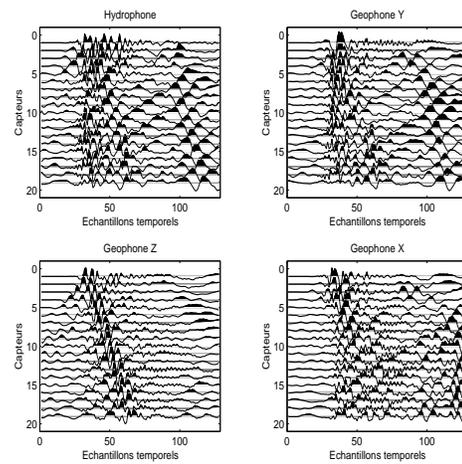


FIG. 3: Sous-espace bruit obtenu par 3DSVD

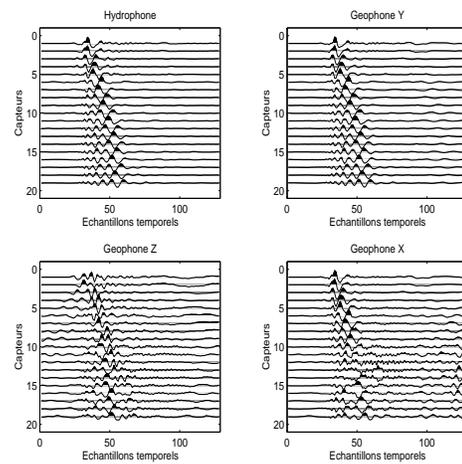


FIG. 4: Sous-espace signal obtenu par SVD séparément sur les quatre composantes

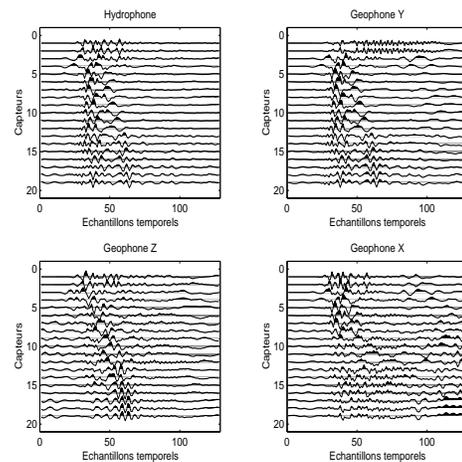


FIG. 5: Sous-espace bruit obtenu par SVD séparément sur les quatre composantes