

Séparation de sources discrètes par méthodes de simulation par chaînes de Markov

Stéphane SENECA¹, Pierre-Olivier AMBLARD¹

¹Laboratoire des Images et des Signaux CNRS UMR 5083
LIS ENSIEG, BP 46, 38402 Saint Martin d'Hères cedex, France
stephane.senecal@lis.inpg.fr, bidou.amblard@lis.inpg.fr

Résumé – Le problème abordé dans ce papier est celui de la séparation de signaux sources à valeurs discrètes en considérant un modèle de mélange linéaire instantané et bruité additivement. La méthode de séparation est implantée à l'aide de méthodes de simulation par chaînes de Markov. Elle permet d'estimer conjointement les signaux sources, la matrice de mélange, les variances des bruits d'observation ainsi que le nombre d'états des sources dans le cas où ceux-ci sont inconnus. Le cas général où le nombre de signaux sources est inconnu est également envisagé.

Abstract – This paper addresses the problem of source separation from a linear and instantaneous mixing corrupted by additive noise, assuming that the source signals are distributed on discrete sets. The implementation is realised by the use of Markov chain simulation methods. It leads to the joint estimation of the source signals, the mixing matrix, the variances of the observation noises and the numbers of sources states if these ones happen to be unknown. The general case assuming an unknown number of source signals is also studied.

1 Introduction

Le modèle de séparation de sources envisagé est un mélange linéaire instantané bruité modélisé par l'équation suivante

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{A}\mathbf{s}_t + \mathbf{b}_t \quad (1)$$

où \mathbf{s}_t désigne un échantillon des n signaux sources supposés indépendants entre eux (chaque signal source s_j est en plus supposé i.i.d.), \mathbf{x}_t un échantillon des m signaux d'observation, \mathbf{A} la matrice de mélange et \mathbf{b}_t un échantillon des m signaux parasites de bruit. Ces bruits sont supposés i.i.d. suivant une distribution gaussienne complexe circulaire $\mathcal{N}_{CC}(\mathbf{0}, \boldsymbol{\sigma})$ et décorrelés. Le problème est de retrouver les signaux sources à partir des signaux d'observation. Il est connu que les solutions possibles sont définies à une permutation et à un facteur de puissance près. On s'intéresse plus particulièrement ici aux signaux spécifiques utilisés dans les télécommunications. Une propriété importante de ces signaux est qu'ils prennent des valeurs discrètes. Les signaux sources sont modulés suivant un schéma PSK (Phase Shift Keying), *i.e.* uniformément distribués sur des points du cercle unité. Notons N le nombre d'états des signaux sources, supposé égal à des puissances de 2 comme c'est souvent le cas dans le cadre des communications numériques. Ainsi, la distribution de l'échantillon d'une source $s_j(t)$ est donnée par la formule

$$\frac{1}{N_j} \sum_{k=0}^{N_j-1} \delta(s_j(t) - e^{2i\pi \frac{k}{N_j}}) \quad (2)$$

où δ représente la distribution de Dirac. Ce type de modulation permet de restreindre ici l'incertitude de la puissance des signaux sources à une incertitude discrète sur leur phase.

2 L'approche Bayésienne

Ce problème de séparation de sources a déjà été abordé dans la littérature (cf. [1, 2]) mais nous nous plaçons ici dans le cas où le nombre N d'états des signaux sources à estimer est inconnu. Une solution consiste alors à estimer tous les paramètres du modèle $(N, \mathbf{s}, \mathbf{A}, \boldsymbol{\sigma})$ à partir de la distribution *a posteriori*

$$p(N, \mathbf{s}, \mathbf{A}, \boldsymbol{\sigma} | \mathbf{x}) \propto p(\mathbf{x} | N, \mathbf{s}, \mathbf{A}, \boldsymbol{\sigma}) \times p(N, \mathbf{s}, \mathbf{A}, \boldsymbol{\sigma}) \quad (3)$$

d'après la formule de Bayes. Cette approche suppose que l'on se dote de distributions *a priori* des paramètres du modèle en plus de \mathbf{s}_t (cf. [3] pour l'utilisation de distributions *a priori* conjuguées). Plutôt que de chercher à maximiser l'expression précédente, on va essayer d'en obtenir une estimation complète. Cette estimation va être réalisée à l'aide de méthodes de simulation par chaînes de Markov (cf. [4]).

3 Méthodes de simulation par chaînes de Markov

Algorithme général Le principe de base est de générer une suite $(N, \mathbf{s}_t, \mathbf{A}, \boldsymbol{\sigma})^k$ qui soit asymptotiquement distribuée suivant la loi cible (3). Le schéma de simulation choisi est l'algorithme de Gibbs (cf. [4]), implanté de la manière suivante :
Initialiser $(N, \mathbf{s}_t, \mathbf{A}, \boldsymbol{\sigma})^0$ avec les distributions *a priori*. A la $k + 1$ -ème itération,

simuler $(\mathbf{N}, \mathbf{s}_t, \mathbf{A}, \boldsymbol{\sigma})^{k+1}$ suivant

$$N^{k+1} \sim p(\mathbf{N} | (\mathbf{s}, \mathbf{A}, \boldsymbol{\sigma})^k, \mathbf{x}) \quad (4)$$

$$\mathbf{s}^{k+1} \sim p(\mathbf{s} | N^{k+1}, (\mathbf{A}, \boldsymbol{\sigma})^k, \mathbf{x}) \quad (5)$$

$$\mathbf{A}^{k+1} \sim p(\mathbf{A} | (N, \mathbf{s})^{k+1}, \boldsymbol{\sigma}^k, \mathbf{x}) \quad (6)$$

$$\boldsymbol{\sigma}^{k+1} \sim p(\boldsymbol{\sigma} | (N, \mathbf{s}, \mathbf{A})^{k+1}, \mathbf{x}) \quad (7)$$

Les étapes de simulation (5), (6) et (7) se réalisent aisément grâce à des choix adéquats de distributions *a priori*. Par contre, l'étape (4) requiert l'utilisation d'une autre méthode de simulation. Cette méthode de séparation de sources permet ainsi d'estimer directement des signaux sources discrets d'après (5) dont le nombre d'états est inconnu et qui n'est pas forcément le même pour tous les signaux sources. Nous allons maintenant détailler les différentes étapes de simulation (4), (5), (6) et (7).

Simulation de N^{k+1} La formule de Bayes permet d'écrire la densité de probabilité de la distribution (4) sous la forme $p(\mathbf{x} | (\mathbf{s}, \mathbf{A}, \boldsymbol{\sigma})^k) \times p(\mathbf{N})$. Une distribution *a priori* possible est une distribution uniforme $N_j \sim \mathcal{U}_{\{2^1, \dots, 2^{N_{max}}\}}$ comme les nombres d'états des sources sont supposés être des puissances de 2. Malheureusement, la vraisemblance présente dans l'expression précédente ne dépend pas de \mathbf{N} de manière explicite. Il faut donc envisager le recours à une autre méthode de simulation à l'intérieur de cette étape de simulation pour déterminer N^{k+1} . Ainsi, lors de la $(k+1)$ -ième itération de l'échantillonneur de Gibbs, un algorithme de Metropolis-Hastings (cf. [4]) est utilisé pour simuler N_j^{k+1} :

-- Choisir un candidat \hat{N}_j pour N_j^{k+1} avec

$$p(\hat{N}_j) \propto \exp(-\lambda |\hat{N}_j - N_j^k|) = \phi(\hat{N}_j, N_j^k)$$

pour $\hat{N}_j \in \{2^1, \dots, 2^{N_{max}}\}$ et un paramètre λ approprié ($\lambda = 0.5$ ou 1 en pratique).

-- Générer une source \hat{N}_j -PSK \hat{s}_j (la méthode est décrite au paragraphe suivant)

-- Comparer \hat{N}_j et N_j^k avec le taux d'acceptation α :

-- Générer $u \sim \mathcal{U}_{[0,1]}$

-- Si $u \leq \alpha$ alors poser $N_j^{k+1} = \hat{N}_j$,
sinon poser $N_j^{k+1} = N_j^k$.

Le taux d'acceptation α est construit de telle manière que la distribution stationnaire atteinte par ce schéma de simulation est la distribution d'intérêt (4). Ainsi, il est donné par la formule $\min(1, Ac)$ où Ac vaut

$$\frac{p(\hat{N}_j | N_{l < j}^{k+1}, \mathbf{s}_{l < j}^{k+1}, \hat{s}_j, N_{l > j}^k, \mathbf{s}_{l > j}^k, \mathbf{A}^k, \boldsymbol{\sigma}^k, \mathbf{x}) \Phi(N_j^k, \hat{N}_j)}{p(N_j^k | N_{l < j}^{k+1}, \mathbf{s}_{l < j}^{k+1}, N_{l > j}^k, \mathbf{s}_{l > j}^k, \mathbf{A}^k, \boldsymbol{\sigma}^k, \mathbf{x}) \Phi(\hat{N}_j, N_j^k)}$$

Et comme la fonction Φ est symétrique et que la distribution *a priori* sur N_j est uniforme, cette quantité se simplifie encore grâce à la formule de Bayes

$$Ac = \frac{p(\mathbf{x} | \mathbf{s}_{l < j}^{k+1}, \hat{s}_j, \mathbf{s}_{l > j}^k, \mathbf{A}^k, \boldsymbol{\sigma}^k)}{p(\mathbf{x} | \mathbf{s}_{l < j}^{k+1}, \mathbf{s}_{l > j}^k, \mathbf{A}^k, \boldsymbol{\sigma}^k)}$$

Simulation de \mathbf{s}^{k+1} Cette étape de simulation est explicitée pour l'échantillon $s_j^{k+1}(t)$ distribué suivant

$$p(s_j(t) | \mathbf{x}(t), N_j^{k+1}, \mathbf{s}_{l < j}^{k+1}(t), \mathbf{s}_{l > j}^k(t), \mathbf{A}^k, \boldsymbol{\sigma}^k) \\ \propto p(\mathbf{x}(t) | s_j(t), \mathbf{s}_{l < j}^{k+1}(t), \mathbf{s}_{l > j}^k(t), \mathbf{A}^k, \boldsymbol{\sigma}^k) \times p(s_j(t) | N_j^{k+1})$$

Comme les échantillons $x_i(t)$ sont indépendants conditionnellement aux variables $\mathbf{s}_t, \mathbf{A}, \boldsymbol{\sigma}$, il vient

$$p(\mathbf{x}(t) | s_j(t), \mathbf{s}_{l < j}^{k+1}(t), \mathbf{s}_{l > j}^k(t), \mathbf{A}^k, \boldsymbol{\sigma}^k) \\ = \prod_{i=1}^n p(x_i(t) | s_j, \mathbf{s}_{l < j}^{k+1}(t), \mathbf{s}_{l > j}^k(t), \mathbf{a}_{i,\cdot}^k, \sigma_i^2) \\ \propto \exp\left(-\sum_{i=1}^n \frac{1}{\sigma_i^2} \times |K_{i,j}(t)|^2\right) \quad (8)$$

où

$$K_{i,j}(t) = x_i(t) - \sum_{l < j} a_{i,l}^k s_l^{k+1}(t) - a_{i,j}^k s_j(t) - \sum_{l > j} a_{i,l}^k s_l^k(t)$$

Le caractère discret des distributions des signaux sources permet de mettre en œuvre une méthode de simulation simple à partir des probabilités cumulées:

-- Calculer pour $p = 0, \dots, N_j^{k+1} - 1$

$$p_p = p(\mathbf{x}_t | s_{l < j}^{k+1}(t), s_j = \exp(2i\pi \frac{p}{N_j^{k+1}}), \mathbf{s}_{l > j}^k(t), \mathbf{A}^k, \boldsymbol{\sigma}^k)$$

-- Calculer les probabilités normées et leurs valeurs cumulées

$$\hat{p}_p = \frac{\sum_{l=0}^p p_l}{\sum_{l=0}^{N_j^{k+1}-1} p_l}$$

-- Générer $u \sim U_{[0,1]}$

-- Trouver i_0 défini comme le plus petit entier parmi $\{0, \dots, N_j^{k+1} - 1\}$ tel que $u \leq \hat{p}_{i_0}$

-- Poser alors $s_j^{k+1}(t) = \exp(2i\pi \frac{i_0}{N_j^{k+1}})$

Il faut noter également que le caractère instantané du modèle de mixage (1) permet de simuler tous les échantillons d'un même signal source en parallèle.

Simulation de \mathbf{A}^{k+1} Le coefficient $a_{i,j}^{k+1}$ est simulé suivant la distribution

$$p(a_{i,j} | \mathbf{x}, \mathbf{s}^{k+1}, \mathbf{a}_{i \neq i, p \neq j}^k, \boldsymbol{\sigma}^k) \\ \propto p(\mathbf{x}_i | \mathbf{s}^{k+1}, \mathbf{a}_{i,p < j}^{k+1}, a_{i,j}, \mathbf{a}_{i,p > j}^k, \sigma_i^2) \times p(a_{i,j})$$

Comme les échantillons $x_i(t)$ sont indépendants conditionnellement à $(\mathbf{s}, \mathbf{A}, \boldsymbol{\sigma})$, la vraisemblance se simplifie en

$$\prod_t p(x_i(t) | \mathbf{s}^{k+1}(t), \mathbf{a}_{i,p < j}^{k+1}, a_{i,j}, \mathbf{a}_{i,p > j}^k, \sigma_i^2) \\ \propto \exp\left(-\frac{1}{(\sigma_i^k)^2} \times \sum_t |K_{i,j}(t)|^2\right)$$

avec $K_{i,j}(t)$

$$= x_i(t) - \sum_{p < j} a_{i,p}^{k+1} s_p(t)^{k+1} - a_{i,j} s_j(t)^{k+1} - \sum_{p > j} a_{i,p}^k s_p(t)^{k+1}$$

Ainsi, la vraisemblance pour le paramètre $a_{i,j}$ est normale

$$\mathcal{N}_{CC}\left(\frac{\sum_t s_j^{k+1}(t) \times \mu_{a_{i,j}}(t)}{\sum_t s_j^{k+1}(t)^2}, \sigma_{a_{i,j}}^2\right)$$

$$\text{avec } \sigma_{a_{i,j}} = \frac{\sigma_i^k}{\sqrt{\sum_t s_j^{k+1}(t)^2}} \text{ et}$$

$$\mu_{a_{i,j}}(t) = x_i(t) - \sum_{p < j} a_{i,p}^{k+1} s_p^{k+1}(t) - \sum_{p > j} a_{i,p}^k s_p^{k+1}(t)$$

En choisissant une distribution *a priori* uniforme pour les coefficients de la matrice de mélange, l'étape (6) est réalisable en simulant des distributions normales avec les paramètres ci-dessus.

Simulation de σ^{k+1} Comme précédemment, une étude de la vraisemblance en fonction de σ

$$\prod_{i=1}^m \frac{1}{\sigma_i^{2T}} \exp\left(-\sum_t \frac{1}{\sigma_i^2} \left|x_i(t) - \sum_{j=1}^n a_{i,j}^{k+1} s_j(t)^{k+1}\right|^2\right)$$

permet de réaliser cette étape de simulation (T représente le nombre d'échantillons). En effet, pour tous les σ_i^2 , la fonction de vraisemblance est proportionnelle à la densité de probabilité d'une distribution Inverse Gamma

$$\mathcal{IG}(T-1, \sum_t |x_i(t) - \sum_{j=1}^n a_{i,j}^{k+1} s_j(t)^{k+1}|^2)$$

Pour plus de précisions sur cette loi de probabilité et les moyens pour la simuler, le lecteur peut se référer à [3]. Si la distribution *a priori* de σ_i est de la forme $\mathcal{IG}(\alpha_i, \beta_i)$, alors la distribution *a posteriori* conservera cette forme et l'étape de simulation (7) est réalisable en simulant

$$\sigma_i^2 \sim \mathcal{IG}(T + \alpha_i, \sum_t |x_i(t) - \sum_{j=1}^n a_{i,j}^{k+1} s_j(t)^{k+1}|^2 + \beta_i)$$

4 Simulations numériques

Des séquences (4, 2, 4)-PSK de 1000 échantillons sont générées et observées suivant le modèle (1) avec pour matrice de mélange (9) et des niveaux de bruits tels que le SNR soit d'environ 10dB pour chaque observation.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0.5 & 2 \\ 0.5 & 2 & 1 \\ 2 & 1 & 0.5 \end{pmatrix} \quad (9)$$

La méthode de séparation est appliquée avec 500 itérations. On retrouve alors bien les signaux sources (cf. Figure (1) pour une réalisation) avec un BER (Bit Error Rate) d'environ 1% à 3% (Le BER optimal dans le cas présent est de 1.1% pour les BPSK et 2.94% pour les 4-PSK).

5 Perspectives

Une perspective intéressante est de généraliser cette approche dans le cas d'un nombre n de signaux sources inconnu. Dans un premier temps, les variances des bruits

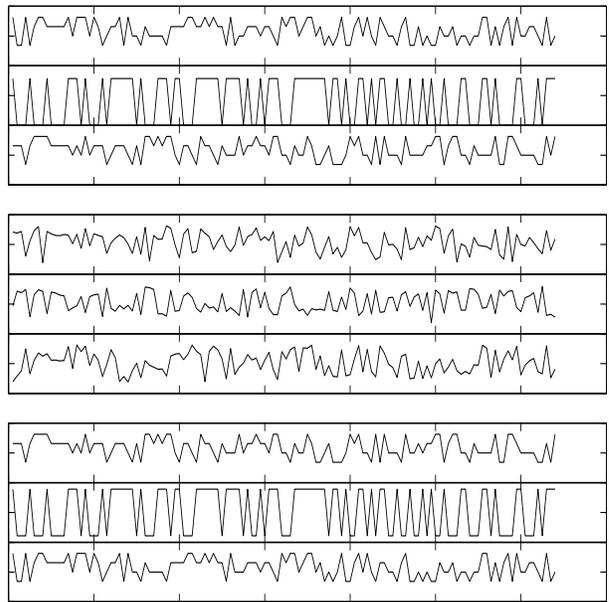


FIG. 1: Phases des signaux source (haut), des signaux d'observation (milieu) et des signaux source estimés (bas).

d'observation ainsi que le nombre d'états des sources sont supposés connus. De plus, on se restreint ici au cas de sources modulées BPSK ($N_j = 2$). Le principe est toujours de générer une suite de la variable d'intérêt ($n, \mathbf{s}_t, \mathbf{A}$)^k qui soit asymptotiquement distribuée suivant la loi cible $p(n, \mathbf{s}_t, \mathbf{A} | \mathbf{x}_t)$. Comme le nombre de signaux sources est supposé inconnu, l'estimation de la distribution *a posteriori* est ardue car la dimension de la variable à simuler est inconnue. Une approche par chaînes de Markov à sauts réversibles de Green (cf. [5, 6]) donne un moyen de réaliser alors cette simulation. Son implantation est donnée par le schéma suivant:

A la $k+1$ -ème itération, simuler $(n, \mathbf{s}_t, \mathbf{A})^{k+1}$:

1. choisir entre
 - scinder une source en deux ('split')
 - combiner deux sources ('merge')
2. réaliser l'étape de simulation précédemment choisie et accepter (ou non) les nouveaux paramètres proposés
3. recommencer les étapes 1 et 2 en générant une nouvelle source ('birth') ou en éliminant une source ('death')
4. simuler les variables (\mathbf{s}^{k+1} et \mathbf{A})^{k+1} avec les distributions (5) et (6) (cf §3)

Choix entre "split" et "merge" Le nombre de sources à l'itération k intervient dans la manière de faire ce choix. Notons p_s la probabilité de choisir l'étape "split" et supposons que le nombre de sources n est majoré par n_{max} . On pose alors $p_s(n^k = 2) = 1$, $p_s(n^k = n_{max}) = 0$ et $p_s(n^k) = \frac{1}{2}$ si $2 < n^k < n_{max}$. Ainsi, le choix de l'étape de simulation à effectuer est donné par:

- générer $u \sim \mathcal{U}_{[0,1]}$
- si $u \leq p_s(n^k)$, choisir "split"
- sinon choisir "merge"

“Split” Si l’étape “split” est choisie, il faut scinder une source en deux signaux. Il convient de remarquer que le taux d’acceptation (cf. définition de A_s , voir plus loin) des nouveaux paramètres fait intervenir le Jacobien des fonctions définissant ces paramètres par rapport aux anciens, et donc dans le cas de sources discrètes, cette quantité n’est pas calculable. Une solution consiste alors à travailler sur les colonnes de la matrice de mélange dont les coordonnées sont modélisées par des variables aléatoires continues. L’idée de base pour réaliser cette étape est d’écrire que les deux colonnes résultantes de la scission de \mathbf{a}_{\cdot, n^*} , $(\mathbf{a}_{\cdot, n_1}, \mathbf{a}_{\cdot, n_2})$, et leurs sources associées (s_{n_1}, s_{n_2}) doivent vérifier l’égalité $a_{i, n^*} s_{n^*}(t) = a_{i, n_1} s_{n_1}(t) + a_{i, n_2} s_{n_2}(t)$ pour $1 \leq i \leq m$ ce qui induit la relation de “conservation d’énergie” suivante

$$|a_{i, n^*}|^2 = |a_{i, n_1}|^2 + |a_{i, n_2}|^2 \quad (10)$$

car les signaux sources sont normés (à valeurs binaires), de moyenne nulle et indépendants. Ainsi, les relations

$$a_{i, n_1} = a_{i, n^*} \sqrt{w_i} \text{ et } a_{i, n_2} = a_{i, n^*} \sqrt{1 - w_i} \quad (11)$$

permettent de définir les colonnes $(\mathbf{a}_{\cdot, n_1}, \mathbf{a}_{\cdot, n_2})$ à partir de \mathbf{a}_{\cdot, n^*} avec une variable aléatoire auxiliaire $\mathbf{w} \sim (U_{[0,1]})^m$. Les séquences (s_{n_1}, s_{n_2}) sont alors simulées avec la même méthode que pour la distribution (5) en considérant les colonnes $(\mathbf{a}_{\cdot, n_1}, \mathbf{a}_{\cdot, n_2})$ à la place de \mathbf{a}_{\cdot, n^*} . L’acceptation de ces nouveaux paramètres est alors effectuée suivant le schéma

- générer $u \sim \mathcal{U}_{[0,1]}$
- si $u \leq \alpha$, accepter les nouvelles variables
- sinon ne rien changer

Le taux d’acceptation α est donné par $\alpha = \min(1, A_s)$ où

$$A_s = \frac{p(\{s_{n_1}(t), s_{n_2}(t)\}_t, \mathbf{a}_{\cdot, n_1}, \mathbf{a}_{\cdot, n_2} | \{\mathbf{x}_t\}_t)}{p(\{s_{n^*}(t)\}_t, \mathbf{a}_{\cdot, n^*} | \{\mathbf{x}_t\}_t)} \times \frac{p_c(n^k + 1)p(n^k)}{p_s(n^k)p(n^k + 1)} \left| \frac{\partial(\mathbf{a}_{\cdot, n_1}, \mathbf{a}_{\cdot, n_2})}{\partial(\mathbf{a}_{\cdot, n^*}, \mathbf{w})} \right|$$

Pour simplifier les notations, les autres s_j^{k+1} et $\mathbf{a}_{\cdot, j}^{k+1}$ sont omis de la formule précédente. $p(n^k)$ désigne la distribution *a priori* du nombre de signaux sources choisie ici par $n \sim \mathcal{U}_{\{2, \dots, n_{max}\}}$. Au numérateur, on note la présence du terme $p_c(n^k + 1)$ où $p_c = 1 - p_s$ et qui représente l’étape duale “merge”. Le terme provenant du Jacobien est égal à $\frac{1}{2^m} \prod_{i=1}^m \frac{|a_{i, n^*}|}{\sqrt{w_i - w_i^2}}$.

“Merge” Il s’agit de combiner deux signaux sources en un seul. Bien sur, le problème de Jacobien de densités discrètes est le même que précédemment. En partant du principe que la colonne combinée doit vérifier les relations du type (10), il vient $a_{i, n^*} = \epsilon_i \sqrt{a_{i, n_1}^2 + a_{i, n_2}^2}$ avec une variable aléatoire auxiliaire $\epsilon \sim (U_{\{+1, -1\}})^m$. L’acceptation des paramètres proposés suit le même schéma que pour l’étape “split” si ce n’est que le taux d’acceptation est ici de la forme $\min(1, A_m)$ avec

$$A_m = \frac{p(\{s_{n^*}(t)\}_t, \mathbf{a}_{\cdot, n^*} | \{\mathbf{x}_t\}_t)}{p(\{s_{n_1}(t), s_{n_2}(t)\}_t, \mathbf{a}_{\cdot, n_1}, \mathbf{a}_{\cdot, n_2} | \{\mathbf{x}_t\}_t)} \times \frac{p_s(n^k - 1)p(n^k)}{p_c(n^k)p(n^k - 1)p(\epsilon)} \times J$$

avec $J = 2^m \prod_{i=1}^m \frac{\sqrt{w_i - w_i^2}}{|a_{i, n^*}|}$ et $w_i = \frac{a_{i, n_1}^2}{a_{i, n^*}^2}$.

Implementation en pratique Malheureusement, le taux d’acceptation A_m (de même que celui pour l’étape “death”) est numériquement nul pour presque toutes les réalisations à cause du rapport de vraisemblance (premier terme intervenant dans A_m). Une étude plus poussée des distributions *a priori* est à envisager pour pallier à cet inconvénient.

6 Conclusion

Nous avons montré comment l’approche Bayésienne et sa mise en œuvre par des méthodes de simulation par chaînes de Markov est efficace pour réaliser la séparation de signaux sources discrets dans le cas d’un modèle simple. Ce type de méthode est généralisable à des modèles plus complexes (par exemple convolutifs, cf. [7]) pour un nombre de signaux sources connu. Dans le cas contraire, l’implantation d’une méthode de simulation par sauts réversibles de Green a été envisagée et nécessiterait l’utilisation de *pseudo-priors* et de procédés de re-pondération. D’autres méthodes d’estimation seront étudiées pour traiter le cas d’un nombre inconnu de signaux sources.

Références

- [1] A. Belouchrani and J. F. Cardoso, “Maximum likelihood source separation for discrete sources,” *Signal Processing*, vol. 7, 1994.
- [2] F. Gamboa and E. Gassiat, “Source separation when the input sources are discrete or have constant modulus,” *IEEE Transactions on Signal Processing*, vol. 45, pp. 3062–3072, December 1997.
- [3] C. Robert, *L’analyse statistique Bayésienne*, Statistique mathématique et probabilité. Economica, 1992.
- [4] C. Robert, *Méthodes Monte-Carlo par chaînes de Markov*, Statistique mathématique et probabilité. Economica, 1996.
- [5] S. Richardson and P. J. Green, “On Bayesian analysis of mixtures with an unknown number of components,” *Journal of the Royal statistical Society*, vol. 59, no. 4, pp. 731–792, 1997.
- [6] C. Andrieu, P. M. Djuric, and A. Doucet, “Model selection by MCMC computation,” *Signal Processing*, vol. 81, no. 1, pp. 19–37, January 2001.
- [7] C. Andrieu, A. Doucet, and S.J. Godsill, “Bayesian blind marginal separation of convolutively mixed discrete sources,” in *Proceedings of the IEEE Workshop on Neural networks for signal processing*, August 1998.