

# Une approche différentielle à l'ordre 2 pour la séparation aveugle de sources convolutive sous-déterminée

Yannick DEVILLE, Stéphane SAVOLDELLI

Laboratoire d'Acoustique, de Métrologie, d'Instrumentation  
Université Paul Sabatier, Bât. 3R1B2, 118 Route de Narbonne, 31062 Toulouse Cedex, France  
ydeville@cict.fr

**Résumé** – Cet article concerne le cas sous-déterminé du problème de séparation de sources convolutive, c-à-d la situation où le nombre de signaux observés mélangés de manière convolutive est plus faible que le nombre de sources. Nous proposons un critère et un algorithme associé qui, à la différence des méthodes classiques, permettent de réaliser la séparation d'un sous-ensemble de ces sources en exploitant leurs propriétés de non stationnarité supposées. Cette approche utilise les statistiques d'ordre 2 des signaux et adapte les filtres d'un système de séparation direct de façon à annuler "l'intercorrélation différentielle" de signaux déterminés par ce système. Cette nouvelle méthode est liée au concept général de séparation de sources différentielle que nous avons proposé. Les performances de sa version globale sont illustrées à l'aide de tests numériques.

**Abstract** – This paper concerns the underdetermined case of the convolutive source separation problem, i.e. the situation when the number of observed convolutively mixed signals is lower than the number of sources. We propose a criterion and associated algorithm which, unlike classical approaches, make it possible to perform the separation of a subset of these sources by exploiting their assumed non-stationarity properties. This approach uses the second-order statistics of the signals and adapts the filters of a direct separating system so as to cancel the "differential cross-correlation" of signals derived by this system. This new method is related to the general differential source separation concept that we proposed. The effectiveness of its global version is shown by means of numerical tests.

## 1 Position du problème

Les méthodes de Séparation Aveugle de Sources (SAS) ont pour objectif d'estimer un ensemble de  $N_s$  signaux sources  $x_j(n)$  à partir d'un ensemble de  $N_o$  signaux observés  $y_i(n)$ , qui sont des mélanges de ces signaux sources. Les signaux mélangés  $y_i(n)$  sont typiquement fournis par des capteurs et, dans le modèle de mélange convolutif, chaque chemin de propagation de la source  $j$  au capteur  $i$  est représenté par un filtre, dont la fonction de transfert est notée  $A_{ij}(z)$  ci-dessous. Dans le domaine en  $\mathcal{Z}$ , la relation globale entre les vecteurs colonnes  $X(z)$  et  $Y(z)$  de sources et d'observations s'écrit alors :

$$Y(z) = A(z)X(z), \quad (1)$$

où les éléments de la matrice de mélange  $A(z)$  sont les fonctions de transfert  $A_{ij}(z)$ . La plupart des études ont été réalisées dans le cas où: i)  $N_o = N_s$ , si bien que la matrice  $A(z)$  est carrée, et ii) cette matrice est inversible. Le problème de SAS consiste alors essentiellement à déterminer une estimation de l'inverse de  $A(z)$ , de façon à restaurer le vecteur de signaux sources  $X(z)$  à partir du vecteur d'observations  $Y(z)$  de (1). Diverses méthodes ont été proposées pour cela, en utilisant l'indépendance statistique ou la non corrélation supposées des signaux sources.

Comme indiqué ci-dessus, la plupart de ces études ont été réalisées dans l'hypothèse  $N_o = N_s$ . Cependant, dans beaucoup de situations pratiques, seul un nombre limité de capteurs est acceptable, à cause par exemple de contraintes de coût ou de la configuration physique, alors que ces cap-

teurs reçoivent un nombre plus élevé de sources. Cette situation sous-déterminée correspondant à  $N_o < N_s$ , a été considérée par quelques auteurs, surtout dans le cas restreint de mélanges linéaires instantanés (voir par exemple [1] et les références qu'il contient, [2]). Dans un article précédent [3], nous avons aussi introduit un concept général de "SAS différentielle" pour traiter le cas sous-déterminé. Nous avons défini une version de ce concept en exploitant les propriétés de non stationnarité supposées des sources, c-à-d les variations des statistiques d'un sous-ensemble de ces sources au fil du temps. L'utilisation des "statistiques différentielles" de ces sources permet alors de les séparer exactement (tandis que les autres sources fournissent des contributions de "bruit" supplémentaires dans les sorties du système proposé). Nous avons introduit un critère de SAS différentielle spécifique résultant de ce concept général, s'appliquant aux mélanges linéaires instantanés et basé sur les statistiques d'ordre 4. L'approche proposée ici est aussi basée sur notre concept de SAS différentielle mais diffère nettement de nos travaux précédents. En effet, elle s'applique au cas plus général de mélanges convolutifs et elle utilise un autre critère (et algorithme), c-à-d l'annulation de "l'intercorrélation différentielle" de signaux.

## 2 Approche proposée

### 2.1 Redéfinition de l'approche classique

L'étude présentée dans cet article est fondée sur l'ap-

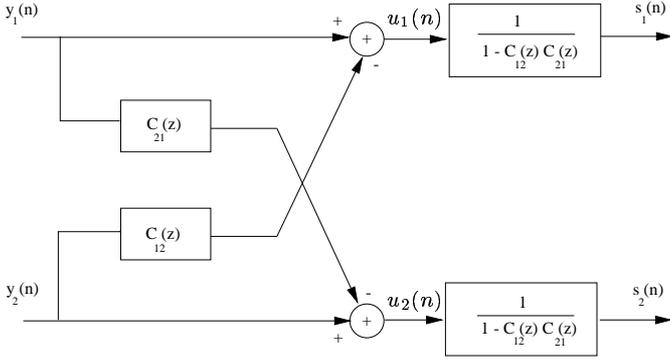


FIG. 1: *Système de séparation à structure directe.*

proche classique à décorrélation qui a été utilisée par divers auteurs pour traiter la configuration de base du problème de SAS convolutive [4]-[7]. Nous redéfinissons donc tout d'abord cette méthode classique, dans une optique adaptée à l'approche que nous utiliserons ensuite pour étendre cette méthode. La configuration de base considérée met en jeu deux mélanges convolutifs de deux sources non corrélées, définis dans le domaine en  $\mathcal{Z}$  par :

$$Y_1(z) = X_1(z) + A_{12}(z)X_2(z) \quad (2)$$

$$Y_2(z) = A_{21}(z)X_1(z) + X_2(z), \quad (3)$$

où  $A_{12}(z)$  et  $A_{21}(z)$  sont des filtres MA strictement causaux et leurs ordres sont (au plus) égaux à  $M$ . Ces signaux mélangés sont fournis à un système de séparation, qui a pour but de restaurer les signaux sources à partir d'eux. La version de ce système considérée ici est la structure directe de la Fig. 1, où  $C_{12}(z)$  et  $C_{21}(z)$  sont les fonctions de transfert de filtres MA strictement causaux d'ordre  $M$ . Les coefficients de ces filtres évoluent au fil du temps et la valeur du  $k^e$  coefficient, avec  $k \in [1, M]$ , à l'instant  $n$  est notée  $c_{ij}(n, k)$ . Ces coefficients sont adaptés de façon à décorréler les signaux intermédiaires  $u_1(n)$  et  $u_2(n)$  du système de séparation décalés dans le temps, c-à-d de façon à vérifier le critère suivant :

$$R_{u_i u_j}(n, n - k) = 0, \quad i \neq j \in \{1, 2\}, k \in [1, M], \quad (4)$$

où  $R_{vw}(m_1, m_2) = E\{v(m_1)w(m_2)\}$  représente l'intercorrélation de tout couple de signaux, tous les signaux considérés dans cet article étant supposés centrés pour simplifier. L'algorithme stochastique classique utilisé en pratique pour remplir la condition (4) consiste à adapter chaque coefficient de filtre à chaque instant  $n$  suivant la règle :

$$c_{ij}(n + 1, k) = c_{ij}(n, k) + \mu u_i(n)u_j(n - k) \quad (5)$$

$$i \neq j \in \{1, 2\}, k \in [1, M].$$

Cet algorithme est bien associé au critère défini ci-dessus puisque ses points d'équilibre correspondent à :

$$E\{c_{ij}(n + 1, k) - c_{ij}(n, k)\} = 0 \quad (6)$$

$$i \neq j \in \{1, 2\}, k \in [1, M],$$

ce qui est équivalent à (4). La motivation pour choisir ce critère (et l'algorithme associé) peut être expliquée de la manière suivante. L'état interne du système de séparation de la Fig. 1 est défini par les fonctions de transfert  $C_{12}(z)$  et  $C_{21}(z)$ . L'état à considérer dans le problème de SAS

est "l'état séparant", qui fournit des signaux séparés non permutés sur les sorties du système, c-à-d :

$$S_i(z) = X_i(z), \quad i \in \{1, 2\} \quad (7)$$

et qui est défini par :

$$C_{ij}(z) = A_{ij}(z), \quad i \neq j \in \{1, 2\}. \quad (8)$$

Le critère utilisé doit donc être choisi de façon à ce qu'il soit vérifié au point séparant. On peut vérifier facilement que le critère défini par (4) remplit cette condition.

## 2.2 Limitations de l'approche classique

Considérons maintenant la situation où les deux signaux mélangés disponibles  $Y_1(z)$  et  $Y_2(z)$  contiennent non seulement les contributions précédentes dues aux sources  $X_1(z)$  et  $X_2(z)$ , mais aussi des contributions provenant d'un nombre quelconque de sources supplémentaires  $X_3(z)$  à  $X_{N_s}(z)$ , si bien que :

$$Y_1(z) = X_1(z) + A_{12}(z)X_2(z) + \sum_{j=3}^{N_s} A_{1j}(z)X_j(z) \quad (9)$$

$$Y_2(z) = A_{21}(z)X_1(z) + X_2(z) + \sum_{j=3}^{N_s} A_{2j}(z)X_j(z), \quad (10)$$

où  $N_s$  est le nombre total de sources et où les fonctions de transfert supplémentaires  $A_{ij}(z)$  introduites ici sont aussi des filtres MA strictement causaux d'ordre  $M$  (ou moins). Avant de nous focaliser sur la structure de la Fig. 1, nous considérons la classe complète des systèmes de séparation qui traitent ces signaux mélangés de manière linéaire (convolutive), pour les raisons présentées dans [3]. Le "fonctionnement optimal" désiré de ces systèmes pour les signaux mélangés considérés peut être défini comme suit. En combinant linéairement les signaux mélangés, une seule contribution de source peut être annulée dans toute sortie (non nulle) de tels systèmes pour des mélanges quelconques. Si  $X_1(z)$  et  $X_2(z)$  sont considérés comme les principaux signaux d'intérêt, c-à-d les "signaux utiles" à séparer, on souhaite que ces signaux apparaissent respectivement seulement dans les sorties  $S_1(z)$  et  $S_2(z)$  du système de séparation.  $X_1(z)$  et  $X_2(z)$  sont alors les signaux qu'il faudrait annuler dans des sorties du système. Ces sorties contiendraient alors aussi des contributions des sources  $X_3(z)$  à  $X_{N_s}(z)$ , qui seraient alors considérées comme des sources supplémentaires indésirables, c-à-d du "bruit". Le système de séparation considéré réaliserait ainsi ce que nous appelons la "SAS partielle" de  $X_1(z)$  et  $X_2(z)$ .

La *structure* du système de séparation de la Fig. 1 est potentiellement adaptée à ce fonctionnement optimal, en ce sens qu'elle est capable de réaliser la SAS partielle de  $X_1(z)$  et  $X_2(z)$  : cette SAS partielle se produit quand (8) est réalisée, ce qui définit ici "l'état séparant partiel". Cependant, l'approche classique complète définie en Sous-section 2.1 n'est pas capable de réaliser cette SAS partielle, à cause du *critère* (et de l'algorithme associé) qu'elle utilise, comme nous allons le montrer. En combinant les équations de mélange (9)-(10) et les équations internes du

système de séparation de la Fig. 1, les signaux intermédiaires  $u_i(n)$  de ce système s'expriment suivant :

$$u_i(n) = \sum_{p=1}^{N_s} \sum_{m=1}^{2M} h_{ip}(n,m)x_p(n-m), \quad (11)$$

où  $h_{ip}(n,m)$  sont les coefficients variant au fil du temps des filtres globaux combinant les filtres  $A_{ij}(z)$  et  $C_{ij}(z)$ . L'intercorrélolation de ces signaux pour n'importe quel état du système de séparation s'écrit alors :

$$R_{u_i u_j}(n, n-k) = \sum_{p=1}^{N_s} \sum_{m=1}^{2M} \sum_{l=1}^{2M} [h_{ip}(n,m)h_{jp}(n-k,l)R_{x_p}(n-m, n-k-l)]. \quad (12)$$

On peut montrer qu'à l'état séparant partiel, les contributions de  $X_1(z)$  et  $X_2(z)$  dans (12) disparaissent, tandis que les contributions des sources de bruit subsistent. En d'autres termes, dans le cas de mélanges bruités, les valeurs d'intercorrélations  $R_{u_i u_j}(n, n-k)$  sont non nulles à l'état séparant partiel. L'approche classique de la Sous-section 2.1 ne peut alors pas converger vers cet état, puisqu'elle adapte les coefficients des filtres de séparation de façon à atteindre un état où les valeurs d'intercorrélolation  $R_{u_i u_j}(n, n-k)$  s'annulent. Cette approche ne réussit alors pas à réaliser la SAS partielle.

### 2.3 Approche différentielle proposée

Nous considérons ici encore les signaux mélangés bruités introduits en Sous-section 2.2. Compte tenu des résultats précédents, nous utilisons à nouveau la structure de la Fig. 1, mais notre objectif est ici d'introduire un nouveau critère (et un algorithme associé) pour adapter les coefficients de ses filtres. Ce critère est conçu de façon à ce que la méthode résultante devienne capable de réaliser la SAS partielle de  $X_1(z)$  et  $X_2(z)$ . L'approche proposée est fondée sur le concept général de SAS différentielle que nous avons introduit dans [3]. Elle nécessite que les sources  $X_1(z)$  et  $X_2(z)$  soient non stationnaires à long terme, tandis que les autres sources doivent être stationnaires à long terme. En d'autres termes, les sources utiles (resp. de bruit) doivent avoir des statistiques d'ordre 2 différentes (resp. identiques) aux instants  $n_1$  et  $n_2$  quand ces instants sont séparés par une "longue" période. Cette longue période est définie par opposition à chaque courte période associée à un unique instant  $n_1$  ou  $n_2$ , pendant laquelle les statistiques empiriques des signaux sont mesurées en pratique, et pendant laquelle tous les signaux doivent donc être stationnaires à court terme. L'idée principale de la SAS différentielle consiste alors à considérer la différence entre les statistiques des signaux resp. associées à  $n_1$  à  $n_2$ , si bien que les contributions des sources stationnaires à long terme (c-à-d des sources de bruit) s'annulent dans les paramètres statistiques différentiels résultants. On se retrouve ainsi dans la configuration classique sans bruit du point de vue du critère d'adaptation résultant. Pour appliquer cette idée générale à l'approche spécifique introduite dans cet article, nous définissons tout d'abord la "fonction de corrélation différentielle", qui s'ex-

prime suivant :

$$DR_{vw}(n_1, n_2, l_1, l_2) = R_{vw}(n_2 - l_1, n_2 - l_2) - R_{vw}(n_1 - l_1, n_1 - l_2), \quad (13)$$

où  $n_1$  et  $n_2$  sont deux instants de référence et  $l_1$  et  $l_2$  sont deux décalages temporels. Quand on considère la différence entre les deux valeurs, resp. associées à  $n = n_1$  et  $n = n_2$ , de la corrélation intervenant dans le critère classique (4), on obtient :

$$R_{u_i u_j}(n_2, n_2 - k) - R_{u_i u_j}(n_1, n_1 - k) = DR_{u_i u_j}(n_1, n_2, 0, k). \quad (14)$$

Nous utilisons alors les mêmes valeurs de filtres de séparation pour  $n = n_1$  et  $n = n_2$ , et le même principe est aussi appliqué à n'importe quelle version décalée dans le temps de ce couple d'instant. Le premier coefficient de filtre global  $h_{ip}(n,m)$  apparaissant dans (12) a alors la même valeur pour  $n = n_1$  et  $n = n_2$  et cette valeur commune est simplement notée  $h_{ip}(n,m)$  ci-dessous. Le coefficient  $h_{jp}(n-k,l)$  de (12) conduit au même phénomène, si bien qu'en combinant (12) et (14) on obtient :

$$DR_{u_i u_j}(n_1, n_2, 0, k) = \sum_{p=1}^{N_s} \sum_{m=1}^{2M} \sum_{l=1}^{2M} [h_{ip}(n,m)h_{jp}(n-k,l)DR_{x_p}(n_1, n_2, m, k+l)]. \quad (15)$$

Cette équation s'applique à tout état et tout type de sources. Quand les sources de bruit  $X_3(z)$  à  $X_{N_s}(z)$  ont la propriété de stationnarité à long terme mentionnée ci-dessus, leurs autocorrélations différentielles  $DR_{x_p}(\cdot)$  contenues dans (15) sont nulles, si bien que seules les sources utiles  $X_1(z)$  et  $X_2(z)$  subsistent. En d'autres termes, du point de vue du nouveau paramètre  $DR_{u_i u_j}(n_1, n_2, 0, k)$  que nous avons introduit, nous nous retrouvons effectivement dans la configuration classique à 2 sources et 2 capteurs, à part que ce nouveau paramètre dépend des fonctions d'autocorrélation différentielles des sources, au lieu des autocorrélations usuelles qui apparaissent dans l'approche classique. On peut alors montrer facilement que  $DR_{u_i u_j}(n_1, n_2, 0, k) = 0$  à l'état séparant partiel tandis que, si les sources  $X_1(z)$  et  $X_2(z)$  sont non stationnaires à long terme,  $DR_{u_i u_j}(n_1, n_2, 0, k) \neq 0$  pour tous les autres états (sauf éventuellement pour certains états parasites, qui correspondent à ceux qui peuvent exister pour l'approche classique). Le critère que nous proposons finalement pour réaliser la SAS partielle de  $X_1(z)$  et  $X_2(z)$  dans le cas de mélanges bruités consiste donc à adapter tous les coefficients de filtres de séparation de façon à atteindre :

$$DR_{u_i u_j}(n_1, n_2, 0, k) = 0, \quad i \neq j \in \{1, 2\}, k \in [1, M]. \quad (16)$$

Un algorithme pratique correspondant à ce critère peut alors en être déduit en adaptant l'approche que nous avons définie en Sous-section 2.1 pour l'algorithme classique. Sa version globale ("batch") est :

$$c_{ij}(n+1, k) = c_{ij}(n, k) + \mu_i [E\{u_i(n_2)u_j(n_2 - k)\} - E\{u_i(n_1)u_j(n_1 - k)\}], \quad i \neq j \in \{1, 2\}, k \in [1, M] \quad (17)$$

où les deux espérances  $E\{\cdot\}$  sont resp. estimées par moyennage sur deux tranches de signaux (associées aux indices

$n_1$  et  $n_2$ ), sur lesquelles les sources utiles doivent avoir des statistiques différentes. La version stochastique de cet algorithme est obtenue en ne prenant pas les espérances des deux termes apparaissant dans (17) et mérite les commentaires suivants. L'algorithme classique (5) réalise un balayage sur les données en utilisant un indice de temps croissant  $n$ . L'algorithme stochastique proposé ici est aussi basé sur un balayage unique, mais chaque pas de ce balayage met en jeu deux points de la série temporelle de données, qui correspondent aux indices  $n_1$  et  $n_2$ . La différence entre ces indices reste typiquement constante (et "longue", comme défini ci-dessus), si bien que le balayage est réalisé en parallèle sur deux versions des données décalées dans le temps. Le couple d'instantanés considéré dans ces données est alors défini par un indice unique, noté  $n$  dans la version stochastique de (17) et qui est par exemple égal à  $n_1$  ou  $n_2$ .

Dans les deux versions de l'approche proposée, les gains d'adaptation  $\mu_1$  et  $\mu_2$  ont typiquement la même valeur absolue, mais leurs signes sont choisis de façon à ce que :

$$\begin{cases} \mu_1 DP_{x_2}(n_1, n_2) > 0 \\ \mu_2 DP_{x_1}(n_1, n_2) > 0 \end{cases} \quad (18)$$

où nous définissons la puissance différentielle de tout signal  $v(n)$  entre les instants  $n_1$  et  $n_2$  par :

$$DP_v(n_1, n_2) = R_v(n_2, n_2) - R_v(n_1, n_1). \quad (19)$$

La condition (18) résulte de contraintes de stabilité, qui seront présentées dans un futur article.

### 3 Tests numériques

Nous avons validé l'approche décrite ci-dessus à l'aide de tests réalisés avec deux mélanges artificiels convolutifs de trois sources aléatoires synthétiques. Les sources utiles  $x_1(n)$  et  $x_2(n)$  sont constituées de 100000 échantillons, scindés en deux périodes de 50000 échantillons. Dans chacune de ces périodes, ces sources sont indépendantes et chacune d'entre elles est stationnaire, binaire et équirépartie. Elles prennent les valeurs  $\pm 1$  dans leur première période et  $\pm 2$  dans la deuxième. La source de bruit  $x_3(n)$  est uniformément répartie dans la gamme  $[-1, +1]$  pendant les deux périodes. Ces trois sources sont mélangées suivant (9)-(10), où les filtres de mélange associés aux sources utiles sont fixés à :

$$A_{12}(z) \simeq -0.381z^{-1} + 0.136z^{-2} + 0.081z^{-3} \quad (20)$$

$$A_{21}(z) \simeq -0.327z^{-1} - 0.184z^{-2} + 0.027z^{-3}, \quad (21)$$

tandis que les filtres de mélanges associés à la source de bruit ont pour valeurs :

$$A_{13}(z) = z^{-1} + \frac{2}{3}z^{-2} + \frac{1}{3}z^{-3} \quad (22)$$

$$A_{23}(z) = \frac{1}{3}z^{-1} + \frac{2}{9}z^{-2} + \frac{1}{9}z^{-3}. \quad (23)$$

Nous avons appliqué l'algorithme global (17) à ces signaux, en estimant les statistiques sur les deux périodes de 50000 échantillons qu'ils contiennent. Les filtres "utiles" obtenus après convergence sont :

$$C_{12}(z) \simeq -0.396z^{-1} + 0.142z^{-2} + 0.086z^{-3} \quad (24)$$

$$C_{21}(z) \simeq -0.331z^{-1} - 0.184z^{-2} + 0.022z^{-3}. \quad (25)$$

Ils sont donc très proches des filtres de mélange  $A_{12}(z)$  et  $A_{21}(z)$ . Cela montre la capacité de l'approche proposée à réaliser la SAS partielle de  $X_1(z)$  et  $X_2(z)$  définie par (8), bien que les contributions de la source de bruit  $X_3(z)$  contenues dans les signaux mélangés traités couvrent des gammes sensiblement plus grandes que celles des sources utiles.

## 4 Conclusions et travaux futurs

Dans cet article, nous avons proposé un critère et un algorithme associé pour adapter les filtres d'un système de séparation direct de façon à réaliser la séparation de deux sources non stationnaires à partir de deux mélanges convolutifs qui contiennent aussi un nombre arbitraire de sources de bruit stationnaires. L'algorithme proposé consiste en une annulation (globale ou stochastique) des "intercorrélations différentielles", que nous avons définies, de signaux intermédiaires du système de séparation. Cet algorithme est la version différentielle de l'approche classique à décorrélation et a été déduit du concept général de SAS différentielle que nous avons proposé. Nous avons validé son fonctionnement au moyen de tests numériques réalisés avec des données synthétiques et nous prévoyons d'étendre cette étude à des signaux réels, tels que des mélanges de parole bruités.

## Références

- [1] P. Comon, O. Grellier, "Non-linear inversion of under-determined mixtures", Proceedings of the International Workshop on Independent Component Analysis and Blind Signal Separation (ICA'99), Aussois, France, Jan. 11-15, 1999, pp. 461-465.
- [2] X-R Cao, R-W Liu, "General approach to blind source separation", IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 44, no. 3, pp. 562-571, March 1996.
- [3] Y. Deville, M. Benali, "Differential source separation: concept and application to a criterion based on differential normalized kurtosis", Proceedings of the 10th European Signal Processing Conference (EUSIPCO 2000), session TueAmOR1, Tampere, Finland, Sept. 4-8, 2000.
- [4] N. Charkani, Y. Deville, "Self-adaptive separation of convolutively mixed signals with a recursive structure. Part I: stability analysis and optimization of asymptotic behaviour", Signal Processing, vol. 73, no. 3, pp. 225-254, 1999.
- [5] M.J. Al-Kindi, J. Dunlop, "Improved adaptive noise cancellation in the presence of signal leakage on the noise reference channel", Signal Processing, vol. 17, pp. 241-250, 1989.
- [6] S. Van Gerven, D. Van Compernelle, "Feedforward and feedback in a symmetric adaptive noise canceler: stability analysis in a simplified case", Proceedings of the 6th European Signal Processing Conference (EUSIPCO'92), pp. 1081-1084, August 1992, Brussels, Belgium, J. Vandewalle.
- [7] S. Van Gerven, D. Van Compernelle, "Signal separation by symmetric adaptive decorrelation: stability, convergence and uniqueness", IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 43, no. 7, pp. 1602-1612, July 1995.