

Localisation séparée d'émetteurs en présence de multitrajets par un algorithme des sous-espaces à faible complexité

Leïla NAJJAR ATALLAH, Sylvie MARCOS

Laboratoire des signaux et systèmes - CNRS/Supélec
Plateau de Moulon
91192 Gif sur Yvette
FRANCE
atallah@lss.supelec.fr, marcos@lss.supelec.fr

Résumé – Nous adoptons les méthodes des sous-espaces pour l'estimation et la poursuite des directions d'arrivée (*DDA*) de signaux incidents sur une antenne passive. Dans le réseau radio-mobile, la propagation se fait en multitrajets qui peuvent être corrélés. Ceci nécessite l'incorporation de techniques de décorrélation. Nous proposons une méthode de DÉComposition PARallèle *PADEC* qui fait usage de signaux de référence pour restituer le sous-espace généré par les vecteurs source de chaque utilisateur. Le traitement séparé des sources garantit l'association des *DDA* aux utilisateurs et permet d'utiliser de plus petites antennes.

Abstract – Subspace-based methods are here considered for the estimation and tracking of the directions of arrival (*DOAs*) of signals impinging on a passive antenna. In the radio network, transmitted rays propagate through multipath which results in highly correlated signals. Thus, decorrelation procedures should be added. We propose a PARallel DEComposition approach that makes use of reference signals to recover the subspace spanned by each user source vectors. The induced parallelism guarantees the *DOAs*/users pairing, it also allows the use of smaller antennas.

1 Introduction

La localisation des utilisateurs du réseau radio-mobile est un moyen d'augmenter sa capacité [1]. Ceci correspond à la technique émergente d'accès multiple par diversité spatiale où la même ressource (fréquence, code..) peut être partagée par plusieurs utilisateurs spatialement séparables de la même cellule. La connaissance des positions des utilisateurs d'un même canal permet aussi de réduire les interférences en adoptant des émissions et réceptions directionnelles de la station de base. Dans cette communication, les *DDA* des différents trajets sur l'antenne sont estimées. L'algorithme *PADEC* (PARallel DEComposition) [3] est présenté, ses propriétés statistiques sont analysées. Il est fondé sur une approche des sous-espaces et correspond à un traitement spatial séparé et parallèle des utilisateurs. À cause des multitrajets, un signal émis est reçu par l'antenne sous la forme de plusieurs trajets ayant différentes *DDA* et véhiculant des signaux corrélés. Dans le cas de signaux corrélés, les méthodes des sous-espaces nécessitent l'incorporation de techniques de décorrélation dans le but de restituer le rang de la covariance des observations afin de récupérer le sous-espace source en entier [4]-[7]. Dans *PADEC*, une séquence référence de chaque signal émis est supposée être connue par le receveur sur la période de traitement. Elle correspond à la séquence d'apprentissage utilisée dans les trames de communications pour l'égalisation ou la synchronisation. L'algorithme présenté s'articule en deux étapes : d'abord les interférences non corrélées et le bruit sont annulés pour sélectionner les trajets d'un même utilisateur, ceci est réalisé au moyen

d'un filtrage adapté des observations des sous-antennes par la séquence référence. Ensuite, le sous-espace source généré par les vecteurs source de l'utilisateur considéré est récupéré par concaténation des vecteurs d'intercorrélation estimés. L'obtention des *DDA* des multitrajets de l'utilisateur considéré est alors possible par l'optimisation du pseudospectre obtenu. La méthode proposée est comparée à la méthode *MUSIC* [2] sans signaux de référence associée à l'une des techniques de décorrélation suivantes : le Lissage Spatial (*LS*) [4] ou la DÉcomposition de l'Espace Source Estimé (*DEESE*) [5]-[7].

Notation : le transposé est noté par $(.)^T$, le conjugué par $(.)^*$, le transposé conjugué par $(.)^H$ et le pseudo-inverse par $(.)^\dagger$. \mathbf{I}_p est la matrice identité de dimension $p \times p$. $\text{Re}(\cdot)$ est la partie réelle. \otimes indique le produit de Kronecker.

2 Modèle des données

Une antenne linéaire et uniforme (ALU) de M capteurs avec espacement d reçoit les signaux bande-étroite $s_k(t)$ provenant de K sources éloignées auxquels s'ajoute un bruit additif aléatoire, Gaussien $\mathbf{n}(t)$, temporellement blanc. On suppose que les signaux et le bruit sont décorrélés. Les signaux transmis par les utilisateurs sont supposés indépendants et connus sur la période du traitement : séquences d'apprentissage sur n trames consécutives sur lesquelles les *DDA* et les atténuations sont supposées stationnaires. On considère des canaux multitrajets à évanouissement plat où l'étalement temporel est négligeable. Le signal $s_k(t)$ est alors reçu par l'antenne sous la forme de L_k trajets. Chacun est caractérisé par une *DDA* θ_{kl} et

une atténuation complexe β_{kl} vérifiant $|\beta_{kl}| \in]0, 1]$. En négligeant les retards temporels τ_{kl} entre les trajets de chaque utilisateur, l'observation de l'antenne s'écrit

$$\mathbf{x}(t) = \sum_{k=1}^K \sum_{l=1}^{L_k} \beta_{kl} s_k(t) \mathbf{a}(\theta_{kl}) + \mathbf{n}(t) \quad (1)$$

$$= \sum_{k=1}^K \mathbf{A}^{(k)} \mathbf{b}_k s_k(t) + \mathbf{n}(t) \quad (2)$$

où $\mathbf{A}^{(k)} = [\mathbf{a}(\theta_{k1}) \dots \mathbf{a}(\theta_{kL_k})]$ et $\mathbf{b}_k = [\beta_{k1} \dots \beta_{kL_k}]^T$. $\mathbf{a}(\theta)$ étant le vecteur source bande-étroite de forme

$$\mathbf{a}(\theta) = [1 \quad e^{j\phi(\theta)} \dots e^{j(M-1)\phi(\theta)}]^T \quad (3)$$

avec $\phi(\theta) = -\frac{2\pi f_c d \sin \theta}{c}$ qui vaut $-\pi \sin \theta$ pour $d = \frac{\lambda}{2}$.

3 La méthode proposée : PADEC

La méthode *PADEC* repose d'abord sur la décomposition de l'antenne en r sous-antennes adjacentes, de dimension $m = M - r + 1$ chacune, ensuite sur la corrélation des observations des sous-antennes i , ($i = 1 \dots r$) notées \mathbf{x}_i par le signal référence s_k de l'émetteur k . La sortie du filtre adapté est $\mathbf{r}_{ki} = E(\mathbf{x}_i s_k^*)$ égale d'après (2) à

$$\mathbf{r}_{ki} = P_{s_k} \mathbf{A}_i^{(k)} \mathbf{b}_k \quad (4)$$

$P_{s_k} = E(|s_k|^2)$ est la puissance de s_k . La notation $(\cdot)_i$ indique les lignes i à $i + m - 1$. La propriété d'invariance par translation linéaire de l'ALU s'exprime comme

$$\mathbf{a}_i(\theta) = \mathbf{a}_1(\theta) e^{j(i-1)\phi(\theta_{kl})} \quad (5)$$

et implique

$$\mathbf{A}_i^{(k)} = \mathbf{A}_1^{(k)} \mathbf{D}_k^{i-1} \quad (6)$$

où \mathbf{D}_k est la matrice diagonale $L_k \times L_k$ formée par les $e^{j\phi(\theta_{kl})}$, $l = 1 \dots L_k$. La concaténation des vecteurs d'intercorrélation \mathbf{r}_{ki} , $i = 1 \dots r$, donne la matrice $m \times r$

$$\mathbf{W}_k = [\mathbf{r}_{k1} \quad \mathbf{r}_{k2} \quad \dots \quad \mathbf{r}_{kr}] \quad (7)$$

$$= P_{s_k} \mathbf{A}_1^{(k)} [\mathbf{b}_k \quad \mathbf{D}_k \mathbf{b}_k \quad \dots \quad \mathbf{D}_k^{r-1} \mathbf{b}_k] \quad (8)$$

qui s'écrit sous la forme

$$\mathbf{W}_k = P_{s_k} \mathbf{A}_1^{(k)} \mathbf{B}_k \mathbf{G}_k \quad (9)$$

où \mathbf{B}_k est la matrice diagonale contenant les éléments de \mathbf{b}_k et $\mathbf{G}_k = [\mathbf{1}_{L_k} \quad \mathbf{D}_k \mathbf{1}_{L_k} \quad \dots \quad \mathbf{D}_k^{r-1} \mathbf{1}_{L_k}]$ est une matrice $L_k \times r$ où $\mathbf{1}_{L_k}$ est un vecteur de L_k uns. D'après (9) \mathbf{W}_k est contenu dans l'espace généré par $\mathbf{A}_1^{(k)}$. Si $m > L_k$ et $r \geq L_k$ alors pour des *DDA* θ_{kl} distinctes, on peut établir que $\text{rang}(\mathbf{W}_k) \leq L_k$.

La forme ¹de $\mathbf{G}_k = \mathbf{A}^{(k)}(\mathbf{1} : r, :)^T$ et la non nullité des atténuations permettent de montrer que $\text{rang}(\mathbf{W}_k) = L_k$ [3]. Ainsi \mathbf{W}_k engendre le même espace que $\mathbf{A}_1^{(k)}$ et les *DDA* peuvent alors être déterminées comme les arguments des L_k maxima du pseudospectre défini par

$$f_k(\theta) = \mathbf{a}_1^H(\theta) \mathbf{P}_k \mathbf{a}_1(\theta) \quad (10)$$

où $\mathbf{P}_k = \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^\dagger$ est le projecteur orthogonal sur le sous-espace source de l'émetteur k . Le projecteur orthogonal

¹ la notation $(\mathbf{1} : r, :)$ indique les r premières lignes

sur l'espace complémentaire peut également être considéré et les *DDA* sont les minima du pseudospectre. On choisit d'optimiser le pseudospectre par l'algorithme de *Newton* moyennant une simplification. Notons que L_k , le nombre de trajets de l'utilisateur k peut être estimé par $\text{rang}(\mathbf{W}_k)$ si l'antenne est partitionnée en r_k sous antennes de longueur m_k vérifiant $m_k > L_k$ et $r_k \geq L_k$.

Pour les échantillons relatifs au paquet p de trames successives, l'algorithme se résume comme suit pour $k = 1 : K$ (en parallèle)

1. $\hat{\mathbf{r}}_{ki} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N \mathbf{x}_i(j) s_k(j)^*$ ($i = 1 : r_k$)
2. $\mathbf{W}_k = [\hat{\mathbf{r}}_{k1} \quad \hat{\mathbf{r}}_{k2} \dots \hat{\mathbf{r}}_{kr_k}]$
3. $\mathbf{W}_{k_b} = [\mathbf{W}_k \quad \mathbf{J}_{m_k} \mathbf{W}_k^*]$ (bidirectivité)
4. $L_k = \text{rang}(\mathbf{W}_k)$
5. $\mathbf{\Pi}_k = \mathbf{I}_{m_k} - \mathbf{W}_{k_b} \mathbf{W}_{k_b}^\dagger$
6. $\hat{\theta}_{kl}^{(n)}(p) = \hat{\theta}_{kl}^{(n-1)}(p) - \mu \frac{\text{Re}[\mathbf{d}_1^H(\theta) \mathbf{\Pi}_k \mathbf{a}_1(\theta)]}{\mathbf{d}_1^H(\theta) \mathbf{\Pi}_k \mathbf{d}_1(\theta)} \Big|_{\theta = \hat{\theta}_{kl}^{(n-1)}(p)}$ (*Newton*)
 $(\hat{\theta}_{kl}^{(0)}(p) = \hat{\theta}_{kl}(p-1))$

N est le nombre total d'échantillons des périodes d'apprentissage des trames considérées. \mathbf{J}_{m_k} est la matrice nulle à deuxième diagonale unitaire et \mathbf{d}_1 désigne la première dérivée de \mathbf{a}_1 par rapport à θ

4 Performances asymptotiques

L'estimation de \mathbf{r}_k par moyennage empirique sur les N échantillons fournit l'estimateur non biaisé et consistant suivant :

$$\hat{\mathbf{r}}_k = \mathbf{r}_k + \Delta \mathbf{r}_k \quad (11)$$

où $\mathbf{r}_k = P_{s_k} \mathbf{A}^{(k)} \mathbf{b}_k$ et $\Delta \mathbf{r}_k$ est l'erreur d'estimation. Le lissage de $\hat{\mathbf{r}}_k$ conduit à

$$\hat{\mathbf{W}}_k = \mathbf{W}_k + \Delta \mathbf{W}_k \quad (12)$$

où $\Delta \mathbf{W}_k$ est l'erreur commise sur \mathbf{W}_k . Considérons le pseudospectre $f_k(\theta, \hat{\mathbf{W}}_k) = \mathbf{a}_1^H(\theta) \hat{\mathbf{P}}_k \mathbf{a}_1(\theta)$ où $\hat{\mathbf{P}}_k = \hat{\mathbf{W}}_k \hat{\mathbf{W}}_k^\dagger$ estime $\mathbf{P}_k = \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^\dagger$. En ne gardant que les termes au premier ordre en $\Delta \mathbf{W}_k$ dans le développement de $\hat{\mathbf{P}}_k$ et en considérant que les *DDAs* estimées $\hat{\theta}_{ki}$ de la source k , maxima de f_k , vérifient $f'_k(\hat{\theta}_{ki}, \hat{\mathbf{W}}_k) = 0$ où f'_k est la première dérivée de f_k par rapport à θ et $\hat{\theta}_{ki} = \theta_{ki} + \Delta \theta_{ki}$ alors moyennant un développement au premier ordre de f'_k autour de θ_{ki} , on trouve

$$\Delta \theta_{ki} \simeq \frac{\text{Re}\{\mathbf{d}_1(\theta_{ki})^H \mathbf{P}_k^\perp \Delta \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^\dagger \mathbf{a}_1(\theta_{ki})\}}{\mathbf{d}_1(\theta_{ki})^H \mathbf{P}_k^\perp \mathbf{d}_1(\theta_{ki})} \quad (13)$$

où $\mathbf{P}_k^\perp = \mathbf{I}_m - \mathbf{P}_k$. D'après (13), le caractère non biaisé et consistant de $\hat{\mathbf{r}}_k$ (et donc de $\hat{\mathbf{W}}_k$) est transmis à l'estimateur de θ_{ki} selon *PADEC*.

Soient

$$u = \mathbf{d}_1(\theta_{ki})^H \mathbf{P}_k^\perp \Delta \mathbf{W}_k \mathbf{W}_k^\dagger \mathbf{a}_1(\theta_{ki}) \quad (14)$$

$$\gamma = |\mathbf{P}_k^\perp \mathbf{d}_1(\theta_{ki})|^2 \quad (15)$$

la variance de $\hat{\theta}_{ki}$ s'exprime alors comme suit

$$\text{var}(\Delta \theta_{ki}) = \frac{E(\text{Re}^2(u))}{\gamma^2} = \frac{1}{2\gamma^2} \underbrace{\text{Re}(E(u^2))}_{\gamma_1} + \underbrace{E(|u|^2)}_{\gamma_2} \quad (16)$$

Dans le cas où les signaux émis sont générés par des séquences Gaussiennes complexes, circulaires et si le bruit additif est blanc de variance σ^2 , on peut établir que

$$E(\Delta \mathbf{r}_k \Delta \mathbf{r}_k^T) = \frac{1}{N} \mathbf{r}_k \mathbf{r}_k^T \quad (17)$$

$$E(\Delta \mathbf{r}_k \Delta \mathbf{r}_k^H) = \frac{1}{N} \left(\sum_{k'=1}^K \mathbf{r}_{k'} \mathbf{r}_{k'}^H + \sigma^2 P_s \mathbf{I}_M \right) \quad (18)$$

En remplaçant ces valeurs dans les expressions de γ_1 et γ_2 obtenues dans les Annexes A et B et en remontant les calculs s'y trouvant, on aboutit en considérant $\mathbf{W}_k = \mathbf{J}(\mathbf{I}_r \otimes \mathbf{r}_k)$ à

$$\gamma_1 = \frac{1}{NP_s^2} \text{Re}(\mathbf{z}^H \mathbf{W}_k \mathbf{y} \mathbf{z}^H \mathbf{W}_k \mathbf{y}) \quad (19)$$

$$\gamma_2 = \mathbf{z}^H \left\{ \frac{1}{NP_s^2} \left(\sum_{k'=1}^K \mathbf{W}_{k'} \mathbf{y} \mathbf{y}^H \mathbf{W}_{k'}^H \right) \right. \quad (20)$$

$$\left. + \frac{\sigma^2}{NP_s} \mathbf{J}(\mathbf{y} \mathbf{y}^H \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{J}^H \right\} \mathbf{z} \quad (21)$$

avec $\mathbf{y} = P_s \mathbf{W}_k^T \mathbf{a}_1(\theta_{ki})$, $\mathbf{z} = \mathbf{P}_k^T \mathbf{d}_1(\theta_{ki})$ et $\mathbf{J} = [\mathbf{J}_{1,m} \dots \mathbf{J}_{r,m}]$ où $\mathbf{J}_{p,h}$ sont des matrices de sélection de h lignes à partir de la $p^{\text{ième}}$. Vu que $\mathbf{z}^H \mathbf{W}_k = 0$, l'expression de la variance se simplifie en

$$E(\Delta \theta_{ki}^2) = \frac{1}{2\gamma_2^2} \mathbf{z}^H \left\{ \frac{1}{NP_s^2} \left(\sum_{k' \neq k} \mathbf{W}_{k'} \mathbf{y} \mathbf{y}^H \mathbf{W}_{k'}^H \right) \right. \quad (22)$$

$$\left. + \frac{\sigma^2}{NP_s} \mathbf{J}(\mathbf{y} \mathbf{y}^H \otimes \mathbf{I}_M) \mathbf{J}^H \right\} \mathbf{z}$$

Le premier terme est dû aux interférences inter utilisateurs, alors que le second est dû au bruit.

5 Simulations

On considère 5 utilisateurs dont les émissions résultent en la propagation de 12 trajets à DDA temporellement variables. Les DDA sont estimées sur des paquets de $N = 200$ échantillons (séquences d'apprentissage sur environ 8 trames GSM). Les signaux initialement émis ont un $RSB = 2dB$, le nombre de trajets de chaque utilisateur L_k ainsi que les amplitudes des atténuations $|\beta_k|$ sont spécifiés dans le Tableau 1. Les phases des atténuations sont générées de façon aléatoire dans $[0, 2\pi[$. Les signaux $s_k(t)$ sont générés par des séquences indépendantes Gaussiennes. Le bruit additif $\mathbf{n}(t)$ est généré par des séquences Gaussiennes centrées, spatialement et temporellement blanches.

TAB. 1 – Répartition des trajets et atténuations

k	1	2	3	4	5
L_k	2	2	2	3	3
\mathbf{b}_k	[1;0.8]	[1;1]	[0.7;1]	[1;1;0.9]	[0.9;1;1]

Les résultats de chaque simulation sont moyennés sur 100 réalisations indépendantes et s'expriment en termes de taux de poursuite (pourcentage de réalisations où les écarts des vraies trajectoires sont inférieurs à 10 degrés

pendant la durée de la poursuite). Le Tableau 2 montre les résultats de $PADEC$ pour $M = 10$, le Tableau 3 indique les taux de poursuite de $MUSIC$ dans les cas où on lui associe $LS + Kalman$ et $DEESE + Kalman$ pour $M = 20$. On constate que le taux de poursuite est meilleur pour $PADEC$ qui a une complexité moindre et qui, en plus, nécessite une antenne plus petite. La Figure 1 montre la bonne poursuite et association par $PADEC$ même en présence de croisements [3], [8].

TAB. 2 – Taux de poursuite de $PADEC$ avec $M = 10$

k	1	2	3	4	5
L_k	2	2	2	3	3
m_k	9	9	9	8	7
r_k	2	2	2	3	4
%	100	100	100	100	100

TAB. 3 – Taux de poursuite de $MUSIC$ avec $M = 20$

m	16	17	18	19	20
r	5	4	3	2	1
$SS + Kalman$	76	85	88	85	0
$DEESE + Kalman$	95	98	99	100	0

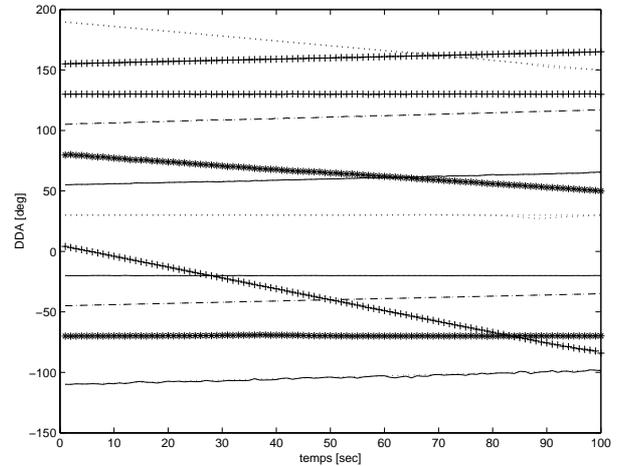


FIG. 1 – Poursuite et Association par $PADEC$, $M = 10$

En second lieu, nous comparons les performances asymptotiques de $PADEC$ et $MUSIC$ dans les cas de deux sources monotrajets indépendantes et d'une sources à deux trajets cohérents [9]-[12]. Les deux trajets ont pour DDA $\theta_1 = 10deg$ et $\theta_2 = 30deg$ et ont un même RSB . Dans le premier scénario, on fait varier le RSB , les résultats obtenus sur la Figure 2 montrent qu'à faible RSB , $PADEC$ a de plus faibles variances. Quand il s'agit de trajets cohérents, nous comparons les performances de $PADEC$ à celles de $MUSIC$ avec LS et pour un nombre variable d'échantillons. la Figure 3 montre que $PADEC$ a de plus faibles variances surtout pour un nombre réduit d'échantillons.

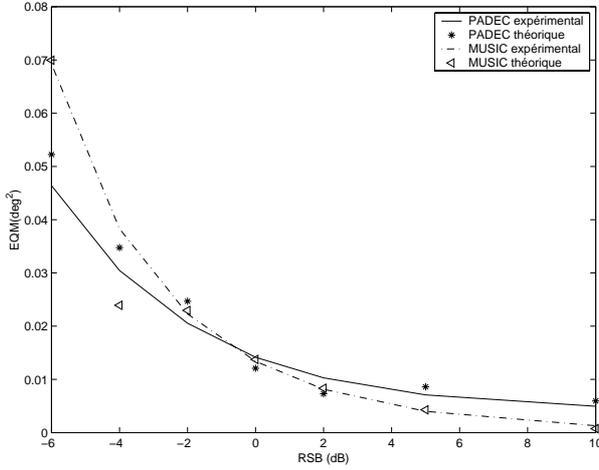


FIG. 2 – Variance moyenne pour deux sources monotrajets (pour $N = 200$ et $M = 10$)

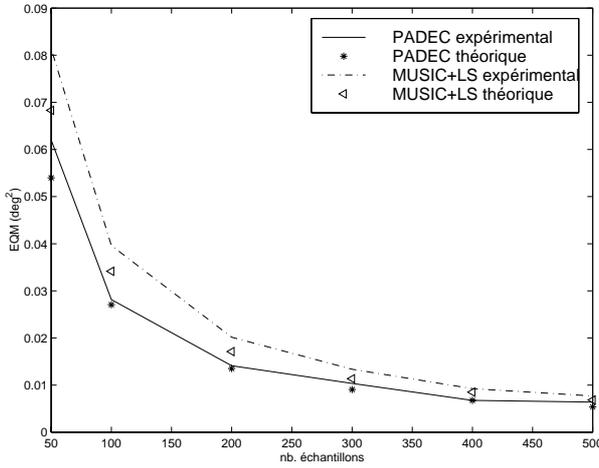


FIG. 3 – Variance moyenne pour deux trajets cohérents (pour $RSB = 2dB$, $M = 10$ et $m = 2$)

6 Conclusion

L'algorithme proposé a des avantages de complexité voire de performances améliorées par rapport aux méthodes de décorrélation sans signaux référence. Par ailleurs, il garantit l'association des paramètres estimés aux émetteurs correspondants et réduit la contrainte sur la taille de l'antenne. Le cas de croisements entre trajets est intrinsèquement résolu. Notons qu'on montre que *PADEC* réalise de manière moins complexe une méthode de *LS* puis blanchiment puis *MUSIC*.

A Calcul de γ_1

On utilise l'identité $\Delta \mathbf{W}_k = \mathbf{J}(\mathbf{I}_r \otimes \Delta \mathbf{r}_k)$ et on considère $P_s^2 |u|^2 = \mathbf{z}^H \Delta \mathbf{W}_k \mathbf{y} \mathbf{y}^H \Delta \mathbf{W}_k^H \mathbf{z}$. Soit $\Delta_1 = \Delta \mathbf{W}_k \mathbf{y} \mathbf{y}^H \Delta \mathbf{W}_k^H$, on vérifie que

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= \mathbf{J}(\mathbf{I}_r \otimes \Delta \mathbf{r}_k) \mathbf{y} \mathbf{y}^H \mathbf{J}(\mathbf{I}_r \otimes \Delta \mathbf{r}_k) \\ &= \mathbf{J}(\mathbf{y} \otimes \Delta \mathbf{r}_k) \Delta \mathbf{r}_k^T \tilde{\mathbf{z}}^H \\ &= \mathbf{J}(\mathbf{y} \otimes \mathbf{I}_M) \Delta \mathbf{r}_k \Delta \mathbf{r}_k^T \tilde{\mathbf{z}}^H \end{aligned}$$

où $\tilde{\mathbf{z}}^H$ est obtenu à partir de $\mathbf{J}^H \mathbf{z}$ par concaténation horizontale des sous-vecteurs de longueur r .

Ainsi, $\gamma_1 = \frac{1}{P_s^2} \text{Re}(\mathbf{z}^H \mathbf{J}(\mathbf{y} \otimes \mathbf{I}_M) E(\Delta \mathbf{r}_k \Delta \mathbf{r}_k^T) \tilde{\mathbf{z}}^H \mathbf{y})$

B Calcul de γ_2

$P_s^2 |u|^2 = \mathbf{z}^H \Delta \mathbf{W}_k \mathbf{y} \mathbf{y}^H \Delta \mathbf{W}_k^H \mathbf{z}$. Soit $\Delta_2 = \Delta \mathbf{W}_k \mathbf{y} \mathbf{y}^H \Delta \mathbf{W}_k^H$, on établit que

$$\begin{aligned} \Delta_2 &= \mathbf{J}(\mathbf{I}_r \otimes \Delta \mathbf{r}_k) \mathbf{y} \mathbf{y}^H (\mathbf{I}_r \otimes \Delta \mathbf{r}_k^H) \mathbf{J}^H \\ &= \mathbf{J}(\mathbf{y} \otimes \Delta \mathbf{r}_k) (\mathbf{y}^H \otimes \Delta \mathbf{r}_k^H) \mathbf{J}^H \\ &= \mathbf{J}(\mathbf{y} \mathbf{y}^H \otimes \Delta \mathbf{r}_k \Delta \mathbf{r}_k^H) \mathbf{J}^H \end{aligned}$$

Ainsi, $\gamma_2 = \frac{1}{P_s^2} \mathbf{z}^H \mathbf{J}(\mathbf{y} \mathbf{y}^H \otimes E(\Delta \mathbf{r}_k \Delta \mathbf{r}_k^H)) \mathbf{J}^H \mathbf{z}$

Références

- [1] L. C. Godara, "Antenna arrays for mobile communications", Proc. of the IEEE, vol.85, no.7, pp. 1029-1060, Juillet 1997
- [2] R. O. Schmidt, "Multiple emitter location and signal parameter estimation", IEEE Trans. on Antennas Propagation, vol.34, no.7, pp.276-280, Mars 1986
- [3] L. Najjar Atallah, S. Marcos, "Multiple Users Separate DOA Estimation by a Subspace Method in a Multipath Context", Proc. IEEE-ICT 2001, vol.1, pp. 59-64, (Bucharest) Romania, Juin 2001
- [4] S. U. Pillai, B. H. Kwon, "Forward-Backward spatial smoothing techniques for coherent signal identification", IEEE Trans. on Acoust. Speech Signal Processing, vol.37, no.7, pp. 8-15, Janvier 1989
- [5] D. Grenier, G. Y. Delisle et B. Philibert, "Identification super-résolutive de sources corrélées par décomposition de la base du sous-espace source estimé", Traitement du Signal, Vol. 10, no. 1, pp. 3-13, Janvier 1992
- [6] D. Grenier, E. Bossé, "A new spatial smoothing scheme for direction-of-arrivals of correlated sources", Signal Processing Journal, Vol. 54, pp. 153-160, Juin 1996
- [7] D. Grenier, E. Bossé, "Decorrelation performance of DEESE and Spatial Smoothing Techniques for Direction-of-Arrival Problems", IEEE Trans. on Signal Processing, Vol. 44, no.6, pp. 1579-1584, Juin 1996
- [8] S. B. Park, C. S. Ryu, K. K. Lee "Multiple target angle tracking algorithm using predicted angles", IEEE Trans. on Aerospace and Electronics Systems, vol.30, no.2, Avril 1994
- [9] B.D.Rao, K.V.S. Hari, "Effect of spatial smoothing on the performance of noise subspace methods", Proc. of ICASSP, pp.2687-2690, Avril 1990
- [10] B.D.Rao, K.V.S. Hari, "Effect of spatial smoothing on the performance of MUSIC and the minimum norm method", Proc. of IEE, vol 137, Part F, no.6, pp.449-458, Décembre 1990
- [11] S. U. Pillai, B. H. Kwon, "Performance analysis of MUSIC-type High resolution estimators for direction finding in correlated and coherent scenes", IEEE Trans. on Acoustics, Speech. and Signal processing., Vol. 37, no.8, pp. 1176-1189, Août 1989
- [12] P. Stoica, A. Nehorai, "Music, Maximum likelihood and cramer rao bound", IEEE Trans. on Acoustics, Speech. and Signal processing, Vol. 37, no.5, pp. 720-741, Mai 1989
- [13] J. W. Brewer, "Kronecker Products and Matrix Calculus in system theory", IEEE Trans. on Circuits and Systems, vol. CAS-25, no.9, Septembre 1978