

Restitution d'entrées inconnues pour les systèmes en boucle fermée saturés

Philippe MOUYON, Pierre VACHER

ONERA/Département de Commande des Systèmes et Dynamique du vol
B.P. 4025, 31055 Toulouse, France

Philippe.Mouyon@cert.fr, Pierre.Vacher@cert.fr

Résumé – L'article présente une procédure de déconvolution automatisée, appliquée à l'estimation de la turbulence non mesurée rencontrée par un avion de transport de passagers du type Airbus, et son utilisation pour le recalage des essais en vol en phase d'atterrissage. Les procédures développées n'utilisent pas de modélisation analytique au sens où le modèle à inverser est construit à partir de simulations. Le volume de calculs est limité par passage en fréquentiel. Les comportements saturés sont traités par décomposition des signaux sur une base adaptée. Les points clés sont : la procédure de réglage automatique des pondérations des entrées/sorties (cas multivariable) et des paramètres de régularisation de l'inversion, la procédure automatique de décomposition des signaux à inverser pour adapter l'inversion aux plages avec comportement saturé du système.

Abstract – An automatic inversion method is developed to recover for the unmeasured turbulent wind encountered by a transport airplane. It is applied to the matching of flight landing tests with an airplane nonlinear simulation. The proposed approach does not require any analytical model since the model to be inverted is built from simulations. The inversion itself is done within the frequency domain in order to lower the computation cost. Saturation effects are taken into account for by projecting signals onto a dedicated basis. Keypoints are the automatic tuning procedure of the inputs/outputs ponderations and of the regularisation parameter, and the automatic processing of nonlinear behaviors with adaptation to time ranges where saturations are active.

1 Position du problème

La représentativité des simulateurs aéronautiques est indispensable à la certification des avions. En effet, les Pilotes Automatiques sont en partie validés sur ces simulateurs. Or en phase d'atterrissage la turbulence peut introduire des écarts de trajectoire importants. Le recalage des essais consiste alors à estimer des corrections à apporter aux entrées de la simulation pour minimiser l'erreur entre l'essai en vol et la simulation.

Ces corrections peuvent porter sur les signaux mesurés à bord de l'avion (dans leur plage d'incertitude), ou sur des perturbations non mesurées comme le vent turbulent. On s'intéresse ici surtout à la turbulence non uniforme le long de l'aile qui induit une vitesse de roulis p_{vent} et perturbe la trajectoire de l'avion. Le déplacement transversal induit y est particulièrement gênant pour la sécurité de l'atterrissage, et donc important à reproduire fidèlement en simulation.

La restitution de p_{vent} apparaît comme un simple problème de déconvolution. Cependant l'objectif d'une utilisation intensive de la procédure d'inversion induit des contraintes fortes. Pour l'essentiel il s'agit d'obtenir un algorithme très rapide, qui ne requiert pas une description analytique de l'avion, avec des réglages automatisés, et un fonctionnement correct même en présence de saturations.

La solution très performante par filtrage de Kalman n'est pas envisageable sans modèle analytique précis du système. Les algorithmes de simulation inverse [4] qui font

appel à de multiples simulations du système et une optimisation non linéaire sont eux beaucoup trop coûteux en temps calcul. Nous avons donc choisi d'aborder le problème par une approche classique du type déconvolution régularisée avec modélisation sous forme réponse impulsionnelle finie (RIF).

Le premier point en faveur de ce choix est que l'approximation sous forme RIF est justifiée. En effet l'avion est sous Pilotage Automatique et les perturbations sont donc sans effets statique. De plus, hormis en présence de saturations, la linéarité est vérifiée puisque l'on cherche de petites corrections. L'autre point favorable est la rapidité des algorithmes dans ce contexte, en particulier avec un traitement fréquentiel des données. La méthode est exposée dans la section 2 ci-dessous.

Les points qui posent problème et pour lesquels nous apportons une réponse originale sont tout d'abord l'automatisation de tous les réglages nécessaires à la déconvolution régularisée. Et enfin le traitement spécifique des plages temporelles où la linéarité est mise en défaut, en particulier à cause des saturations présentes dans la boucle de commande. Ces aspects sont traités dans les sections 3 et 4. La section 5 présente les résultats.

2 Inversion fréquentielle régularisée

Notre objectif est d'estimer des perturbations stochastiques inconnues u à introduire dans une simulation afin de minimiser l'erreur z entre la sortie mesurée z_m et celle

simulée z_s . Comme on considère un système commandé, les composantes de z_m et z_s sont des sorties du système en boucle ouverte (trajectoire de l'avion) mais éventuellement aussi des entrées (les sorties du Pilote Automatique). Par ailleurs, les perturbations cherchées peuvent être des corrections d'entrées mesurées u_m . Dans le cas d'une perturbation en p_{vent} il n'y a aucune mesure et on considère alors $u_m = 0$.

Modélisation

La déconvolution repose sur un modèle approximatif à réponse impulsionnelle finie de l'avion $z = h * u$, qui peut être vu comme une linéarisation autour de l'estimation courante de l'entrée de la simulation u_s . Ce modèle est déterminé par comparaison de deux simulations, l'une d'entrée u_s et l'autre d'entrée $u_s + u_t$, où u_t est une entrée test (un dirac).

Nous décrivons ici l'approche classique pour la déconvolution par passage en fréquentiel. La convolution est explicitée en discret sous la forme :

$$z(n) = \sum_{k=0}^r h(k) u(n-k) \quad \forall n \geq 0 \quad (1)$$

où n est l'instant d'échantillonnage, et r la longueur de la réponse impulsionnelle (RI). Cette équation est écrite pour $n = 1, \dots, N$ où N est la durée de l'enregistrement, et mise sous forme matricielle :

$$z = S u \quad (2)$$

avec $z = [z_1, z_2, \dots, z_N]^T$. La matrice S est Toeplitz. Elle est presque circulante à droite, à l'effet des conditions initiales près. On l'approxime par une matrice T circulante dont la première colonne vaut $[h_1, \dots, h_r, 0, \dots, 0]^T$. Une telle matrice est diagonalisable par Transformée de Fourier Discrète (TFD) car elle représente une convolution circulaire. Par TDF de (2) on obtient alors :

$$Z \approx H U \quad (3)$$

où Z and U sont les TFD de z et u , et où H est une matrice diagonale dont les éléments de la diagonale sont les coefficients de la TFD de h . L'inversion de T est ainsi remplacée par N divisions scalaires.

A cause de l'approximation de S par T , il y a des effets de bord. On peut les réduire en utilisant une complétion par zéro des signaux. Cette opération rend aussi possible le calcul des TFD à l'aide de l'algorithme de FFT.

Inversion régularisée

L'inversion directe est très sensible au bruit de mesure et aux erreurs de modélisation. On régularise le problème en introduisant des contraintes sur la solution cherchée. Cela peut se faire sans augmenter le temps de calcul si les contraintes se diagonalise aussi par passage en fréquentiel. Conjointement à (3) on cherchera à résoudre :

$$0 = \lambda C U \quad (4)$$

où C est diagonale, et $\lambda \in \mathcal{R}$. On peut utiliser des contraintes d'amplitude ($0 = u(k)$) et alors $C = \text{diag}\{C_k\}$ où $\{C_k\}$ est la TFD de $[1, 0, \dots, 0]$. Une contrainte de vitesse $0 = u(k) - u(k+1)$, correspond à une convolution discrète

$0 = c * u(k)$ qui s'approxime sous forme circulante, et $\{C_k\}$ est alors la TFD de $[1, -1, 0, \dots, 0]$. Une contrainte d'accélération fait intervenir la TFD de $[1, -2, 1, 0, \dots, 0]$, etc...

Le problème contraint a plus d'équations que d'inconnues. On le résoud au sens des moindres carrés. On minimise donc $J = \|Z - H U\|^2 + \lambda^2 \|C U\|^2$, ce qui d'après Parseval et au effets de bord près correspond à :

$$J = \sum_{k=1}^N \|z(k) - h * u(k)\|^2 + \lambda^2 \|c * u(k)\|^2 \quad (5)$$

Le paramètre λ permet le réglage de la balance entre minimisation de l'erreur de sortie et régularité de l'estimé. La solution est donnée par : $\hat{U}(k) = H_k^* Z(k) / (H_k^* H_k + \lambda^2 C_k^* C_k)$. Une TFD inverse donne ensuite la séquence cherchée $\{\hat{u}(k)\}$.

Normalisation des données et paramètres

On peut utiliser plusieurs équations de régularisation simultanément. Ceci équivaut à l'emploi d'une seule contrainte de la forme (4), avec :

$$C = C_{amp} / \|C_{amp}\| + \rho_1 C_{vit} / \|C_{vit}\| + \dots \quad (6)$$

Les coefficients ρ_i permettent de gérer le poids associé à chacune des contraintes, car chaque contrainte est normalisée.

Dans le cas multi-sorties, il faut compenser les amplitudes des diverses sorties pour que le critère minimisé ait un sens indépendamment des mesures. On utilise pour cela une matrice de pondération qui normalise les composantes de z . Ces composantes normalisées sont ensuite pondérées selon l'importance accordée à leur minimisation. Elevée au carré, puis elle même normalisée, la matrice de pondération finale est notée W_z . Si il y a plusieurs entrées en recherche, elles seront elles normalisées par rapport aux amplitudes espérées. On note W_u la matrice correspondante. L'introduction de ces pondérations dans les équations (3) et (4) conduit à la solution :

$$\hat{U}(k) = \frac{H_k^* W_z dZ(k)}{H_k^* W_z H_k + \lambda^2 C_k^* W_u C_k} \quad (7)$$

Pour atteindre un réglage automatique, il est indispensable que λ soit lui-même normalisé. L'intensité de la régularisation doit en effet varier continuellement si le critère est un peu modifié, ou si les mesures changent, ou les pondérations relatives W_z et W_u , ou encore si le modèle impulsionnel évolue. Pour cela nous proposons de poser :

$$\lambda = \rho \left\| W_z \left\{ \|H_{ij}\|^2 \right\} W_u \right\|_{Frobenius} \quad (8)$$

où les éléments de la matrice entre crochets sont les normes des réponses impulsionnelles. Avec ce choix, l'introduction d'une nouvelle sortie dans le critère associée à une pondération très faible change peu la solution. On a continuité de la solution vis-à-vis des spécifications. Ceci est fondamental dans un contexte applicatif industriel.

3 Automatisation des réglages

Compte tenu des normalisations proposées, l'utilisateur doit spécifier l'importance accordée aux diverses composantes normalisées de z dans le critère, les amplitudes relatives attendues sur les entrées. Il faut aussi régler les

pondérations relatives des diverses contraintes de régularisation entre elles, et régler λ . Le sens physique n'est pas un guide suffisant pour faire ces deux réglages et une procédure automatique est nécessaire.

Pour ce qui est des ρ_i , nous n'avons pas trouvé de manière simple pour automatiser leur choix. Nous proposons une solution alternative qui consiste à ne pondérer que l'amplitude de l'inconnue, mais à rajouter un préfiltrage. L'utilisateur spécifie la bande spectrale autorisée pour u . On choisit un filtre F qui coupe hors de cette bande. Au lieu de résoudre (3) et (4) on résoud donc $Z = HFV$ et $0 = \lambda V$, et ensuite on pose $\hat{U} = F\hat{V}$. On notera que si la régularisation en amplitude sur V est très forte, la solution a tendance à être blanche, et le U estimé présente le contenu spectral désiré. D'un point de vue algorithmique, il suffit d'utiliser la réponse impulsionnelle du filtre comme signal de test au lieu d'un Dirac, et de filtrer le résultat de l'inversion par F .

L'automatisation du réglage de ρ est assez délicat. On cherche une valeur assez faible pour que le résidu d'estimation $\|Z - H\hat{U}\|$ soit petit, mais suffisamment grande pour que \hat{U} soit petit. La procédure de régularisation peut être interprétée comme la substitution des valeurs propres h_k à inverser par $(|h_k|^2 + \rho^2)/h_k$ (cf. equation 7). Un choix correct de ρ correspond aux valeurs propres très petites qui risque d'amplifier le bruit. L'heuristique suivante a été utilisée pour estimer une plage de choix $[\rho^-, \rho^+]$ correcte pour ρ . On montre facilement que $\|\rho\hat{U}\|$ présente un maximum unique. On pose

$$\hat{\rho}^+ = \arg \max_{\rho} \|\rho\hat{U}\| \quad (9)$$

De plus $\|Z - H\hat{U}\|/\|Z\|$ est une fonction strictement croissante de ρ . La première intersection avec la courbe $\|\rho\hat{U}\|$ a lieu pour

$$\hat{\rho}^- = \min_{\rho} \left\{ \rho; \frac{\|\rho\hat{U}\|}{\hat{\rho}^+} = \frac{\|Z - H\hat{U}\|}{\|Z\|} \right\} \quad (10)$$

L'évaluation numérique de ces grandeurs est conduite en testant 10 valeurs de ρ équiréparties selon une échelle logarithmique de 10^{-5} à 10^5 . La valeur retenue pour ρ est leur moyenne logarithmique.

La procédure doit se terminer par une simulation de vérification, car le traitement fréquentiel introduit des effets de bords que seule une simulation temporelle peut quantifier. Généralement le résultat évalué en temporel est moins bon que la prévision estimée en fréquentiel. Typiquement pour notre problème un résidu relatif de 10% est prévu, et on a réellement que 20%.

4 Compensation des non linéarités

Quand le comportement est approximativement linéaire, et le SNR assez grand, la procédure fonctionne bien. Elle peut même être améliorée en itérant autour de l'estimé obtenu. Cependant en présence de nonlinéarités dures comme des saturations il existe des plages temporelles où le résultat est médiocre. Nous proposons d'extraire le comportement non linéaire en z et de l'inverser séparément.

A ce stade on dispose de l'estimation $\hat{u}(k)$ qui donne en simulation l'erreur $z(k)$. On réalise deux autres simulations d'entrées $(1 + \alpha)\hat{u}(k)$ et $(1 - \alpha)\hat{u}(k)$, avec α petit. On obtient $z^+(k)$ et $z^-(k)$. La "base" des défauts de linéarité est :

$$\begin{aligned} \Delta^+(k) &= z^+(k) - (1 + \alpha)z(k) \\ \Delta^-(k) &= z^-(k) - (1 - \alpha)z(k) \end{aligned} \quad (11)$$

Ces signaux localisent essentiellement les périodes où les non linéarités dures sont actives. Le signal de sortie z est projeté sur cette base (au sens des MC) pour obtenir le défaut de linéarité Δz . Ce signal est inversé par la même procédure que précédemment (réglage identique). Et finalement l'estimation Δu est ajoutée à l'estimation précédente $\hat{u} = \hat{u} + \Delta u$. Une dernière simulation de contrôle est nécessaire pour terminer.

Cette procédure réalise un bon compromis entre une inverse linéaire simple, et une approche non linéaire complète. Seulement trois simulations supplémentaires sont nécessaires. L'amélioration des performances est significative, particulièrement si on considère l'erreur maximale sur laquelle un gain de 50% est souvent obtenu. Le gain sur l'erreur quadratique est faible, celà traduit l'action localisée dans le temps de cette correction.

5 Application

Dans cet article, on teste la faisabilité de l'estimation d'une perturbation en p_{vent} par inversion. Les mesures sont donc ici en fait générées par un simulateur non linéaire [6] de l'avion au lieu d'être enregistrées en vol.

Les sorties à corriger sont la vitesse de roulis (p), l'angle de roulis (φ) et le déplacement latéral par rapport à l'axe de la piste (y). La figure (1) montre l'erreur initiale en p et la RI associée. La variable de position y a évidemment une RI plus longue (figure 2), et sera plus difficile à corriger.

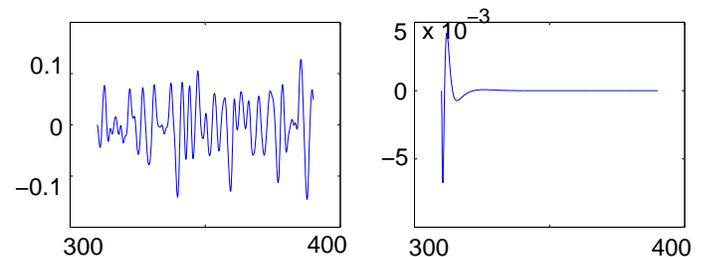


FIG. 1: p ($^{\circ}/s$): erreur et RI/p_{vent} , fonction du temps (s)

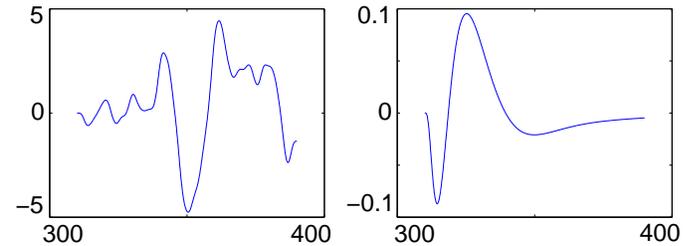


FIG. 2: y (m): erreur et RI/p_{vent} , fonction du temps (s)

Le critère spécifié par l'utilisateur (i.e. avant normalisation) est $J = p^2 + \varphi^2 + 5y^2$. Le filtre de forme utilisé est un passe-bas d'ordre 1 et de coupure 0.15 Hz. La première étape de la procédure est le réglage de ρ . La figure (3)

illustre la croissance du résidu avec ρ , et la décroissance de la solution. Les caractéristiques du choix automatique sont matérialisées par les deux points.

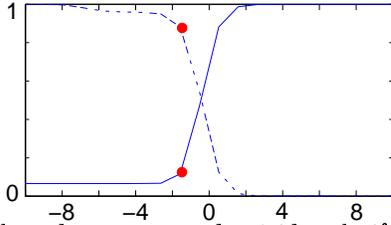


FIG. 3: Réglage de ρ : normes du résidu relatif (trait plein), et de la solution (trait pointillé)

La validation par une simulation temporelle non linéaire est illustrée sur les figures (4) et (5). Les traits pointillés répètent les signaux avant l'inversion. On note une certaine dégradation des performances par rapport à la prévision calculée en fréquentiel, à cause des effets de bord, et de l'approximation FIR (tableau 1).

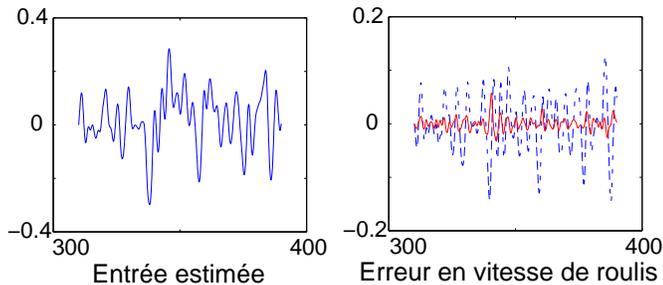


FIG. 4: Résultats après la première étape

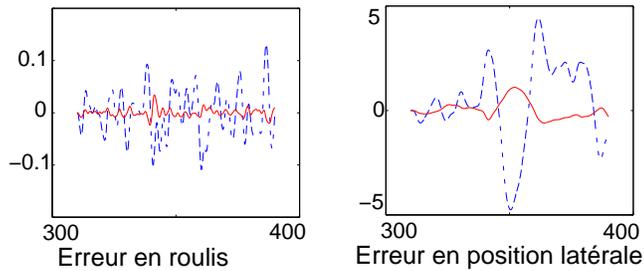


FIG. 5: Résultats après la première étape

Le défaut de linéarité apparaît bien sur les figures (4 et (5)). Il existe une plage temporelle (vers $t = 340$) où l'erreur n'a pu être corrigée. La procédure de compensation des non linéarités est appliquée. Les résultats sont illustrés par les figures (6) et (7). Le tableau (1) permet d'apprécier le gain sur l'erreur quadratique. L'effet est encore plus fort si on considère le maximum de l'erreur.

6 Conclusion

Nous avons développé un algorithme rapide de déconvolution pour les systèmes commandés en présence de saturations. On tire avantage d'une approximation numérique FIR, et de non linéarités pas toujours actives pour résoudre le problème en deux étapes : une déconvolution fréquentielle régularisée classique, et une heuristique de compensation des effets non linéaires locaux. Ceci permet d'aboutir à un bon compromis entre le volume des calculs et les performances. Enfin, l'automatisation des réglages

Erreur résiduelle	p	φ	y
résidu attendu étape 1	14.9 %	10.2 %	9.6 %
résidu effectif étape 1	21.9 %	17.1 %	20.1 %
résidu effectif étape 2	17.8 %	13.4 %	10.0 %

TAB. 1: Analyse des performances

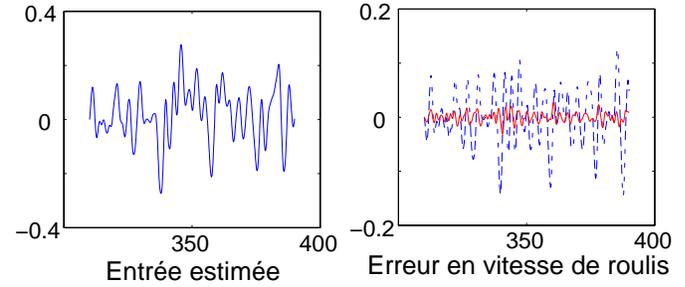


FIG. 6: Résultats après compensation des non linéarités

permet d'envisager une utilisation industrielle des procédures développées.

Les auteurs remercient la DGAC/SPAé pour son soutien à ce travail.

Références

- [1] G. Avanzini, G. de Matteis, and L. M. de Socio. Analysis of aircraft agility on maximum performance maneuvers. *Journal of Aircraft*, 35(4):529–535, 1998.
- [2] G. Avanzini, G. de Matteis, and L. M. de Socio. Two-timescale integration method for inverse simulation. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 22(3):395–401, 1999.
- [3] D. Boyle and G. Chamitoff. Autonomous maneuver tracking for self-piloted vehicles. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 22(1):58–67, 1999.
- [4] Grünhagen. Inverse simulation: a tool for the validation of simulation programs - first results. *Z. Flugwiss. Weltraumforsch.*, 17:211–29, 1993.
- [5] O. Kato and I. Sugiura. An interpretation of airplane general motion and control as inverse problem. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 9(2):198–204, 1986.
- [6] P. F. Lambrechts and et al. Robust flight control design challenge problem formulation and manual: the research civil aircraft model (rcam). Technical report, Technical Publication TP-088-3, Group for Aeronautical Research and technology in EUROpe, GARTEUR-FM(AG08), 1997.
- [7] E. Sentoh and A. E. Brysin. Inverse and optimal control for desired outputs. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics*, 15(3):687–691, 1992.

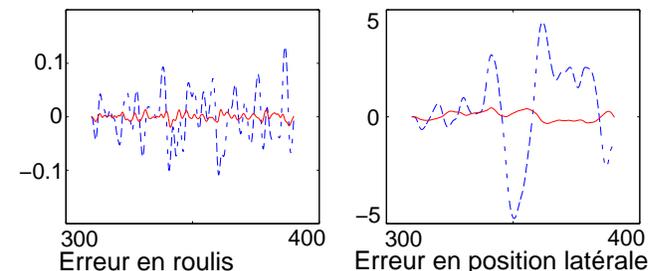


FIG. 7: Résultats après compensation des non linéarités