

Apport du Codage de Canal pour une Transmission OFDM-DPSK sur Canaux de Rice et de Rayleigh

Fethi TLILI^{1,2}, Ammar BOUALLÈGUE¹, Alain GLAVIEUX³

¹L. S. Télécoms

le Belvédère, BP 37, Tunis, Tunisie

²SUP'COM

km 3.5, Route de Raoued, 2083 Ariana, Tunisie

³Département Signal et Communications

ENST de Bretagne, Brest, France

fethi.tlili@supcom.rnu.tn, ammar.bouallegue@enit.rnu.tn, alain.glavieux@enst-bretagne.fr

Résumé – Dans cette communication, nous analysons les performances de la transmission multiporteuse (OFDM-DPSK) sur les canaux de Rice et de Rayleigh. Cette analyse porte notamment sur la probabilité d'erreur par bit en fonction du rapport signal sur bruit moyen reçu. Nous en déduisons les dégradations dues aux évanouissements, qui sont très élevées sur un canal de Rayleigh et dont la valeur chute considérablement en présence d'un trajet direct de puissance élevée. Nous considérons par la suite le système de transmission avec codage convolutif de canal. Nous vérifions que le codage non seulement apporte un gain élevé, mais améliore également la robustesse du système de transmission face aux évanouissements.

Abstract – In this paper, we analyze the performance of an OFDM-DPSK system. We mainly determine the performance loss as a function of Signal to Interference Ratio (*SIR*). Then, We consider convolutinal coding, We show that it is not only of an important gain but also improves system robustness against fading.

1 Introduction

La transmission multiporteuses, ou encore Multiplex à Division de Fréquence Orthogonale, communément connu par *OFDM*, trouve de plus en plus d'applications [1]. En effet, son utilisation dans la communication sur les canaux à trajets multiples a révélé des performances incontestables. Cette technique est actuellement introduite par l'Union Européenne de Radio-Télévision (*UER*) pour les systèmes de diffusion audio numérique [2] et pour la télévision numérique [3]. Elle est également utilisé en communication avec les mobiles [4]. Néanmoins, dans cet exemple d'application, le comportement du canal à trajets multiples rend la démodulation cohérente particulièrement délicate. L'alternative de détection différentielle est tout à fait justifiée, celle-ci propose un schéma de détection simple à réaliser. En plus, la dégradation de 3 dB introduite par rapport à une démodulation cohérente, peut être réduite moyennant la génération récursive de la phase de référence [5].

Nous proposons dans cette communication une analyse des performances d'un système *OFDM*, associé à une modulation différentielle de phase *DPSK* sur les canaux de Rice et de Rayleigh. Un intervalle de garde temporel Δ

est utilisé pour combattre la sélectivité en fréquence du canal. L'utilisation du codage convolutif du canal apporte non seulement un gain très important, mais aussi, une amélioration considérable de la robustesse du système de transmission face aux évanouissements.

2 Principe du système de transmission et modélisation du canal de transmission

En supposant que le filtre d'émission est la fonction rectangle de durée T_s et de hauteur l'unité, pour le k ème symbole binaire, le signal émis a pour expression en bande de base :

$$S_k(t) = \begin{cases} \sqrt{\frac{2E_b}{T_s}} \sum_{n=0}^{N-1} d_{k,n} e^{i(2\pi\frac{n}{T_u}t + \phi_n)}; & t \in [kT_s, (k+1)T_s[\\ 0; & \text{ailleurs} \end{cases} \quad (1)$$

où E_b désigne l'énergie nécessaire pour l'émission d'un bit, $d_{k,n}$ le k ème symbole émis sur la voie n prenant ses valeurs dans l'alphabet $\{-1, 1\}$ et correspondant à une modulation différentielle et T_u désigne la durée d'observation du récepteur donnée par $T_u = T_s - \Delta$.

Le canal de transmission introduit sur la voie n du multiplex un bruit multiplicatif gaussien à valeurs complexes $A_n(t)$ dont le module suit une loi de Rice s'il y a un trajet direct et suit une loi de Rayleigh sinon.

Le récepteur opère en deux étapes : il effectue la séparation des voies moyennant une Transformée de Fourier Discrète (*TFD*) pour générer les variables $Y_{k,n}$. Celles-ci sont fournies aux organes de décision pour la détection des symboles binaires émis.

Sous l'hypothèse d'évanouissement lent sur au moins une période symbole, *i.e.* $A_n(t) = A_{k,n}$, et par suite à la *TFD* nous pouvons écrire pour la voie n du multiplex [7]:

$$Y_{k,n} = \sqrt{\frac{2E_b}{T_s}} A_{k,n} d_{k,n} \beta_{k,n} + w_{k,n}, \quad (2)$$

où $\beta_{k,n} = e^{i(2\pi n \frac{kT_s + \Delta}{T_u} + \phi_n)}$ et $w_{k,n}$ est un bruit blanc additif gaussien à valeurs complexes de variance σ_w^2 .

Le système de transmission peut être modélisé par N canaux gaussiens parallèles indépendants avec des atténuations $A_{k,n} \beta_{k,n}$ (figure(1)).

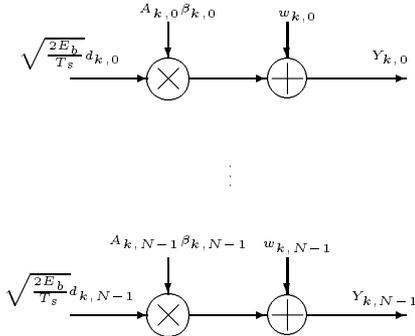


FIG. 1 - Modèle du système de transmission sur canal à évanouissement lent

En prenant en considération le caractère différentiel de la modulation, la décision se fait moyennant la variable $Z_{k,n} = e^{-i2\pi n \frac{T}{T_u}} Y_{k,n} Y_{k-1,n}^* + e^{i2\pi n \frac{T}{T_u}} Y_{k,n}^* Y_{k-1,n}$. Celle-ci est une forme quadratique hermitienne en les variables aléatoire gaussiennes $Y_{k,n}$ et $Y_{k-1,n}$.

3 Performances et apport du codage convolutif du canal

La probabilité d'erreur dans le cas d'une variable de décision qui est une forme quadratique, a été évaluée en utilisant le résultat général de [6]. Elle a pour expression [7]:

$$P_{ebn}(\bar{\gamma}_n, SIR_n) = \frac{1}{2(1 + \frac{\bar{\gamma}_n}{SIR_n + 1})} \exp\left(-\frac{SIR_n - \bar{\gamma}_n}{1 + \frac{\bar{\gamma}_n}{SIR_n + 1}}\right) \quad (3)$$

où $\bar{\gamma}_n$ est le rapport signal sur bruit moyen reçu par bit sur la voie n du multiplex et SIR_n (*Signal Interference Ratio*) est défini comme étant le rapport de la puissance du trajet non aléatoire sur la puissance moyenne des trajets aléatoires. Ce paramètre mesure les évanouissements, il peut prendre des valeurs allant de $-\infty$ dB, dans le cas d'un canal sans trajet direct ou encore un canal de Rayleigh, à $+\infty$ dB, valeur correspondant au canal gaussien dans lequel il n'y a pas d'évanouissements.

L'expression de P_{ebn} , obtenue dans le cas général du canal de Rice, permet de déduire les deux cas particuliers :

- Pour le canal de Rayleigh : $P_{ebn} = \frac{1}{2(1+\bar{\gamma}_n)}$.
- Pour le canal gaussien : $P_{ebn} = \frac{1}{2} \exp(-\bar{\gamma}_n)$.

Sur la figure (2), nous avons représenté l'évolution de P_{ebn} en fonction de $\bar{\gamma}_n$, pour différentes valeurs de SIR_n .

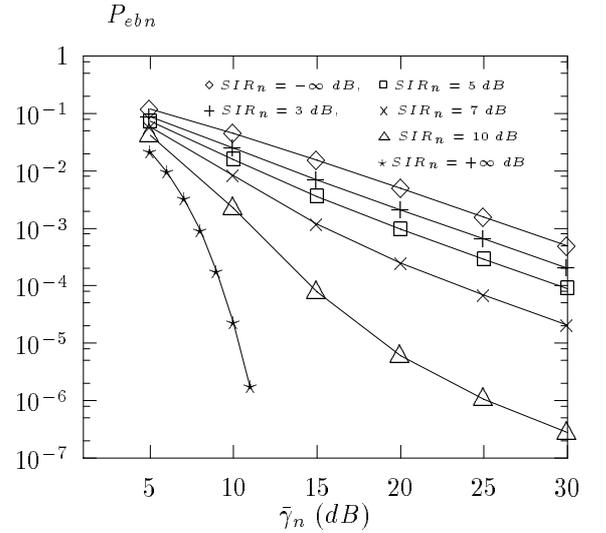


FIG. 2 - Evolution de P_{ebn} en fonction de $\bar{\gamma}_n$ pour différentes valeurs de SIR_n .

En analysant les courbes obtenues, on déduit que les meilleures performances sont obtenues sur un canal gaussien ($SIR_n = +\infty$ dB), ou encore en l'absence des évanouissements. Par contre les performances se dégradent énormément sur canal de Rayleigh ($SIR_n = -\infty$ dB).

Pour analyser les dégradations dues aux évanouissements, nous prenons comme référence le canal gaussien, et pour une valeur donnée P_{ebn_0} de la probabilité d'erreur, nous

évaluons le rapport signal sur bruit nécessaire, supplémentaire, d_f la distance libre du code.

$\Delta\bar{\gamma}_n(P_{ebn_0}, SIR_n)$, à fournir sur canal de Rice pour garantir la même probabilité d'erreur $P_{ebn} = P_{ebn_0}$ que sur un canal gaussien.

Sur un canal gaussien, le rapport signal sur bruit nécessaire qui réalise une probabilité d'erreur P_{ebn_0} , a pour expression :

$$\bar{\gamma}_n^G(P_{ebn_0}) = -\ln(2P_{ebn_0}). \quad (4)$$

Ceci conduit à :

$$\Delta\bar{\gamma}_n(P_{ebn_0}, SIR_n) = \bar{\gamma}_q^R(P_{ebn_0}, SIR_n) + \ln(2P_{ebn_0}), \quad (5)$$

où $\bar{\gamma}_q^R(P_{ebn_0}, SIR_n)$ est le rapport signal sur bruit nécessaire sur canal de Rice qui réalise $P_{ebn} = P_{ebn_0}$. Cette quantité se déduit par inversion de l'expression (3), pour son évaluation nous avons utilisé des méthodes numériques, nous avons alors obtenu les résultats représentés sur la figure (3).

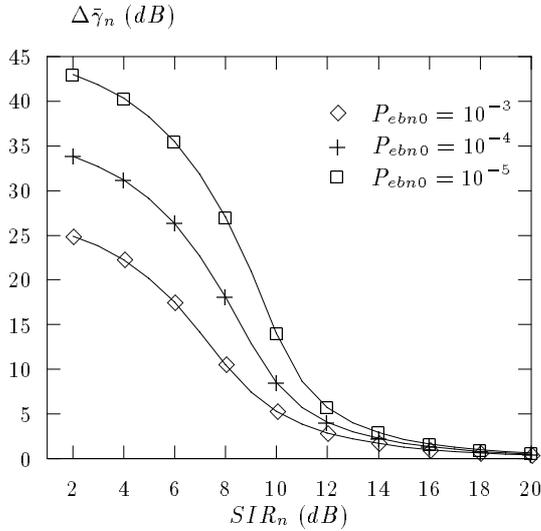


FIG. 3 - Dégradation dues aux évanouissements sans codage convolutif du canal.

En présence de codage convolutif du canal de rendement $R = \frac{K_1}{K_2}$ et moyennant un décodage avec l'algorithme de Viterbi à décision pondérée, la borne supérieure de la probabilité d'erreur est donnée par :

$$P_{ebcn}^{sup} = \frac{1}{K_1} \sum_{d=d_f}^{+\infty} W(d)P(d), \quad (6)$$

où $P(d)$ désigne la probabilité que l'algorithme de Viterbi choisisse un chemin à la distance d du chemin correct, les termes $W(d)$ sont des coefficients propres au codeur et

Sous l'hypothèse d'évanouissement lent, l'expression suivante de $P(d)$ a été obtenue [8] :

$$P(d) = \frac{\exp(-\alpha\beta)}{2^{2d-1}(1+\alpha)} \sum_{l=0}^{d-1} \left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^l g_l \left[\beta^l + \sum_{m=1}^l \binom{m}{l} \prod_{j=1}^m (l+d-j) \beta^{l-m} \right] \quad (7)$$

où g_l , α et β sont données par les définitions suivantes :

$$g_l = \frac{1}{l!} \sum_{m=0}^{d-l-1} \binom{m}{2d-1}, \quad (8)$$

$$\alpha = \frac{\bar{\gamma}_{cn}}{1 + SIR_n} \quad (9)$$

et

$$\beta = \frac{dSIR_q}{1 + \alpha}. \quad (10)$$

$\bar{\gamma}_{cn} = R\bar{\gamma}_n$ désigne le rapport signal sur bruit moyen reçu par bit d'information sur la voie n du multiplex et $\binom{p}{n}$ est le nombre de combinaisons de p parmi n .

En utilisant le code convolutif de rapport $\frac{1}{2}$ de séquences génératrices en octal (133 – 171) et de distance libre $d_f = 10$, nous avons évalué P_{ebcn}^{sup} en fonction de $\bar{\gamma}_{cn}$ pour différentes valeurs de SIR_n . Les résultats obtenus sont représentés sur la figure (4).

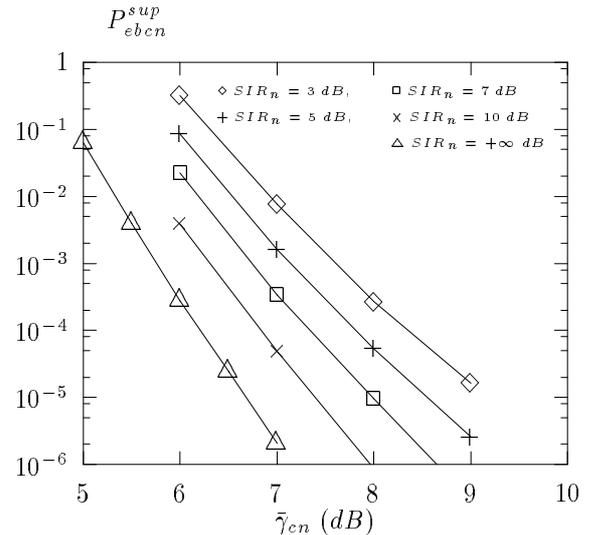


FIG. 4 - Evolution de P_{ebcn}^{sup} en fonction de $\bar{\gamma}_{cn}$ pour différentes valeurs de SIR_n .

En comparant les résultats obtenus sans codage (figure (2)) et ceux obtenus en présence du codage (figure(4)),

nous déduisons le gain du codage convolutif du canal. Pour un taux d'erreur de 10^{-4} , celui-ci atteint la valeur de 26 dB pour $SIR_n = 3$ dB et se situe autour de 9,5 dB pour $SIR_n = 10$ dB.

Pour valider les résultats théoriques obtenus nous avons effectué des simulations des canaux de Rice et de Rayleigh à évanouissements lents, les résultats obtenus montrent que les valeurs réelles du Taux d'Erreur Binaire avec codage (TEB_c), se situe en dessous de celles de P_{ebcn}^{sup} . Elles sont d'autant plus proches que la probabilité d'erreur diminue. A 10^{-4} , la différence ne dépasse pas 0,3 dB.

A partir des courbes de la figure (4), on déduit les dégradations dues aux évanouissements en présence de codage convolutif du canal $\Delta\gamma_{cn}(P_{ebcn_0}, SIR_n)$. Ceci à partir des résultats théoriques P_{ebcn}^{sup} , qui donnent les mêmes valeurs qu'en considérant TEB_c . Les résultats obtenus sont représentés sur la figure (5)

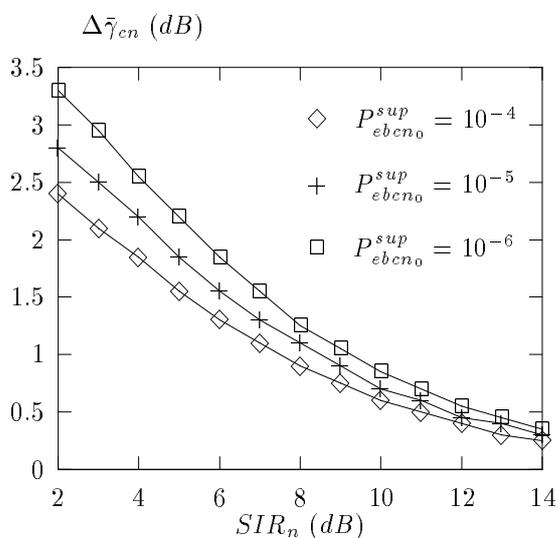


FIG. 5 - Dégradations dues aux évanouissements avec codage convolutif de canal.

4 Conclusion

Dans cette communication, nous avons considéré le système OFDM-DPSK pour une transmission sur canal à trajets multiples. A partir de l'expression générale de la probabilité d'erreur sur canal de Rice, nous avons évalué les dégradations dues aux évanouissements comme fonction de SIR , celles-ci prennent des valeurs élevées en présence d'un trajet direct de faible puissance relativement à la puissance moyenne des trajets aléatoires.

Nous avons montré et vérifié par des simulations, que les codes convolutifs apportent un gain très important,

il permettent également de réduire les dégradations et d'améliorer la robustesse du système de transmission face aux évanouissements.

Références

- [1] John A. C. Bingham, "Multicarrier Modulation for Data Transmission: an Idea Whose Time has Come", IEEE Communications Magazine, No 28, pp. 5-14, May 1990.
- [2] S. K. Wilson, "Digital Audio Broadcasting in a Fading and Dispersive Channel", Phd Dissertation, Stanford University, August 1994. IEEE Transactions On Communications, Vol. 42, pp. 1919-1928, February/March/April 1994.
- [3] T. de Couason, R. Monnier, J. B. Rault, "OFDM for Digital TV Broadcasting", Elsevier, Signal Processing, No 39, pp. 1-32, 1994.
- [4] L. J. Cimini, "Analysis and Simulation of a Digital Mobile Channel Using Orthogonal Frequency Division Multiplexing", IEEE Transactions on Communications, Vol. COM-33, N°7, July 1985.
- [5] R. Y. Wei, M. C. Lin, "Differential Phase Detection Using Recursively Generated Phase References", IEEE Trans. on Comm., No 12, pp. 1504-1507, December 1997.
- [6] J. G. Proakis, Digital Communications 2nd Edition, New York, Mc Graw-Hill, 1989, Appendix 4B pp. 344-349.
- [7] F. Tlili, A. Bouallègue, A. Glavieux, "Performances du Multiplex à Division de Fréquence Associé à une Modulation Différentielle de Phase sur canaux de Rice et de Rayleigh", Colloque GRETSI, 15-19 Septembre 1997, Grenoble, France.
- [8] F. Tlili, A. Bouallègue, A. Glavieux, "Coding Gain for an OFDM-DPSK System over Rayleigh and Rician Fading Channels", International Conference on Signal Processing and Communications (ISPC'98), 11-14 Février 1998, Las Palmas, Iles Canaries.