

Amélioration de la résolution des capteurs de rayonnement par des déplacements subpixels du détecteur

Jean-Pierre Bruandet, Jean-Marc Dinten

LETI, CEA-Technologies Avancées
17 Avenue des Martyrs, 38054 Grenoble Cedex 9, France

jean-pierre.bruandet@cea.fr, jean-marc.dinten@cea.fr

Résumé - L'augmentation de la résolution des images par des méthodes de type super résolution intéresse un grand nombre d'applications en imagerie (infra rouge, visible, ...), mais peu de travaux ont été menés en radiographie. Nous montrons ici qu'une telle approche peut être mise en place dans ce contexte. De plus, nous lui avons associé une régularisation prenant en compte la présence de discontinuités dans l'image. Les résultats obtenus montrent que cette approche améliore sensiblement les performances du sur-échantillonnage.

Abstract - Many results have been published on the use of super resolution algorithms in vision, infra red imaging... The aim of this study is to develop an approach for X-ray images. We show that coupling this method to a regularization that takes into account discontinuities improves significantly the performances of over sampling.

1. Introduction

Avant d'échantillonner une image (pixélisation), il faut vérifier que le détecteur soit suffisamment dense pour satisfaire le critère de Nyquist. Si ce dernier n'est pas vérifié, l'image sera dégradée par un moiré (conséquence d'un recouvrement de spectre). Ainsi, pour retrouver les différentes composantes du signal « idéal » dans sa représentation discrète, il faut :

- soit utiliser un détecteur ayant des pixels plus petits. Ce type de détecteur peut être difficile à réaliser, mais surtout cher,
- soit réaliser un traitement post-acquisition du signal.

La super résolution est un traitement post-acquisition récupérant de l'information haute fréquence contenue dans les repliements de spectre d'une séquence d'images sous-échantillonnées représentant la même scène. Cette approche est formalisée à l'aide du théorème d'échantillonnage généralisé de Papoulis [5]:

théorème: soit $f(x)$ un signal monodimensionnel à bande limitée, mis à l'entrée de m filtres linéaires indépendants (Cf. FIG. 1). Les signaux résultants du filtrage sont ensuite sous-échantillonnés à $1/m$ du critère de Nyquist. $f(x)$ est lié aux m observations basse résolution g_v par:

$$f(x) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{v=1}^m g_v\left(\frac{n}{v_{ech}}\right) \cdot y_v\left(x - \frac{n}{v_{ech}}\right)$$

où y_v est l'opérateur de reconstruction

$$y_v = \int_{-v_{max}}^{-v_{max}+v_{ech}} Y_v(v, x) \cdot e^{j2\pi vx} dv, \quad v=1..m$$

et Y_v est tel que $\sum_{v=1}^m H_v(v) Y_v(v, x) = 1, \forall x$.

Dans la littérature, nous pouvons trouver deux types d'approches:

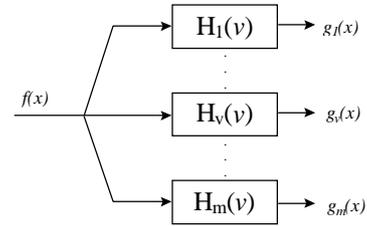


FIG. 1: Modèle du système d'acquisition

- **Approches fréquentielles:** Ur et Gross [7] prennent comme point de départ le théorème d'échantillonnage généralisé de Papoulis et les travaux réalisés par Brown [1]. La synthèse d'un filtre de reconstruction pour chaque voie considérée et lié à toutes les autres leur permet de reconstruire un signal haute résolution.
- **Approches spatiales:** nous trouverons dans cette catégorie des méthodes déterministes et des approches statistiques. Dans la première catégorie, Irani et Peleg [4] augmentent la résolution de leurs images en utilisant un algorithme itératif rétroprojetant la différence entre les images basses résolutions et leurs estimations (qui sont calculées grâce au modèle du système d'acquisition et de l'estimation haute résolution de l'image traitée). Shekarfaroush, Berthod et Zerubia [6] donnent une interprétation statistique au théorème de Papoulis. Ils développent un algorithme itératif permettant de corriger leur estimation haute résolution. A l'aide d'un modèle du système d'acquisition et de la connaissance de la scène observée, ils construisent une énergie *a posteriori* contenant un terme d'attache aux données et un terme d'*a priori* établi à l'aide d'un champ Markovien. Le calcul du maximum d'énergie *a posteriori* se fait par l'utilisation d'un algorithme de simplex. Cheesman et al [3] utilisent aussi un estimateur MAP, mais le calcul du maximum d'énergie est réalisé par un algorithme de descente du gradient. Dans leur approche, les déplacements subpixeliques ne sont pas contrôlés (vibration du détecteur). Ils réalisent alors une estimation simultanée de la position du détecteur et de l'estimation haute résolution de l'image.

Nous nous proposons d'appliquer la technique de super résolution aux images radiographiques utilisées en imagerie médicale, en contrôle industriel, en imagerie astronomique,... Dans ce domaine, la qualité de l'image (définie par le rapport signal à bruit qui sera noté par la suite RSB) est fonction de la quantité de photons envoyés sur l'échantillon durant la durée d'acquisition (dose). Nous montrons dans cette présentation que la technique de super résolution est applicable dans notre contexte et que la méthode mise en oeuvre est robuste vis à vis du bruit. Dans un premier temps (2^{ème} partie), nous présenterons les résultats obtenus suite à l'application d'un schéma itératif de reconstruction que nous définirons. Nous y verrons aussi ses limites, ce qui nous amènera à considérer dans la troisième partie l'ajout d'un terme de régularisation. Nous commenterons alors les résultats obtenus après utilisation d'un terme régularisant non convexe. Enfin, la dernière partie présentera les résultats obtenus en termes de fonction de transfert en modulation (FTM) qui est un critère permettant de quantifier le gain réalisé en résolution.

2. Schéma itératif de reconstruction

2.1 Modélisation de l'observation

Nous nous plaçons dans le cadre d'une décomposition d'un pixel « basse résolution » en quatre subpixels.

Soit le dispositif multicanal de la figure 2. Soit $f(x,y)$ le signal continu original qui permet d'obtenir une représentation discrète $f(i,j)$ à la résolution souhaitée. Les paramètres i et j correspondent aux indices de colonne et de ligne de l'image discrète. $f(i,j)$ sera mis sous la forme d'un vecteur de dimensions $[N_1 N_2 \times 1]$. $f(i,j)$ est envoyé sur quatre voies permettant de modéliser le déplacement du détecteur (opérateur D_v fonction de la voie considérée et de dimensions $[N_1 N_2 \times N_1 N_2]$), le flou généré par le système d'acquisition et mesuré par la fonction d'étalement de point (la PSF est représentée par l'opérateur H , indépendant de la voie car nous avons toujours le même détecteur et de dimensions $[N_1 N_2 \times N_1 N_2]$), et l'opérateur de sous-échantillonnage noté S (de dimension $[M_1 M_2 \times N_1 N_2]$, où M_i et N_i sont liés par le facteur de sous-échantillonnage qui est ici de 2 horizontalement et 2 verticalement). Les observations basse résolution sont représentées par le vecteur g_v où v est l'indice de voie. Ses dimensions sont $[M_1 M_2 \times 1]$. Le signal résultant est dégradé par un bruit représentant le bruit photonique et électronique présent dans les radiographies (vecteur η_v de mêmes dimensions que le signal basse résolution).

Le modèle du système d'acquisition se met sous la forme suivante:

$$g_v = SHD_v f + \eta_v = P_v f + \eta_v, \quad v=1...4$$

L'opérateur P_v étant de grandes dimensions, accéder à f par une inversion de l'équation n'est pas envisageable. C'est pourquoi nous faisons appel au schéma itératif de résolution suivant:

$$\tilde{f}^{s+1} = \tilde{f}^s + \lambda^{(s)} \frac{{}^t P_{v_o} (g_{v_o} - P_{v_o} \tilde{f}^s)}{\|P_{v_o} {}^t P_{v_o}\|}$$

où $o=lM_1+k$, avec l et k les indices de l'image basse résolution, P_{v_o} est la $o^{ième}$ ligne de P_v , ${}^t P_v$ est la transposée de P_v , s est l'indice d'itération et \tilde{f} est l'estimation de f .

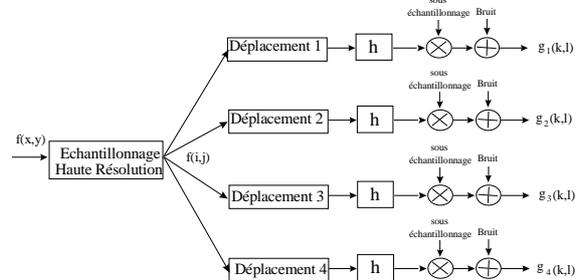


FIG.2: Modélisation du dispositif d'acquisition

2.2. Évaluation sur des simulations

Le test de cet algorithme a été réalisé sur la mire simulée présentée figure 3. Les dimensions des pixels sont fixées à $50\mu\text{m} \times 50\mu\text{m}$. Le motif utilisé représente des fréquences spatiales variant de 1pl/mm à 2.5pl/mm avec un pas de 0.5pl/mm. La première ligne correspond à des valeurs de pixels 0-255, la deuxième ligne 0-128, la troisième 0-64 et la dernière 0-31. L'initialisation de l'algorithme est réalisée à l'aide de la première image sous-échantillonnée (sans décalage) que nous avons sur-échantillonnée par réplication des pixels. Nous donnons alors à l'algorithme les informations basse fréquence contenues dans l'image. Nous gagnons ainsi en qualité de reconstruction et surtout temps de calcul puisqu'il ne reste plus qu'à restituer les hautes fréquences de l'image.

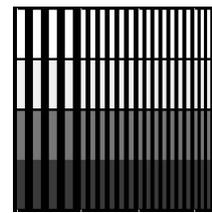


FIG.3: Image d'évaluation des performances de notre approche. Nous avons créé une mire de dimensions 256×256 , sur 256 niveaux de gris.

La figure 4 nous montre une coupe horizontale sur la mire reconstruite dans la dynamique 0-255, obtenue à partir de données non bruitées. Nous pouvons voir qu'une composante haute fréquence, correspondant à la plus haute fréquence admissible à notre résolution, est modulée par le niveau réel de notre motif. A l'exception des bords, cette oscillation est compatible avec les observations. C'est pourquoi elle est difficile à supprimer. En présence de bruit, nous avons pu constater le manque de robustesse de la méthode.

Pour lutter efficacement contre le bruit et contre cette oscillation parasite, il nous faut considérer un schéma de reconstruction intégrant un terme de régularisation.

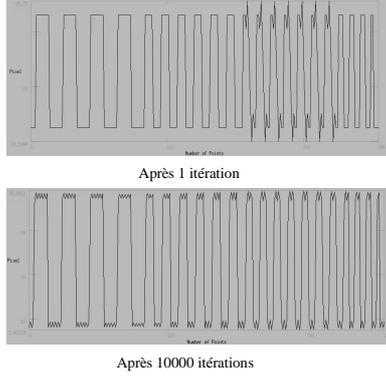


FIG.4: Coupe horizontale de la mire reconstruite. La figure montre la propagation d'une composante parasite haute fréquence avec les itérations.

3. Une approche régularisée dans un contexte de type super résolution

3.1. Super résolution vs. régularisation

La super résolution et la régularisation ont des finalités opposées. La première restaure des informations haute fréquence alors que la seconde limite leurs effets en appliquant des contraintes de régularité. Notre but est alors de filtrer les zones homogènes de l'image tout en préservant les discontinuités (composantes haute fréquence). Nous utilisons ici une régularisation avec prise en compte de discontinuités.

Nous nous plaçons dans une approche conduisant à la minimisation d'une fonction d'énergie possédant un terme d'attache aux données et un terme de régularisation défini par une fonction régularisante $\varphi(u)$ (avec u le gradient de l'image). Dans notre contexte, cette fonction doit avoir un comportement quadratique en présence de faibles gradients, et une valeur constante limite pour les forts gradients. Soit $\varphi(u) = (u/\delta)^2 / (1 + (u/\delta)^2)$ cette fonction (Cf. [2]). δ correspond à la hauteur minimale du gradient à conserver. La figure 5 présente quelques allures de la fonction pour plusieurs valeurs de δ . Nous pouvons voir que pour une fonction quadratique, les forts gradients sont associés à une forte valeur du terme régularisant qui, dans un contexte de minimisation d'une fonction d'énergie, conduit à un lissage de l'image. Avec la fonction φ choisie, nous maintenons un coût constant pour les gradients supérieurs à une valeur contrôlée par le paramètre δ . Ainsi ils seront préservés. Pour le choix de δ , il faut garder à l'esprit que si δ est faible les petites discontinuités seront maintenues, alors que si δ est fort nous tendons vers un comportement proche d'une fonction quadratique.

Avec cette fonction de régularisation, le critère à minimiser n'est plus quadratique par rapport à f . Nous faisons alors appel à la notion de semi quadricité introduite par Charbonnier dans [2]. Nous utilisons l'algorithme ARTUR[2] qui repose sur une alternance entre la minimisation par rapport à f et la minimisation par rapport à une variable b marquant les discontinuités et rendant la critère quadratique.

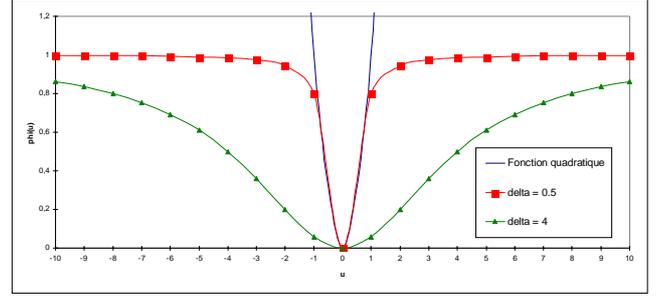


FIG.5: Fonction $\varphi(u)$ pour différentes valeurs de δ .

3.2. Évaluations sur des simulations

La figure 6 présente un résultat comparatif entre différentes méthodes d'augmentation de la résolution: la réplication des pixels, l'extension du domaine spectral de définition (zero padding), la super résolution associée à une régularisation quadratique et la super résolution avec prise en compte de discontinuités. Le tableau présenté (TAB.1) donne une mesure du RSB dans le cadre des reconstructions à partir de données bruitées. Le RSB est calculé à l'aide de:

$$RSB = 10 \text{Log}(\sigma_f^2 / \sigma_{f-g}^2)$$

avec σ_f^2 la variance du signal idéal et σ_{f-g}^2 la variance de l'image de différence entre l'image idéale et l'image reconstruite.

		Réplication des pixels	Zero padding	Super résolution sans régularisation	Super résolution + régularisation quadratique	Super résolution + régularisation non quadratique
Bruit non corrélé	Bas niveau (28.2dB)	13.2dB	7.7dB	9.6dB	16.7dB	18dB
	Haut niveau (4.4dB)	3.8dB	2.7dB	-3.4dB	6.2dB	6.3dB
Bruit corrélé	Bas niveau (28.2dB)	12.7dB	7.5dB	6.1dB	13.9dB	18dB
	Haut niveau (4.4dB)	3.6dB	2.5dB	1.5dB	6.1dB	6.1dB

TAB.1: Performances des méthodes de sur-échantillonnage sur des données bruitées.

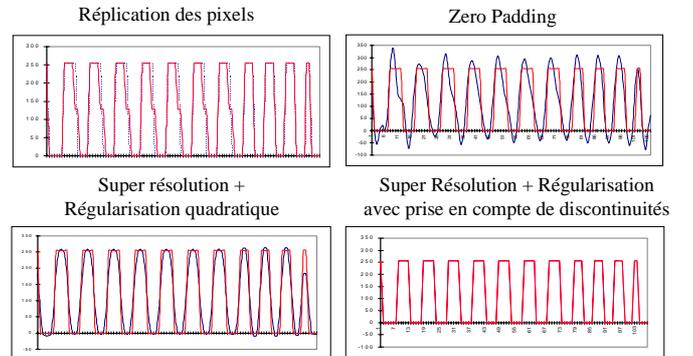


FIG.6: Résultats obtenus par différentes méthodes de sur-échantillonnage, sur des données non bruitées. Sur ces graphes sont superposés les créneaux que nous souhaitons retrouver et le résultat de la reconstruction.

Le critère d'arrêt pour l'algorithme est défini par le paramètre $\xi^{s+1} = \frac{\|\tilde{f}^{s+1} - \tilde{f}^s\|^2}{\|\tilde{f}^s\|^2} \leq 10^{-6}$

Ces résultats montrent que la régularisation avec prise en compte de discontinuités permet de suivre convenablement les variations du signal. Nous avons réussi dans nos reconstructions non bruitées à restaurer la forme des créneaux, c'est à dire de suivre les variations rapides. Dans un contexte

bruité, nous pouvons voir dans la tableau TAB.1 que le RSB obtenu avec cette approche est meilleur qu'avec les autres méthodes de sur-échantillonnage. Ceci s'explique par le fait que le bruit est convenablement filtré et que la restitution des détails fins de l'image (détails haute fréquence) est meilleure.

4. Résultats expérimentaux

Le système d'acquisition considéré nous permet d'obtenir des images dont les pixels sont de dimensions $100\mu\text{m}\times 100\mu\text{m}$. Nous traitons ici des régions d'intérêt de dimensions 128×128 pixels. Nous cherchons à reconstruire des subpixels de $50\mu\text{m}$ de côtés à l'aide de quatre déplacements dans les deux directions du plan du détecteur. Si nous souhaitons maintenir un RSB dans les subpixels équivalent à celui que nous avons dans les pixels « basse résolution », la nature du bruit photonique nous oblige à avoir une dose totale 4 fois supérieure à celle utilisée dans un contexte mono acquisition. Pour chaque mesure, nous avons pris une dose suffisante pour obtenir un bon RSB. La figure 7 présente les résultats obtenus avec $\lambda=0.2$ et $\delta=5000$. L'image haute résolution obtenue est de bonne qualité. Nous constatons sur les zooms réalisés que les composantes de l'image qui ont été atténuées dans la représentation basse résolution sont restituées par notre approche. Nous pouvons constater sur ces images que le bruit de fond ne subit pas d'amplifications.

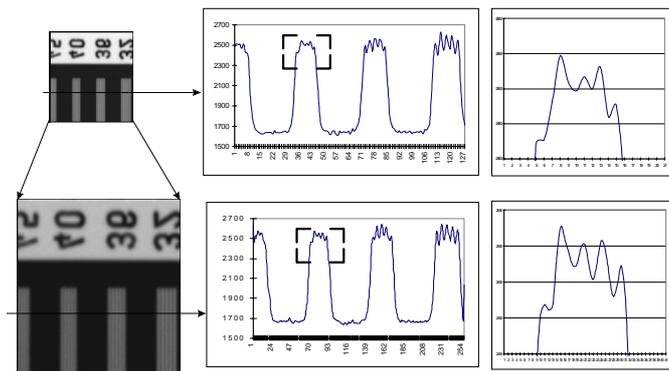


FIG.7: Résultats obtenus sur des données réelles. L'image centrale correspond à une coupe horizontale des images de gauches suivant la flèche. Les images de droite correspondent au zoom présenté par la fenêtre rectangulaire dessinée sur les images de coupe.

Finalement, nous présentons les résultats obtenus en terme de FTM (Cf. figure 8). Cette fonction montre l'atténuation du signal en fonction de la fréquence. Elle est calculée à l'aide de l'image d'une fente inclinée d'un petit angle. Pour une comparaison expérimentale, nous avons simulé à partir des acquisitions faites sur le banc (pixels de dimensions $100\mu\text{m}\times 100\mu\text{m}$) des images dont les pixels sont de dimensions $200\mu\text{m}\times 200\mu\text{m}$. A l'aide de notre algorithme de super résolution, nous avons généré une image dont les pixels « virtuels » ont des dimensions de $100\mu\text{m}\times 100\mu\text{m}$. Après calcul des FTM (Cf. FIG.8), nous pouvons voir que nous retrouvons l'allure de la FTM originale ($100\mu\text{m}\times 100\mu\text{m}$). Cette méthode nous permet bien d'obtenir un détecteur virtuel dont les pixels ont une surface quatre fois plus petite.

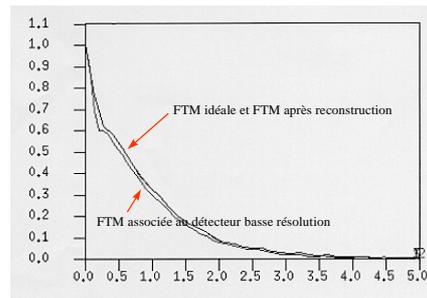


FIG.8: Performances de l'algorithme en termes de FTM.

5. Conclusion

Nous avons montré dans ce papier que l'association de la super résolution et d'une régularisation avec prise en compte de discontinuités permet l'utilisation de ce type de traitement dans le domaine de la radiographie. La restitution de composantes haute fréquence est effective tout en ayant une limitation du niveau de bruit. En terme de FTM, nous obtenons bien un détecteur virtuel permettant de rehausser les signaux et d'améliorer la résolution des images. Une subdivision plus fine des pixels ($8^{\text{ième}}$, $16^{\text{ième}}$, ...) auraient donné des résultats encore plus probants. Nous avons mentionné dans la partie 4 une augmentation de la dose totale pour l'obtention d'un RSB par pixel équivalent entre les représentation haute et basse résolution, dose qui correspondrait à celle que demanderait un détecteur avec des pixels « physiques » deux fois plus petits. Dans un contexte médical, il est intéressant d'envisager une diminution de la dose. Les travaux futurs devront porter sur une étude de la diminution de la dose envoyée, ainsi qu'une étude en terme d'efficacité quantique de détection (DQE en anglais) qui tient compte des dégradations subies par le signal à cause du détecteur (résolution, bruit, recouvrement,...).

6. Références

- [1] J.L. Brown, *Multi-Channel Sampling of Low-Pass Signals*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, CAS28(2), pp. 101-106, Février 1981.
- [2] P. Charbonnier, *Reconstruction d'Image: Régularisation avec Prise en Compte de Discontinuités*, PhD Thesis, Université de Nice Sophia Antipolis, Septembre 1994.
- [3] P. Cheesman, B. Kanefshy, R. Kraft, J. Stutz, and R. Hanson, *Super Resolution Reconstruction from Multiple Images*, NASA Technical Report, FIA-94-12, NASA Ames Research Center, Moffet Field CA, Décembre 1994.
- [4] M. Irani, and S. Peleg, *Improving Resolution by Image Registration*, Graphical Models and Imaging Processing, 53(3), pp213-239, Mai 1991.
- [5] A. Papoulis, *Generalized Sampling Expansion*, IEEE Transactions on Circuits and Systems, CAS25, pp. 652-654, Novembre 1977.
- [6] H. Shekarforoush, M. Berthod, J. Zerubia, *3D Super-Resolution Using Generalized Sampling Expansion*, Proc. ICIP, Washington DC., pp. 300-305, 1995.
- [7] H. Ur, and D. Gross, *Improved Resolution from Subpixel Shifted Pictures*, Graphical Models and Image Processing, 54(2), pp. 181-186, Mars 1992.