

# Comparaison de structures de réception multicapteurs en CDMA \*

Marie LE BOT, Philippe FORSTER, Luc FÉTY

Laboratoire Électronique et Communication  
Conservatoire National des Arts et Métiers  
2 Rue Conté, 75141 Paris CEDEX 03  
lebotm@cnam.fr, forster@cnam.fr, fety@cnam.fr

**Résumé** – Cet article présente une évaluation théorique et pratique de différentes structures de réception multicapteurs dans un système radiomobile de type CDMA : le MLSE ainsi que des versions sous-optimales.

**Abstract** – This paper presents a theoretical and practical analysis of some multiple antennas receivers structures for a CDMA system : the MLSE and suboptimal versions.

## 1 Introduction

Dans un système de communications radiomobiles à accès multiple par répartition de codes (CDMA), les techniques simples de démodulation mises en oeuvre à une station de base multicapteurs n'exploitent pas la coloration spatiale et temporelle du bruit : par exemple, le récepteur RAKE 2D est un filtrage spatio-temporel adapté au canal utile suivi d'une corrélation avec le code d'étalement. Cette approche simplifiée est justifiée quand les utilisateurs sont répartis uniformément et lorsqu'ils sont reçus avec des puissances égales. Cependant, ces hypothèses ne sont plus vérifiées lors de concentrations géographiques des utilisateurs, ou lors d'un mauvais contrôle de puissance. C'est pourquoi dans cet article, nous développons, analysons et comparons des structures effectuant une réjection des brouilleurs.

L'article est organisé comme suit. La section 2 décrit brièvement la liaison montante. La structure du récepteur optimal en présence d'interférences gaussiennes est présentée dans la section 3, ainsi que sa mise en oeuvre et ses performances. La section 4 décrit des structures sous-optimales, dont on compare les performances dans la section 5.

## 2 Modélisation de la liaison montante

Soit  $u(t)$  le signal en bande base émis par le mobile d'intérêt. Le signal  $\mathbf{x}(t) = [x_1(t) \ \dots \ x_P(t)]^T$  reçu par les  $P$  capteurs de l'antenne de réception est échantillonné à la cadence  $f_e = 1/T_e$  et s'écrit

$$\mathbf{x}(nT_e) = (u(t) * \mathbf{h}(t))_{t=nT_e} + \mathbf{b}(nT_e), \quad (1)$$

où  $\mathbf{h}(t) = [h_1(t) \ \dots \ h_P(t)]^T$  est la réponse impulsionnelle multicapteurs liant le mobile à chaque élément de

l'antenne, et  $\mathbf{b}(nT_e)$  représente la contribution des autres mobiles et du bruit thermique. En CDMA, le signal utile  $u(t)$  dans (??) s'écrit :

$$u(t) = \sum_{n=1}^N \sum_{k=1}^{\lambda} s_n c_n(k) p(t - ((n-1)\lambda + k)T_c) \quad (2)$$

où  $(s_1, \dots, s_N)$  sont les symboles émis issus d'un alphabet de taille  $M$ , que nous supposons de module constant.  $p(t)$  est la forme d'onde à l'émission. Dans (??) chaque symbole  $s_n$  est étalé par un code  $(c_n(1), \dots, c_n(\lambda))$  :  $\lambda$  est le facteur d'étalement et la fréquence d'échantillonnage  $f_e$  est un multiple de la fréquence chip  $f_c = 1/T_c$ . Dans ces conditions, l'expression (??) devient

$$\mathbf{x}(nT_e) = d_n * \mathbf{g}(nT_e) + \mathbf{b}(nT_e), \quad (3)$$

où  $\mathbf{g}(nT_e)$  est défini par

$$\mathbf{g}(nT_e) = (p(t) * \mathbf{h}(t))_{t=nT_e}, \quad (4)$$

et  $d_n$  désigne la suite de symboles étalés suréchantillonnée d'un facteur  $T_c/T_e$  :

$$d_m = \begin{cases} s_n c_n(k) & \text{si } m = ((n-1)\lambda + k)T_c/T_e \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases}$$

Enfin, on notera simplement  $x(n)$  le signal  $x(nT_e)$  lorsque la confusion n'est pas possible, et  $\tilde{x}(f)$  sa transformée de Fourier.

## 3 Maximum Likelihood Sequence Estimator (MLSE)

Dans ce paragraphe nous étudions la structure, la mise en oeuvre et les performances du MLSE dans l'hypothèse où le bruit et les brouilleurs sont gaussiens. Nous étendons au CDMA les résultats obtenus dans [?] [?] pour une modulation linéaire.

\* Cette étude est financée par le CNET, Issy Les Moulineaux, France

### 3.1 Structure optimale

Lorsque toutes les suites de symboles sont équiprobables, ainsi que nous le supposons, minimiser la probabilité d'erreur revient à maximiser la vraisemblance de l'observation : le récepteur qui s'ensuit est le MLSE. Dans l'hypothèse où le signal  $\mathbf{b}(nT_e)$  produit par le bruit et les brouilleurs est gaussien et stationnaire, de matrice spectrale  $\mathbf{R}_{bb}(f)$ , on montre en procédant comme dans [?] que le récepteur admet la structure représentée sur la figure 1, où le filtre  $\tilde{\mathbf{w}}(f)$  a pour expression :

$$\tilde{\mathbf{w}}(f) = \tilde{\mathbf{g}}^*(f)\mathbf{R}_{bb}^{-1}(f). \quad (5)$$

La structure de la figure 1 fait intervenir un filtrage spatio-temporel adapté à la forme d'onde et au canal, suivi d'une corrélation avec le code d'étalement des symboles successifs. La sortie  $y(n)$  du corrélateur est :

$$y(n) = \sum_{k=1}^{\lambda} \xi((\lambda(n-1) + k)T_c) c_n^*(k).$$

Opérant au rythme symbole, elle alimente un algorithme de Viterbi qui prend en compte l'interférence inter-symboles et détermine les symboles émis en maximisant le critère :

$$J(s_1, \dots, s_N) = \Re e \left( \sum_{n=1}^N s_n^* y(n) \right) - \frac{1}{2} \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^N s_m^* \gamma(m, n) s_n \quad (6)$$

où  $\gamma(m, n)$  a pour expression :

$$\gamma(m, n) = \sum_{k=1}^{\lambda} \sum_{l=1}^{\lambda} c_m^*(k) i((\lambda(m-n) + k - l)T_c) c_n(l).$$

Dans l'expression ci-dessus,  $i(nT_c)$  est la réponse impulsionnelle du canal  $\mathbf{g}(nT_e)$  filtré par  $\mathbf{w}(n)$  et sous échantillonné ; c'est aussi la fonction d'autocorrélation du bruit après filtrage par  $\tilde{\mathbf{w}}(f)$  et sous-échantillonnage au rythme  $T_c$ . Son spectre est :

$$\tilde{i}(f) = \frac{T_e}{T_c} \sum_{k=0}^{\frac{T_e}{T_c}-1} \tilde{\mathbf{g}}^*(f + kf_c) \mathbf{R}_{bb}^{-1}(f + kf_c) \tilde{\mathbf{g}}(f + kf_c). \quad (7)$$

**Remarque.** Lorsqu'un seul symbole est émis, ou encore lorsqu'il n'y a pas d'interférence inter-symboles, le critère à maximiser devient :

$$J(s_n) = \Re e(s_n^* y(n)). \quad (8)$$

Le récepteur est alors un simple corrélateur. Cette mise en oeuvre simplifiée est étudiée dans les simulations.

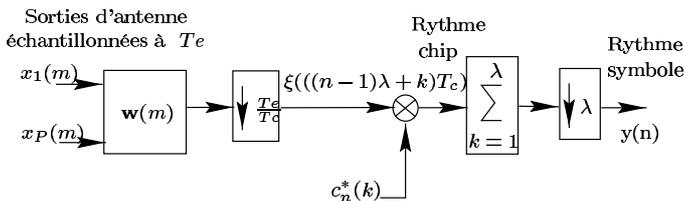


FIG. 1: Structure du récepteur optimal

### 3.2 Apprentissage

La mise en oeuvre du MLSE nécessite soit la connaissance des canaux et des densités spectrales des brouilleurs, soit simplement la valeur des filtres  $\tilde{\mathbf{w}}(f)$  (??) et  $\tilde{i}(f)$  (??). Ceci conduit à deux approches différentes : dans la première, on estime d'abord  $\tilde{\mathbf{g}}(f)$  et  $\mathbf{R}_{bb}(f)$ , dont on déduit  $\tilde{\mathbf{w}}(f)$  et  $\tilde{i}(f)$  [?][?]. Dans la seconde, que nous suivrons, on estime directement les filtres. Pour cela, on dispose d'une séquence d'apprentissage, et on peut montrer [?] que ces filtres s'estiment grâce à la structure de la figure 2. On procède en deux étapes : dans un premier temps, les deux filtres  $\tilde{\mathbf{w}}(f)$  et  $\tilde{j}(f)$  sont estimés sous la seule contrainte  $j(0) = 1$ , ce qui fournit le filtre  $\tilde{\mathbf{w}}(f)$  recherché (??). Ensuite, cette valeur de  $\tilde{\mathbf{w}}(f)$  est conservée, et l'on minimise à nouveau l'erreur quadratique moyenne par rapport à  $\tilde{j}(f)$  sans contrainte. On obtient finalement  $\tilde{i}(f)$  en sous-échantillonnant  $\tilde{j}(f)$  au rythme chip (de période  $T_c$ ).

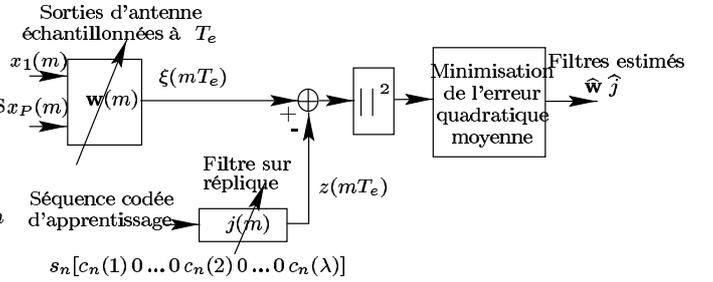


FIG. 2: Apprentissage des filtres

### 3.3 Performances

Dans ce paragraphe, nous analysons les performances pratiques du MLSE, en fonction des longueurs des filtres  $\tilde{\mathbf{w}}(f)$  et  $\tilde{i}(f)$ . En référence, nous présentons aussi les performances idéales du MLSE, c'est à dire sans contrainte sur les longueurs des filtres. A titre comparatif, nous donnons de plus l'expression de la probabilité d'erreur de décision lorsque le récepteur est un RAKE. Pour simplifier notre évaluation des performances, on se place dans ce paragraphe, dans le cas où un seul symbole binaire est émis. Dans les trois cas suivants, les probabilités d'erreur de décision sont du type :

$$Pe = \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{S/B}) \quad (9)$$

où les valeurs de  $S/B$  qui dépendent du traitement réalisé sont définies ci-dessous.

#### 3.3.1 Influence de la longueur des filtres

Dans la pratique, on ne peut pas obtenir les filtres  $\tilde{\mathbf{w}}(f)$  et  $\tilde{i}(f)$  idéaux décrits en 3.1 et 3.2 puisque la séquence d'apprentissage est de longueur finie, et que les filtres ont un nombre de coefficients fini. Par la suite, on considèrera la longueur de la séquence d'apprentissage infinie, avec un code d'étalement très grand et blanc, afin d'étudier l'impact de la longueur des filtres sur les performances. La décision est prise en maximisant le critère (??), et l'on

montre que la valeur de  $S/B$  qui en découle admet une expression simplifiée indépendante du code d'étalement :

$$S/B = \frac{\lambda |j(0)|^2}{\sigma^2} \quad (10)$$

où  $\sigma^2$  est l'erreur quadratique minimale en sortie de l'apprentissage (voir figure 2).

Cette expression simplifiée est utilisée pour fixer les longueurs appropriées des filtres dans la démodulation.

### 3.3.2 Performances ultimes : borne du filtre adapté

Le cas où les filtres sont parfaitement estimés fournit une borne sur les performances, dite borne du filtre adapté. Le  $S/B$  vaut dans ce cas idéal :

$$S/B = T_e \int_{-\frac{1}{2T_e}}^{\frac{1}{2T_e}} |\tilde{c}(f)|^2 \tilde{\mathbf{g}}^*(f) \mathbf{R}_{bb}^{-1}(f) \tilde{\mathbf{g}}(f) df, \quad (11)$$

où  $\tilde{c}(f) = \sum_{k=1}^{\lambda} c(k) e^{-i2\pi f k T_c}$ . Lorsque le facteur d'étalement tend vers l'infini, et que le code est blanc, on vérifie que l'expression prend la forme suivante, qui est un cas particulier de (??) :

$$S/B = \lambda i(0) \quad (12)$$

où

$$i(0) = T_e \int_{-\frac{1}{2T_e}}^{\frac{1}{2T_e}} \tilde{\mathbf{g}}^*(f) \mathbf{R}_{bb}^{-1}(f) \tilde{\mathbf{g}}(f) df.$$

### 3.3.3 Performances du RAKE

En définissant  $\tilde{c}(f)$  comme précédemment, la probabilité d'erreur vaut lorsque le récepteur est un RAKE :

$$S/B = T_e \frac{\left( \int_{-\frac{1}{2T_e}}^{\frac{1}{2T_e}} |\tilde{c}(f)|^2 \|\tilde{\mathbf{g}}(f)\|^2 df \right)^2}{\int_{-\frac{1}{2T_e}}^{\frac{1}{2T_e}} |\tilde{c}(f)|^2 \tilde{\mathbf{g}}^*(f) \mathbf{R}_{bb}(f) \tilde{\mathbf{g}}(f) df}. \quad (13)$$

## 4 Minimum Mean Squared Error

Le MLSE n'est optimal que lorsque les filtres  $\tilde{\mathbf{w}}(f)$  et  $\tilde{i}(f)$  sont connus. Le fait de les estimer rend la mise en oeuvre de ce récepteur sous-optimale : c'est pourquoi d'autres démodulateurs peuvent aboutir a priori à des performances équivalentes, voire meilleures. On s'intéresse dans ce paragraphe à la structure d'un récepteur qui *conserve la même structure que celle de l'apprentissage* (voir figure 2). Posons  $Lj$  la longueur du filtre  $\tilde{j}(f)$ . La minimisation de l'erreur quadratique

$$\sum_{n=1}^{N\lambda \frac{T_c}{T_e} + Lj - 1} |\xi(nT_e) - z(nT_e)|^2$$

est maintenant réalisée par rapport aux symboles en implémentant un algorithme de Viterbi. Nous appellerons simplement ce récepteur le MMSE. Cela revient à maximiser

$$\sum_{k=1}^{N\lambda \frac{T_c}{T_e} + Lj - 1} \Re(\xi(nT_e) z^*(nT_e)) - \frac{1}{2} |z(nT_e)|^2$$

**Remarque.** Lorsqu'un seul symbole est émis, ou encore lorsqu'il n'y a pas d'interférence inter-symboles, le critère à maximiser devient :

$$J(s_n) = \sum_{k=1}^{N\lambda \frac{T_c}{T_e} + Lj - 1} \Re(\xi(nT_e) z^*(nT_e)). \quad (14)$$

Le récepteur est alors un corrélateur avec filtre sur réplique. Cette mise en oeuvre simplifiée est étudiée dans les simulations.

## 5 Simulations

Pour l'ensemble des simulations, le signal reçu par les  $P$  capteurs de l'antenne de réception est échantillonné à la cadence chip :  $T_e = T_c$ . Les résultats obtenus sont conditionnels à une réalisation des canaux des utilisateurs. Les modèles des canaux correspondent au milieu urbain décrit par la norme COST 207 : les canaux sont de longueur  $6T_c$ . L'antenne de la station de base est linéaire, et possède 3 capteurs espacés d'une demi-longueur d'onde.

### 5.1 Etude de la longueur des filtres

Les longueurs des filtres sont des paramètres décisifs concernant la précision de leur estimation. Nous analysons donc les performances du MLSE en fonction de ces paramètres, lorsque les brouilleurs sont uniformément répartis autour de l'antenne. La variance du bruit thermique est choisie égale à 0.1.

Les figures 3 et 4 représentent le rapport signal à bruit théorique en sortie de l'apprentissage (??) en fonction de la longueur  $Lw$ , pour des valeurs de  $Lj$  s'échelonnant de deux en deux, entre  $T_c$  et  $15T_c$ .

Sur ces figures, la croissance "par paliers" du rapport signal à bruit provient de la structure de notre modèle de canal, et nous pouvons interpréter ces résultats de manière simplifiée en supposant le bruit blanc : la réponse impulsionnelle du canal utile échantillonnée au rythme chip, présente des zéros aux instants  $4T_c$  et  $5T_c$ . Or le filtre  $\tilde{\mathbf{w}}(f)$  récupère l'énergie des trajets dont les retards sont inférieurs à sa longueur. Ainsi, à partir de  $Lw = L$ , c'est à dire lorsque la longueur du filtre  $\tilde{\mathbf{w}}(f)$  est égale à celle du filtre optimal (??), le rapport signal à bruit cesse de croître, puisque toute l'énergie du canal est exploitée ; en réalité, cette stabilisation est moins marquée du fait de la coloration temporelle du bruit.

Sur la figure 3, 10 brouilleurs émettent à la même puissance et au même débit ( $\lambda = 32$ ) que le mobile utile : on voit que le rapport signal à bruit est quasiment indépendant de la longueur  $Lj$ . En effet, comme les brouilleurs sont nombreux, ils engendrent une dégradation du signal utile très forte par rapport à celle due aux interférences inter-symboles. Dans ce cas, le filtre  $\tilde{j}(f)$  dont le rôle est de supprimer les interférences inter-symboles, contribue très peu à l'amélioration des résultats. Par contre, lorsqu'il y a peu de brouilleurs, ou lorsque la longueur du canal est grande devant le facteur d'étalement, les interférences inter-symboles sont plus importantes : la longueur du filtre  $\tilde{j}(f)$  a beaucoup plus d'impact sur la valeur du

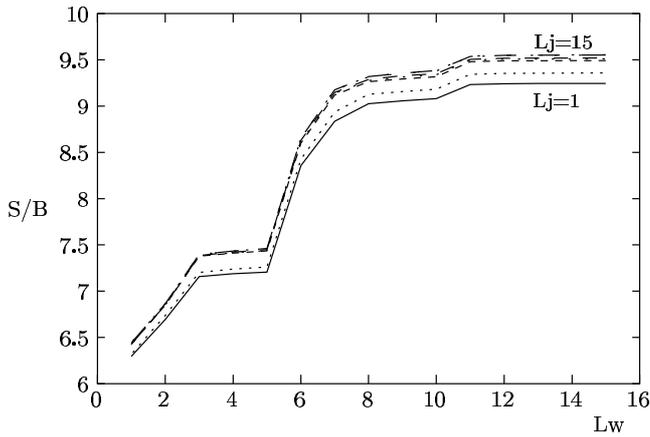


FIG. 3: Cas où les brouilleurs sont nombreux

rapport signal à bruit.

On s'intéresse maintenant au cas où les mobiles de la cellule n'ont pas les mêmes puissances (figure 4) : l'utile et deux brouilleurs émettent à une puissance dix fois supérieure à celle des huit autres. Les facteurs d'étalement des mobiles les plus puissants et les moins puissants valent respectivement  $\lambda = 4$  et  $\lambda = 32$ . Les résultats montrent que dans cette situation, le filtre  $\tilde{j}(f)$  joue un rôle important : le filtre  $\tilde{w}(f)$  parvient à rejeter une partie des signaux brouilleurs les plus puissants, ce qui diminue fortement la puissance totale des brouilleurs par rapport à la puissance de l'interférence inter-symboles. Pour que le filtre sur réplique supprime toutes les interférences inter-symboles, il faut que sa longueur soit au moins égale à la somme de la longueur du canal et de la longueur  $Lw$ .

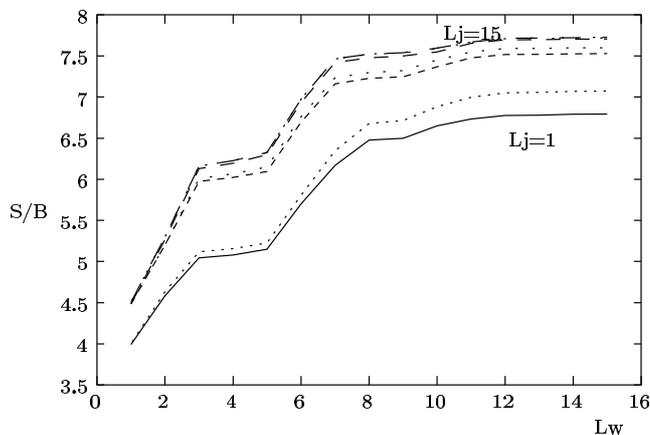


FIG. 4: Cas d'un éblouissement

## 5.2 Comparaison des performances des structures

Dans la suite de l'étude, on fixe les facteurs d'étalement à  $\lambda = 32$ , et les longueurs des filtres à  $Lw = L$  et  $Lj = 2L - 1$ . Sur la figure 5, on représente les probabilités d'erreur en fonction du nombre d'utilisateurs, pour : la borne du filtre adapté (cf. paragraphe 3.3.2), la borne du RAKE (cf. paragraphe 3.3.3) ; le récepteur MLSE et le corrélateur simple (cf. paragraphe 3.1) ; le récepteur MMSE

et le corrélateur avec filtre sur réplique (cf. paragraphe 4). Les angles d'arrivée des brouilleurs sont répartis dans deux cônes distincts d'amplitude  $10^\circ$ , les angles d'arrivée du signal utile appartiennent à l'un de ces cônes. Le filtre optimal, qui exploite la diversité d'antenne, parvient mieux que le RAKE à rejeter les signaux du cône qui ne contient que les brouilleurs : la prise en compte de la coloration spatiale du bruit procure un gain de  $2dB$ .

Le récepteur MLSE fournit les meilleures performances. Cependant, l'écart entre les récepteurs qui utilisent un algorithme de Viterbi (MLSE et MMSE) et les corrélateurs correspondants est très faible : il n'est donc pas nécessaire d'implémenter des algorithmes trop coûteux.

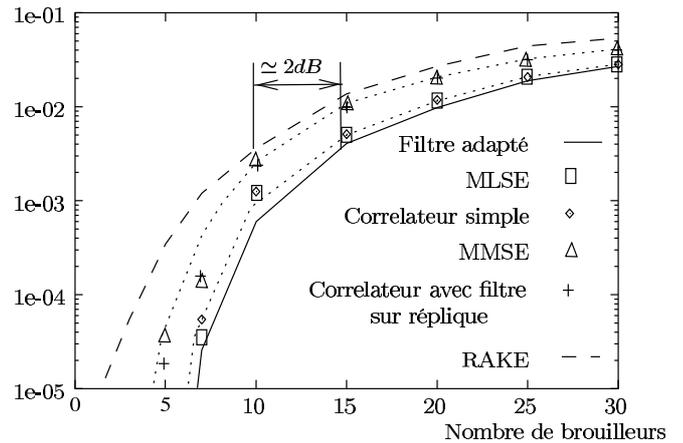


FIG. 5: Probabilités d'erreur

## 6 Conclusions

Nous avons analysé dans cet article des structures optimales (MLSE) et sous-optimales de réception multicapteurs en CDMA, qui prennent naturellement en compte la coloration spatio-temporelle des interférences, et conduisent ainsi à de meilleures performances que le RAKE. Ces structures sont à même de tenir compte des interférences inter-symboles, mais les simulations montrent que des versions simplifiées qui les négligent donnent des résultats équivalents.

## Références

- [1] Pierre Vila, François Pipon, Didier Pirez, Luc Féty "MLSE Antenna Diversity Equalization of a Jammed Frequency-Selective Fading Channel", EUSIPCO'94
- [2] Pierre Vila, François Pipon, Didier Pirez, Luc Féty "MMSE Antenna Diversity Equalization of a Jammed Frequency-Selective Fading Channel", ICASSP'95
- [3] David Asztély, Bjorn Ottersten "MLSE and Spatio-Temporal Interference Rejection Combining with Antenna Arrays", EUSIPCO'98
- [4] Xavier Mestre, Javier R. Fonollosa, Gregori Vázquez "Uplink Beamforming for the FDD Mode of UTRA", VTC'99