

# Traitement Spatio-Temporels pour la détection des cibles lentes par radars aéroportés

Laurent Savy et Rocco Settinari

Thomson-CSF Applications Radars  
6, rue Nieuport  
78 143 Vélizy-Villacoublay

## RÉSUMÉ

Détecter les cibles mobiles terrestres pour un radar aéroporté à antenne à visée latérale est une tâche rendue difficile par l'étalement du spectre Doppler du fouillis, dû au mouvement du porteur. La solution consiste alors à effectuer un filtrage bidimensionnel spatio-temporel pour exploiter la relation de proportionnalité entre la fréquence Doppler d'une cible fixe et sa fréquence spatiale. Dans un premier temps, l'article présentera des résultats analytiques sur les performances théoriques du traitement spatio-temporel optimal. Dans un deuxième temps, l'article décrira un traitement spatio-temporel sous optimal sans référence fouillis seul.

## ABSTRACT

Detection of slow moving targets from a Side Looking Airborne Radar (SLAR) is a problematic task. Indeed, owing to platform motion, the spread in clutter spectra can be much more significant than in ground-based radar applications. The solution consists in exploiting the interdependence between clutter Doppler and clutter angular location, leading to a bidimensional filtering, known as Space Time Adaptive Processing (STAP). The paper will be organized as follows. Section 1 recalls briefly the problem of detecting slow moving targets from a SLAR. Section 2 will introduce analytical performances. Finally section 3 presents a sub-optimal STAP, which does not need any clutter reference.

## 1 Introduction

Détecter les cibles mobiles terrestres pour un radar aéroporté à antenne à visée latérale est une tâche rendue difficile par l'étalement du spectre Doppler du fouillis. En effet, à cause du mouvement du porteur, la fréquence Doppler d'une cible fixe est donnée par la relation  $F_d = 2V \sin \theta / \lambda$  ( $V$ : vitesse du porteur,  $\theta$ : localisation angulaire de la cible,  $\lambda$ : longueur d'onde). C'est pourquoi un filtre opérant dans le domaine temporel uniquement (filtre MTI classique en Radar) ne peut éliminer efficacement le fouillis qu'au prix d'une forte atténuation des cibles lentes (cf première figure de la dernière page). La solution consiste alors à effectuer un filtrage bidimensionnel spatio-temporel pour exploiter la relation de proportionnalité entre la fréquence Doppler d'une cible fixe et sa fréquence spatiale ( $\sin \theta / \lambda$ ). La capacité à filtrer les données dans le domaine spatial est apportée par la formation de plusieurs voies sur l'antenne de réception. Du fait de la présence de mouvements parasites du porteur, de la nature inhomogène du fouillis (niveau, mouvement propre, inhomogénéité spatiale), et des défauts de calibration de l'antenne, les traitements mis en oeuvre ne peuvent s'envisager que de manière adaptative. Ils seront qualifiés dans la suite de manière générique de traitements STAP (Space Time Adaptive Processing).

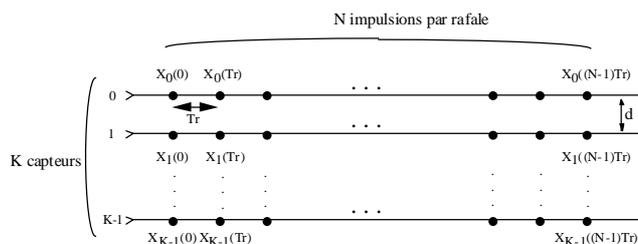
Dans un premier temps, l'article présentera des résultats analytiques sur les performances théoriques du traitement optimal.

Dans un deuxième temps, l'article décrira un traitement STAP sous optimal, ne nécessitant pas une référence fouillis seul, dont la représentativité est toujours sujette à caution étant donné la nature inhomogène spatialement du fouillis. Ce traitement atteint de plus des performances quasi-optimales pour un volume de calcul réduit.

## 2 Performances ultimes du STAP

### 2.1 Traitement STAP optimal

On se place dans la configuration générale d'une antenne à visée latérale disposant de  $K$  capteurs espacés d'une distance  $d$ , recevant  $N$  impulsions à la période  $T_r$ :



Les données reçues sont les données spatio-temporelles  $x_k(nTr)$  que l'on regroupe dans un vecteur de données  $x$ .

$$x = [x_0(0) \dots x_{K-1}(0) \dots x_0(nTr) \dots x_{K-1}((N-1)Tr)]^T$$

De manière synthétique, on peut alors écrire :

$$x = \alpha \cdot s \cdot (\theta) + b + c$$

$\alpha$  : amplitude. Variable gaussienne complexe de variance  $\sigma_s^2$

$s(\underline{\theta})$ : signal attendu (réplique) pour une cible  
 $\underline{\theta} = [Fd, \sin\theta]^T$  est le vecteur des paramètres à estimer

$$s(\underline{\theta}) = [1 \dots e^{-i2\pi(K-1)\frac{d}{\lambda}\sin\theta} \dots e^{i2\pi Fd(N-1)Tr} \dots e^{-i2\pi(K-1)\frac{d}{\lambda}\sin\theta}]^T$$

b : bruit thermique de matrice de corrélation  $\sigma^2 \text{Id}$

c : fouillis reçu, de matrice de corrélation  ${}^c\Gamma$ .

Le fouillis reçu total par un capteur résulte de la somme des signaux provenant des réflecteurs élémentaires composant le fouillis du panorama radar. Ce nombre de réflecteurs étant élevé, et leurs phases relatives équiréparties, on peut raisonnablement supposer que le fouillis reçu suit une loi gaussienne centrée, caractérisée par la matrice de corrélation spatio-temporelle  ${}^c\Gamma$ .

$$\Gamma = {}^c\Gamma + \sigma^2 \text{Id} : \text{matrice de corrélation fouillis + bruit}$$

La procédure de détection/estimation optimale conduit alors au test:

$$X_{MV}(\underline{\theta}) = \frac{|s^+(\underline{\theta})\Gamma^{-1}x|^2}{s^+(\underline{\theta})\Gamma^{-1}s(\underline{\theta})} \underset{< \mu_{MV}}{>} >$$

Il s'agit d'un traitement avec référence fouillis + bruit seul. Ce traitement correspond au maximum de vraisemblance,  $\mu_{MV}$  est un seuil fixant les probabilités de détection et fausse alarme.

### 2.2 Performances ultimes en détection

Les probabilités de détection(Pd) et de fausse alarme(Pfa) sont définis par:

$$Pd = \text{PROB}(X_{MV}(\underline{\theta}) > \mu_{MV}) \quad \text{et} \quad Pfa = \text{PROB}(X_{MV}(\underline{\theta}) < \mu_{MV}).$$

Des calculs simples montrent que:

$$Pd = Pfa \left( \frac{1}{1 + \sigma_s^2 s^+(\underline{\theta})\Gamma^{-1}s(\underline{\theta})} \right)$$

### 2.3 Performances ultimes en localisation

Les performances en localisation dans le plan angle/Doppler peuvent être caractérisées par les bornes de Cramer Rao des estimés des paramètres  $\underline{\theta} = [Fd \sin\theta]^T$ . Pour évaluer ces bornes au point  $\underline{\theta}_0$ , il faut calculer les éléments de la matrice de Fisher  $J(\underline{\theta}_0)$  à partir de la densité de probabilité  $p(x, \underline{\theta})$  du vecteur de données  $x$ :

$$J_{ij}(\theta_0) = -E \left\{ \frac{\partial^2 \text{Ln}(p(x, \underline{\theta}))}{\partial \theta_i \partial \theta_j} \Big|_{\underline{\theta} = \underline{\theta}_0} \right\}$$

si  $J^{-1}(\underline{\theta}_0)$  est la matrice inverse de  $J(\underline{\theta}_0)$ , d'élément  $J^{ij}$ , alors:

$$\text{Var}\{\theta_i\} = J^{ii}$$

On montre que:

$$J_{ij} = 2\sigma_s^2 \text{Re} \left\{ \frac{\partial s_0^+}{\partial \theta_i} \Gamma^{-1} \frac{\partial s_0}{\partial \theta_j} - \frac{(\frac{\partial s_0^+}{\partial \theta_i} \Gamma^{-1} s_0)(s_0^+ \Gamma^{-1} \frac{\partial s_0}{\partial \theta_j})}{s_0^+ \Gamma^{-1} s_0} \right\}$$

avec  $s_0 = s(\underline{\theta}_0)$  et  $\frac{\partial s_0}{\partial \theta_i} = \frac{\partial s(\underline{\theta})}{\partial \theta_i} \Big|_{\underline{\theta} = \underline{\theta}_0}$

## 3 Algorithme STAP sans référence fouillis seul

### 3.1 Principe

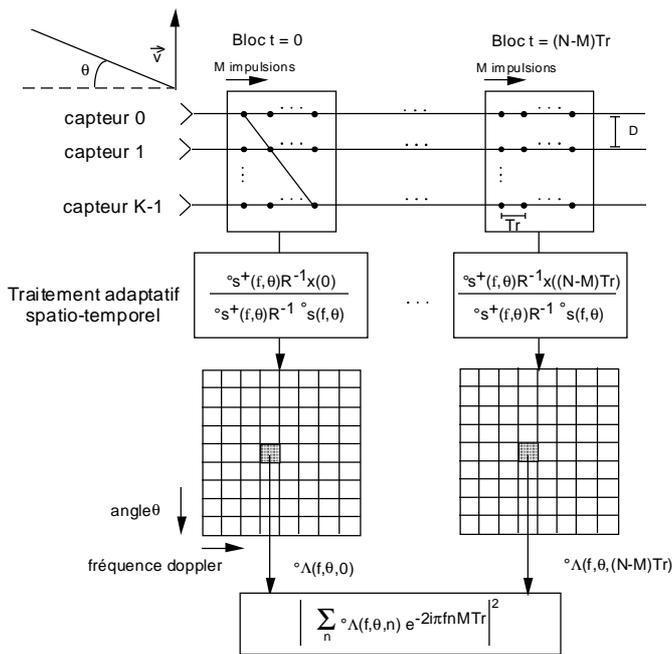
Le traitement optimal décrit dans la section précédente suppose accessible une référence fouillis+bruit, par l'intermédiaire de la matrice  $\Gamma$ . En pratique, on ne pourra accéder qu'à une estimation de cette matrice, par moyenne sur les cases distances voisines de la case à traiter. Le fouillis étant par nature inhomogène spatialement (présence d'échos ponctuels, de frontières de fouillis, de zones urbaines), la représentativité de la référence fouillis estimée n'est pas acquise, et les performances du traitement STAP exploitant cette référence peuvent être médiocres, notamment si l'on vise des taux d'élimination du fouillis important.

Pour cette raison, on s'intéresse dans la suite au traitement optimal sans référence fouillis+bruit seuls, qui conduit au test:

$$X_{CAP}(\underline{\theta}) = \frac{|s^+(\underline{\theta})R^{-1}x|^2}{s^+(\underline{\theta})R^{-1}s(\underline{\theta})} \underset{< \mu_{CAP}(\underline{\theta})}{>} >$$

$$R = E(xx^+): \text{matrice de corrélation des données.}$$

Ce traitement correspond au traitement de CAPON bidimensionnel.  $\mu_{CAP}(\underline{\theta})$  est un seuil fixant les probabilités de détection et de fausse alarme. Ce seuil dépend du vecteur de paramètre  $\underline{\theta} = [Fd, \sin\theta]^T$ . Par rapport au traitement par Maximum de Vraisemblance qui réalise une élimination du fouillis par blanchissement, le traitement de CAPON réalise quant à lui une imagerie haute résolution du plan Angle/Doppler. Ce traitement repose sur la seule connaissance de la matrice de corrélations  $R$  des données à traiter, qu'il est nécessaire en pratique d'estimer. Pour cette raison, et pour des raisons évidentes de volume de calculs, le traitement présenté ci dessus n'est pas directement implantable pour le traitement d'une rafale d'impulsions. On est donc conduit à définir un traitement spatio-temporel sous optimal par bloc. L'idée de base de ce traitement est de découper la rafale en blocs dont l'étendue temporelle  $M$  est très inférieure au nombre d'échantillons  $N$  de la rafale. On réalise un traitement STAP type CAPON sur chacun des blocs, puis on effectue la transformée de Fourier des signaux en sortie de chaque bloc. Le schéma synoptique du traitement est représenté ci dessous:



Le choix du nombre d'impulsions M est dictée par la nécessité de prendre en compte la totalité de l'information spatio-temporelle caractéristique du fouillis. Cela conduit à considérer une durée minimum telle que l'antenne se soit déplacée de toute sa longueur, L, d'où  $M > L/(VTr)$ . La matrice R sera estimée classiquement par une moyenne temporelle glissante sur la rafale à traitée.

### 3.2 Algorithme

Le traitement de principe tel qu'il a été décrit impose un balayage de l'ensemble des valeurs du couple (Fd,θ) avec un pas d'échantillonnage fin, la méthode de CAPON possédant des propriétés d'hyper-résolution. Afin d'éviter ce balayage bidimensionnel prohibitif en terme de puissance de calcul, l'algorithme proposé consiste tout d'abord à réaliser une décomposition en vecteurs propres/valeurs propres de la matrice de corrélation des données R. On accède ainsi au projecteur  $\Pi_b$  dans l'espace bruit spatio-temporel. On cherche ensuite à appliquer une méthode type ROOT-MUSIC, impossible à réaliser directement puisqu'il n'existe pas de méthode pour trouver les zéros d'un polynôme 2D. La démarche consiste alors à effectuer un balayage angulaire de l'espace bruit, et à appliquer ROOT-MUSIC pour chacun des angles. Ce balayage est peu gourmand en volume de calcul dans les cadres applicatifs radars classiques où le faisceau est formé à l'émission, et où on se contente en réception de rechercher la cible dans le lobe principal de l'antenne. Ce balayage angulaire peut être réalisé par une formation de voie spatiale sur chacun des vecteurs propres de l'espace bruit. On se ramène ainsi à un projecteur  $\Pi_b'$  monodimensionnel temporel, sur lequel on met en oeuvre ROOT-MUSIC:

$$\Pi'_b = W \Pi_b W^+$$

avec  $W = Id_M \otimes a(\theta)$   $\otimes$  : produit de Kronecker

$$a(\theta) = [1 \dots e^{-i2\pi(K-1)\frac{d}{\lambda} \sin \theta}]^T : \text{vecteur source spatial}$$

A ce stade, l'algorithme n'a réalisé que des prédétections en localisant les zéros du polynôme 2D dans le plan Angle/Doppler. Les détections seront confirmées en appliquant le traitement de CAPON uniquement pour les couples Angle/Doppler correspondant à ces zéros.

## 4 Simulations

La configuration radar étudiée est celle d'un radar aéroporté en bande VHF à 200 MHz. La vitesse du porteur est de 150m/s. Deux cibles sont présentes au centre du lobe d'antenne avec des fréquences Doppler de -6Hz et 7Hz. Dans cette bande, la mise en oeuvre des traitements STAP est indispensable, le fouillis occupant une grande partie du spectre Doppler des cibles terrestres, comme le met en évidence le résultat du traitement classique par FFT 2D spatiale et temporelle (cf page suivante). Le traitement de CAPON spatio-temporel permet quant à lui de détecter les deux cibles en réalisant une image haute résolution du plan Angle/Doppler. La dernière figure de la page suivante montre que la procédure ROOT-MUSIC exposée précédemment permet bien une pré-détection des deux cibles (on a représenté les zéros fournis par cette méthode dans le plan angle/Doppler).

## 5 Conclusion

Après avoir présenté des résultats analytiques sur les performances ultimes du STAP, l'article a défini un traitement STAP sous optimal. L'intérêt principal de ce traitement réside dans sa capacité à fonctionner en l'absence de référence fouillis seul, associée à un volume de calcul réduit. Un axe de recherche prioritaire consiste maintenant en la définition d'algorithmes d'autocalibration sur le panorama radar exploitant la relation de proportionnalité entre la fréquence Doppler des échos de fouillis et leur fréquence spatiale. Parallèlement, il est nécessaire d'analyser les spécificités et l'intérêt du STAP pour des antennes de pointe avant.

## 6 Références

[1] RICHARDSON P.G., « Analysis of the adaptative space time processing for airborne radar », IEE Proc., Radar, Sonar Navig, Vol 141, No.4, August 1994  
 [2] QING-GUANG LIU, YING-NING PENG, « Analysis of array errors and a short-time processor in airborne phased array radars », IEEE trans. on AES, Vol 32, No.2, april 1996.  
 [3] BHASKAR D.RAO, HARI, « Performance analysis of root-music », IEEE trans.on ASSP, Vol. 37, No. 12, december 1989.

